



Introdução à geometria do espaço de Minkowski

Ana Elisa D. Barioni*.

Resumo

Pretende-se estudar os fundamentos da teoria da Relatividade Especial através de um estudo detalhado e profundo da geometria do espaço de Minkowski e de como sua estrutura dá origem a fenômenos relativísticos de maneira elegante e precisa.

Palavras-chave:

Relatividade, Especial, Geometria.

Introdução

Este projeto de iniciação científica tem por objetivo introduzir a candidata à Relatividade Especial através de um caminho mais voltado à matemática.

A teoria da Relatividade Especial é um exemplo clássico de uma teoria física extremamente eficiente em explicar dados experimentais e que, ao mesmo tempo, possui uma formulação matemática elegante e relativamente simples (ao menos quando comparada a sua extensão em espaços curvos dada pela Relatividade Geral).

A partir do estudo da geometria do espaço de Minkowski, pretende-se entender suas implicações físicas no contexto da teoria da relatividade propriamente dita. Os fenômenos de dilatação temporal, contração de Lorentz e (falsos) paradoxos de simultaneidade seguem de maneira direta e elegante do estudo do grupo de Lorentz e suas simetrias.

Resultados e Discussão

No início, foram estudadas as propriedades métricas do espaço de Minkowski, estudando espaços com produto interno não-degenerado mas indefinido, classificação de vetores como tipo tempo, tipo luz e tipo espaço, desigualdade triangular invertida, isometrias, decomposição das transformações de Lorentz e simetrias. Assim, foi possível compreender a matemática da dilatação do tempo, da contração de Lorentz e da relatividade do conceito de simultaneidade e (falsos) paradoxos relativísticos.

Em seguida, foi abordado o teorema de Zeeman sobre como todo automorfismo causal pode ser escrito como uma composição de uma translação, uma dilatação e uma transformação de Lorentz ortócrona e também o teorema de Penrose sobre a formato aparente de uma esfera se movendo a velocidades relativísticas.

Após isso, foi estudado um pouco da dinâmica relativística pela geometria das transformações de Lorentz infinitesimais (i.e., elementos da álgebra 2 de Lie do grupo das isometrias do espaço de Minkowski). Também tiveram atenção as partículas carregadas e o tensor eletromagnético com seus invariantes, chegando às equações de Maxwell no vácuo e algumas de suas soluções.

Finalmente, foram introduzidos os fundamentos da teoria algébrica dos spinors via representação de grupos, que permitiu obter a forma spinorial das equações de Maxwell.

Conclusões

O projeto cumpriu o objetivo de introduzir a aluna à teoria da Relatividade por meio do estudo matemático e rigoroso da estrutura geométrica do espaço de Minkowski e, com isso permitir o estudo de fenômenos relativísticos importantes, dando espaço também para a teoria do eletromagnetismo e as equações de Maxwell.

Agradecimentos

Ricardo Antonio Mosna (DMA – IMECC)
Pibic

¹ Naber. G. L. *The Geometry of Minkowski Spacetime: An Introduction to the Mathematics of the Special Theory of Relativity*