



Estudo sobre técnicas simples de processamento de sinais

Thiago Henrique de Camargo J.^{1,2}, Gabriela Castellano^{1,2}

¹Grupo de Neurofísica, IFGW, UNICAMP

²Brazilian Institute of Neuroscience and Neurotechnology (BRAINN)

1. Introdução

Atualmente a maioria dos sinais que se medem são digitais, isto é, são armazenados em um computador na forma de valores discretos que correspondem a pontos (instantes) discretos no tempo. Esses sinais podem representar desde medidas médicas como os sinais de um eletroencefalograma ou eletrocardiograma, até medidas de temperatura de um dado procedimento industrial, entre outros. Muitas vezes, é necessário processar esses sinais, ou seja, aplicar operações neles que permitam eliminar ruído e/ou artefatos, ou extrair informações relevantes. O objetivo desta pesquisa foi o estudo de operações simples de processamento de sinais digitais, mais especificamente, métodos de filtragem utilizando a transformada de Fourier (FT). Para isso, foi estudada a FT, assim como filtros simples aplicados a sinais sintéticos no domínio de Fourier. Também foram analisados os efeitos da filtragem nos referidos sinais.

2. Materiais e métodos

Os sinais estudados foram manipulados utilizando principalmente o *software* Matlab¹. Os sinais sintéticos utilizados neste trabalho foram gerados no próprio Matlab, e consistiram de uma função retangular, uma função triangular e uma sequência de funções retangulares (onda quadrada). A esses sinais, que são mostrados na Figura 1, foi designada a frequência de amostragem de 2 Hz, de modo que, em decorrência do Teorema de Nyquist, a frequência máxima (positiva e negativa) a ser considerada na *Fast Fourier Transform* (FFT) — deve ser 1 Hz.

Para realizar a filtragem dos sinais, foi utilizada a Transformada de Fourier (FT), ou, mais especificamente, o algoritmo FFT. A FT é um método matemático capaz de transferir sinais do domínio do tempo para o domínio da frequência; também permite a transferência inversa, do domínio da frequência para o do tempo. Por permitir essa movimentação entre os domínios, a FT pode ser utilizada para a análise de sinais, permitindo que sejam feitas alterações em um domínio para melhorar o sinal no outro (como os processos de filtragem)^[1]. A realização dessas filtrações, porém, depende de como o sinal está representado.

¹ <https://www.mathworks.com>

A representação de um sinal de maneira analógica requer o uso da FT contínua, que tem como retorno a representação do sinal no domínio da frequência como uma função contínua. Esse tipo de operação, envolvendo limites que tendem ao infinito — premissa para a interpretação da FT, que considera um sinal não periódico como periódico, mas com período tendendo a infinito — pode ser aproximado pelo computador utilizando uma versão amostrada do sinal e o algoritmo FFT.

