

E310

### ALGUNS ASPECTOS DA GEOMETRIA DOS ESPAÇOS NORMADOS

Paula Olga Gneri (Bolsista PIBIC/CNPq) e Prof. Dr. Francesco Mercuri (Orientador), Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica – IMECC, UNICAMP

Sejam  $F$  e  $E$  espaços normados. Uma imersão isométrica é uma função  $T:F \rightarrow E$  tal que  $\|T(x) - T(y)\| = \|x - y\|$ , para todo  $x, y$  em  $F$ . Por exemplo se  $F = E$  e  $v$  é um vetor fixo em  $F$ , a translação  $T(x) = x + v$  é uma imersão isométrica. A menos de translação podemos então assumir  $T(0)=0$  e **assim o faremos daqui em diante**. A pergunta natural é: **quando uma imersão isométrica é linear?** Analisamos alguns resultados que dão condições suficientes para que uma imersão isométrica seja linear. Por exemplo Mazur e Ulam provaram, em 1932, que toda imersão isométrica sobrejetora é linear. Figiel, Semrl e Väisälä, em 2002, relaxaram a condição de sobrejetividade. Nosso estudo centrou-se principalmente em um trabalho de Asperti, Mercuri e Seixas de 2003, em que se mostra **que toda imersão isométrica em  $E$  é linear se, e somente se, o espaço  $E$  é estritamente convexo**. ( $E$  é dito estritamente convexo se para todo par de pontos  $x, y$  em  $E$ , com  $\|x\| = \|y\| = 1$ , temos  $\|t.x + (1-t).y\| < 1$ ,  $\forall t \in (0,1)$ ). Estes resultados tem aplicações no estudo de problemas de unicidade e suavidade para geodésicas em espaços de Minkowski e Finsler. Na parte final do trabalho comentamos sobre estes problemas.

Espaços Normados - Imersão Isométrica Afim - Geodésicas