



Análise Numérica de Instabilidades Hidrodinâmicas Utilizando Métodos de Diferenças Finitas e Espectrais

João Pedro Fernandes Colnaghi*, William Roberto Wolf

Resumo

O presente trabalho traz algumas análises de estabilidade hidrodinâmica realizadas com o auxílio de métodos numéricos de diferenças finitas e espectrais. Para sua realização, foi desenvolvida uma ferramenta numérica para solução da equação de Orr-Sommerfeld considerando os escoamentos de Poiseuille e Falkner-Skan. O objetivo é comparar os resultados obtidos pelo método de diferenças finitas com os adquiridos através do método espectral e com a literatura.

Palavras-chave:

Orr-Sommerfeld, Métodos Espectrais, Diferenças Finitas.

Introdução

Para um dado escoamento ser considerado estável, ele precisa respeitar certas condições. Caso essas surjam no sistema e alteram drasticamente o comportamento do escoamento original. Essas perturbações podem atingir uma amplitude limitada e dar espaço a um novo estado de equilíbrio que, por sua vez, pode se tornar instável devido a novas perturbações e se desenvolver, incessantemente, para novos estados de equilíbrio. Para essa situação, o escoamento pode se tornar uma superposição de várias perturbações não-lineares com fases semi-aleatórias, um estado caótico que é comumente nomeado de turbulento. Um escoamento turbulento na asa de um avião, por exemplo, aumenta o arrasto de atrito e gera ruído devido ao espalhamento acústico no bordo de fuga. Escoamentos turbulentos em canais levam à melhor mistura dos fluidos em um trocador de calor mas também necessitam de bombas com maior potência para movimentar o fluido.

O propósito desta pesquisa é de estudar, através da solução da equação de Orr-Sommerfeld via métodos numéricos, os parâmetros que tornam um escoamento instável. Acredita-se que, com um estudo mais aprofundado na área, seja possível se obter uma melhor compreensão sobre as instabilidades hidrodinâmicas de escoamentos.

Resultados e Discussão

Inicialmente, uma ferramenta computacional foi desenvolvida utilizando o método espectral e seus resultados validados com os disponíveis na literatura. Então, o código foi adaptado para diferenças finitas de qualquer ordem de precisão. Notou-se que o tempo computacional gasto para este segundo método é significativamente mais alto do que quando utilizado o espectral. Isso ocorre, pois, para garantir uma acurácia aceitável, são necessários inúmeros pontos de malha, conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1. Comparação dos autovalores obtidos para o escoamento de Poiseuille.

	Autovalor mais instável
Orszag (1971) - 50 polinômios de Chebyshev	$0.23752649 + 0.003739676i$
Diferenças finitas $O(\Delta x^4)$ - 500 pontos de malha	$0.23537778 + 0.003678950i$
Diferenças finitas $O(\Delta x^4)$ - 3000 pontos de malha	$0.23716239 + 0.003737274i$
Método espectral - 50 polinômios de Chebyshev	$0.23752649 + 0.003739676i$

Além de uma comparação de valores calculados dos autovalores mais instáveis para cada combinação específica de número de Reynolds e número de onda, a ferramenta computacional também permite uma varredura em diferentes valores destes dois parâmetros para obter a curva neutra de estabilidade, como mostrada na Figura 1. Esta curva é importante pois expõe os valores combinados de Reynolds e número de onda que tornam um escoamento instável.

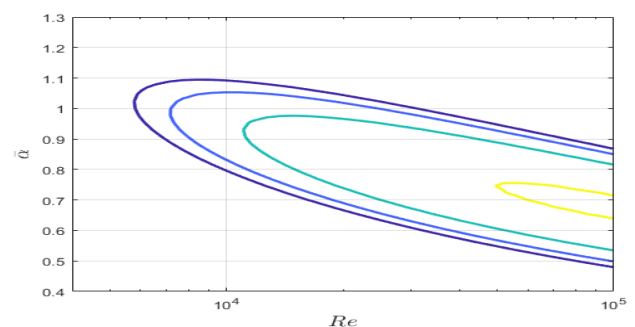


Figura 1. Curva neutra de estabilidade para o escoamento de Poiseuille.

Embora apenas estejam expostos os resultados obtidos para o escoamento de Poiseuille, a ferramenta computacional também é capaz de gerar os mesmos resultados e gráficos para a equação de Falkner-Skan que modela escoamentos em camadas limite com gradientes de pressão, similares àquelas encontradas em asas de aviões.

Conclusões

Os valores obtidos através da ferramenta numérica concordam com aqueles observados na literatura. Com isto, todos os objetivos propostos no início desta pesquisa foram alcançados.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, William Wolf, por todo o conhecimento e ao CNPq pela bolsa concedida. Também agradeço à minha mãe, ao meu pai, à Leticia e à Sif, meus fiéis e inseparáveis companheiros.

¹ ORSZAG, Steven A. *Accurate solution of the Orr-Sommerfeld stability equation*. 1971

² KUNDU, Pijush K.; COHEN, Ira M.; DOWLING, David R. *Fluid Mechanics - 6th ed.* Amster-dam: Elsevier: Academic Press, c2016.