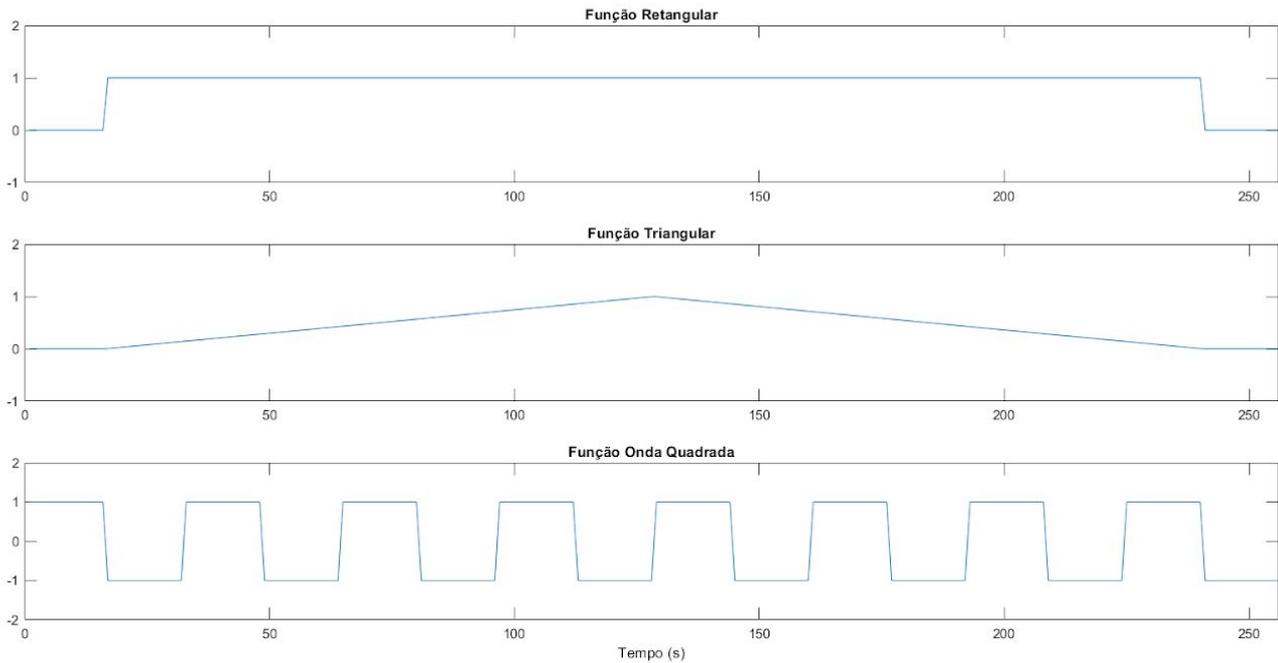


Figura 1: Sinais sintéticos gerados no Matlab. A função triangular foi gerada com o auxílio da função “triang” disponível no software. Foi considerado, para a frequência dos sinais, o valor de um segundo a cada dois pontos (2 Hz de taxa de amostragem).

O algoritmo FFT aplica ao sinal a FT com tempo discreto (Eq. 1), transferindo-o para o domínio da frequência. Nesta abordagem, o sinal é entendido, teoricamente, como analógico, mas o tempo é amostrado digitalmente^[1]. Uma vez no domínio da frequência, é possível que se reduza a presença de certas frequências no sinal aplicando uma função de filtragem. A convolução entre duas funções, no domínio do tempo, pode ser realizada como uma simples multiplicação de funções no domínio da frequência (a função retornada pela FFT e a função de filtragem) – este é o chamado Teorema da Convolução. Após a aplicação do filtro, é aplicada a transformada inversa (Eq. 2) para voltar o sinal ao domínio do tempo.

$$X[m] = \sum_{n=1}^N x[n] e^{-\frac{j2\pi mn}{N}}, m = 1, 2, 3, \dots, M \quad (1)$$

$$X[n] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x[m] e^{\frac{j2\pi mn}{N}}, m = 1, 2, 3, \dots, M \quad (2)$$

Os filtros utilizados foram três:

- Passa-alta, em que só as frequências com um valor superior a um dado limite são mantidas no espectro de Fourier, e as demais são diminuídas ou eliminadas.
- Passa-baixa, inverso do passa-alta, mantém as frequências inferiores a certo limite e suaviza/elimina as demais.

- Passa-banda é um filtro que mantém apenas as frequências que correspondem a uma faixa (e.g. 30–50Hz).

3. Resultados e discussão

O algoritmo da FFT gera um vetor com elementos complexos, dispondo em cada posição os resultados da aplicação da FT discreta ao sinal de entrada (no domínio do tempo). O vetor retornado pela função dispõe as frequências positivas nas primeiras posições e as negativas logo depois. Para dispor as frequências negativas primeiro — o que é mais intuitivo para se trabalhar — é possível utilizar a função “fftshift”, aplicar as alterações desejadas no vetor e, depois, retorná-lo para o formato original com “ifftshift”.

No domínio da frequência, cada ponto no espectro de Fourier condiz com uma frequência do sinal. Fazer alterações neste domínio — como suprimir uma determinada frequência - trará mudanças para o domínio do tempo: a frequência suprimida não seria representada no sinal.

Multiplicando-se a parte central do espectro (Figura 2) por uma função de filtragem passa-baixa (Figura 3) em que somente as frequências no intervalo $[-0.4, 0.4]$ Hz aparecerão no sinal filtrado, o resultado obtido é mostrado nas Figuras 4 (resultado no domínio da frequência) e 5 (resultado no domínio do tempo).

