



A Matemática de um Bit Quântico

Geovana N. Gozi*, Bianca A. F. Hofstatter*, Karen L. A. Andrade*, Marcelo de Oliveira Terra Cunha.

Resumo

Nesse projeto, o nosso objetivo é apresentar os principais elementos da Mecânica Quântica através do seu sistema mais simples, o sistema de dois níveis.

Palavras-chave:

Probabilidade, testes, qbits.

Introdução

O que é um Bit Quântico? É um sistema que necessita da ideia de superposições para que seus estados sejam descritos, para isso precisaremos da Álgebra Linear, que é a área da matemática que nos permite tratar adequadamente dessas superposições.

Resultados e Discussão

• O estado de um qbit é um vetor unitário em seu espaço de estados $E = \mathbb{C}^2$.

Em geral, utilizamos a base formada pelos vetores $|0\rangle = (1,0)$ e $|1\rangle = (0,1)$. Assim, um estado para o Bit Quântico pode ser descrito na forma

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Em que $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ para que $|\varphi\rangle$ seja um vetor unitário.

Mas também podemos usar a base ortonormal $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ e $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$. Dessa forma seu estado seria dado por

$$|\psi\rangle = \delta|+\rangle + \gamma|-\rangle$$

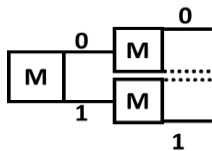
E para que $|\psi\rangle$ tenha norma 1, exigimos que $|\delta|^2 + |\gamma|^2 = 1$.

• Previsões

Se o estado do sistema é $|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, a medição $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ resulta:

- 0 com probabilidade $|\alpha|^2$
- 1 com probabilidade $|\beta|^2$

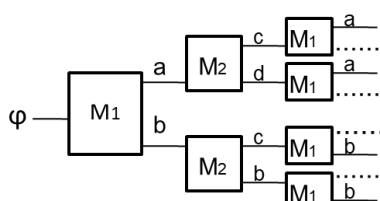
• Repetibilidade de testes



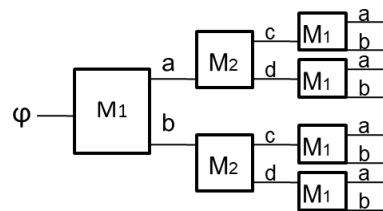
Se um teste é realizado e dele se obtém um resultado, repetições desse mesmo teste no mesmo sistema confirmarão a resposta obtida.

• Testes Compatíveis e Incompatíveis

→ Testes Compatíveis



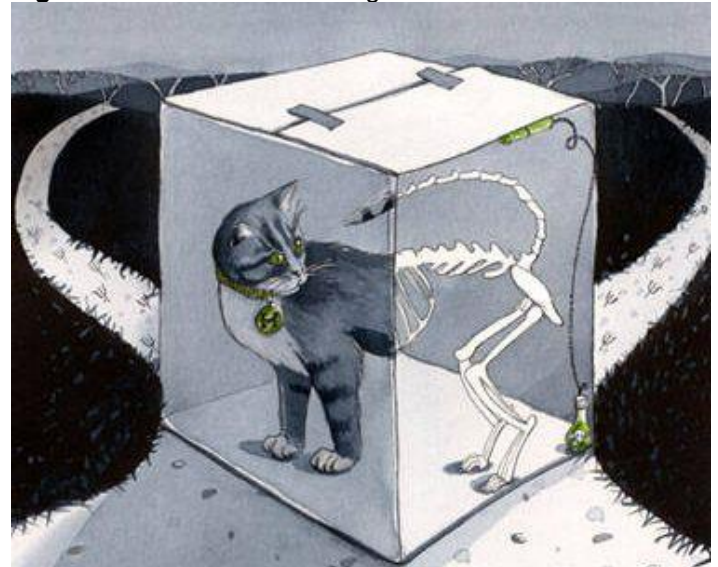
→ Testes Incompatíveis



Com $M_1 = \{|a\rangle, |b\rangle\}$ e $M_2 = \{|c\rangle, |d\rangle\}$

Se, independentemente da resposta da aplicação do teste M_2 , a segunda aplicação do teste M_1 for igual a primeira dizemos que os testes M_1 e M_2 são compatíveis, mas caso haja uma probabilidade diferente de zero de obter um resultado diferente na segunda aplicação de M_1 , dizemos que esses testes são incompatíveis.

Figura 1. O Gato de Schrödinger.



Pinterest.com

Conclusões

A teoria quântica é uma teoria probabilística, ou seja, ela nos dá probabilidades, mas não um resultado exato.

Agradecimentos

Agradecemos ao nosso orientador Marcelo Terra Cunha pelo apoio na construção dos saberes necessários para o desenvolvimento desse projeto.

AMARAL, B.; TERRA CUNHA, M. O Bit Quântico: A matemática necessária para descrever o sistema quântico mais simples que existe. Rio de Janeiro: IMPA/UFRRJ, 2017. p. 122.