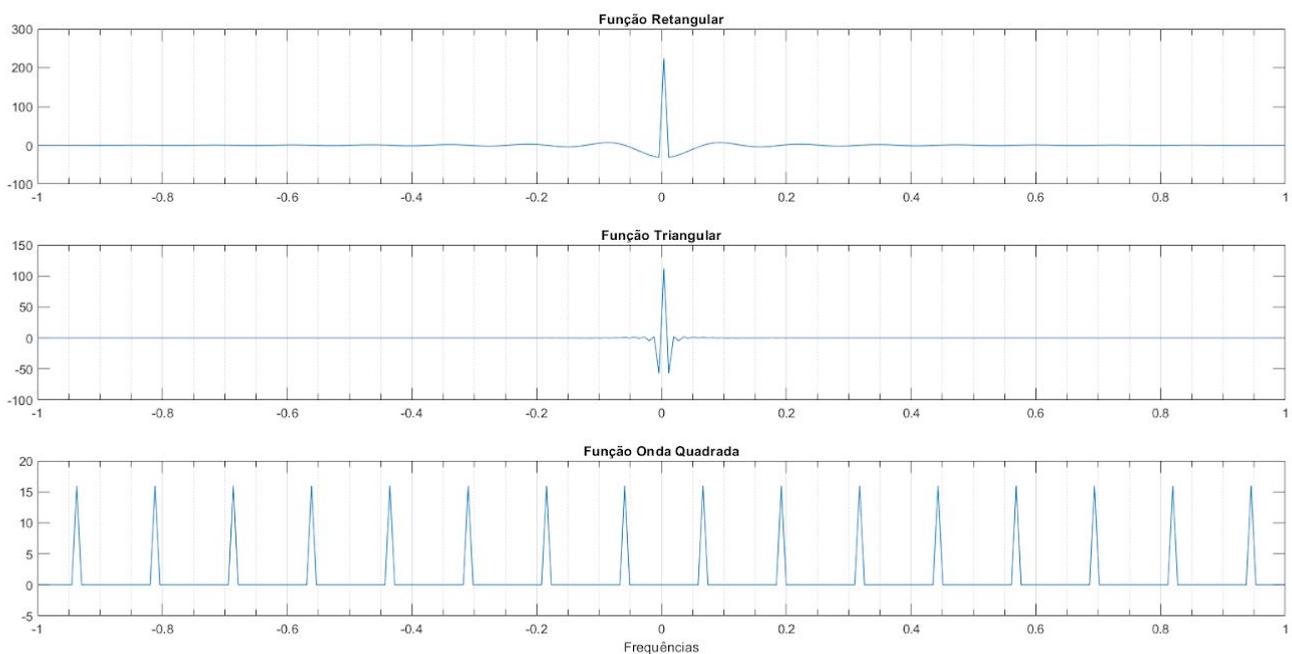


Figura 2: Resultado (valores reais) da aplicação do algoritmo FFT em conjunto com a função “fftshift” aos sinais na Figura 1. Para representar as frequências foi utilizada a função “linspace(a,b,n)” que retorna um vetor de n ($= 256$) pontos com valores dentro de um intervalo abrangendo de a ($= -1$) a b ($= 1$) linearmente espaçados.

Se o mesmo formato de função estivesse a englobar os valores que se encontram nas extremidades do vetor, um filtro passa-alta estaria sendo aplicado ao sinal, e os valores observados no domínio do tempo seriam aqueles correspondentes aos das frequências mais altas (mais distantes de zero). Outro filtro que pode ser aplicado é o filtro passa-banda, em que a função suaviza/elimina todas as frequências que não estivessem dentro de um certo intervalo. Deste modo, é possível notar que uma mesma função pode servir para três métodos de filtragem.

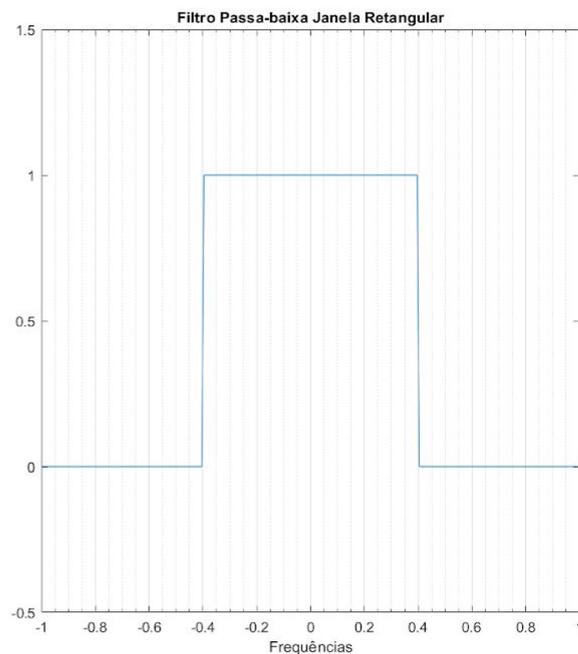
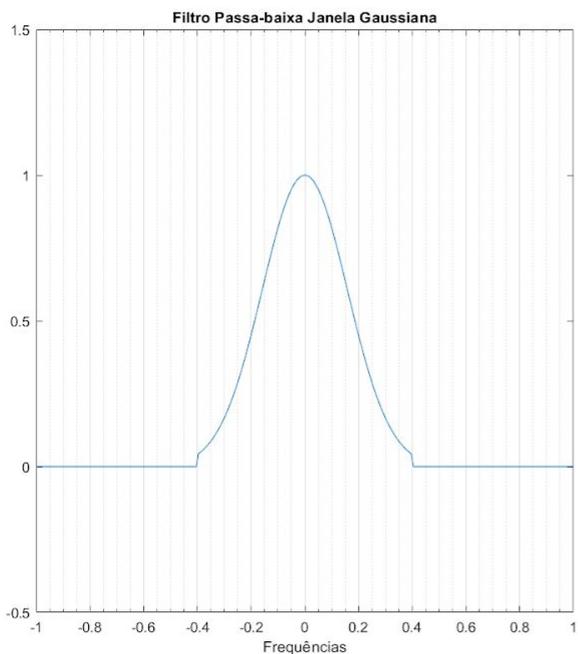


Figura 3: *Filtros passa-baixa Janela Gaussiana e Retangular englobando o intervalo de frequências [-0.4,0.4] Hz dos espectros na Figura 2.*

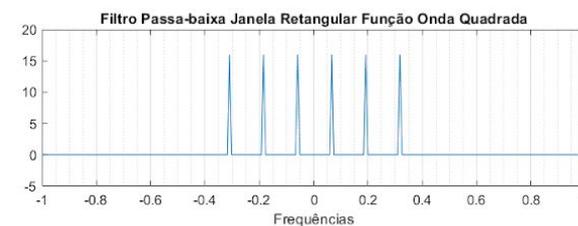
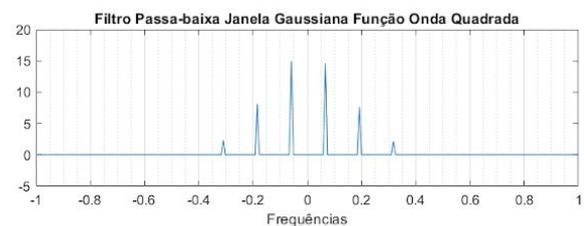
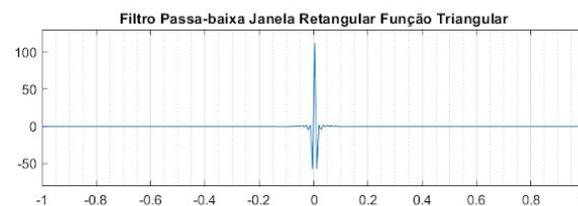
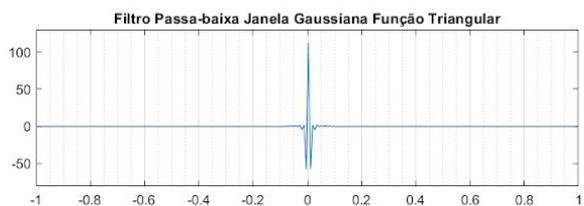
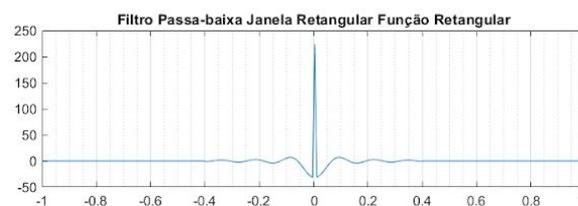
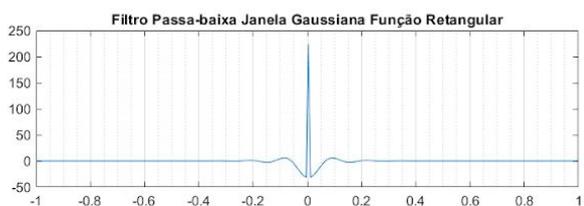


Figura 4: *Resultado no domínio das frequências (valores reais) da multiplicação dos filtros na Figura 3 pelos espectros na Figura 2.*

Olhando para a Figura 4, vemos que, de fato, ao aplicar os filtros passa-baixa, o que ocorreu foi que somente a parte central dos espectros mostrados na Figura 2 permaneceram, e as demais frequências foram eliminadas (no caso da Janela Retangular) e/ou suavizadas (no caso da Janela Gaussiana).

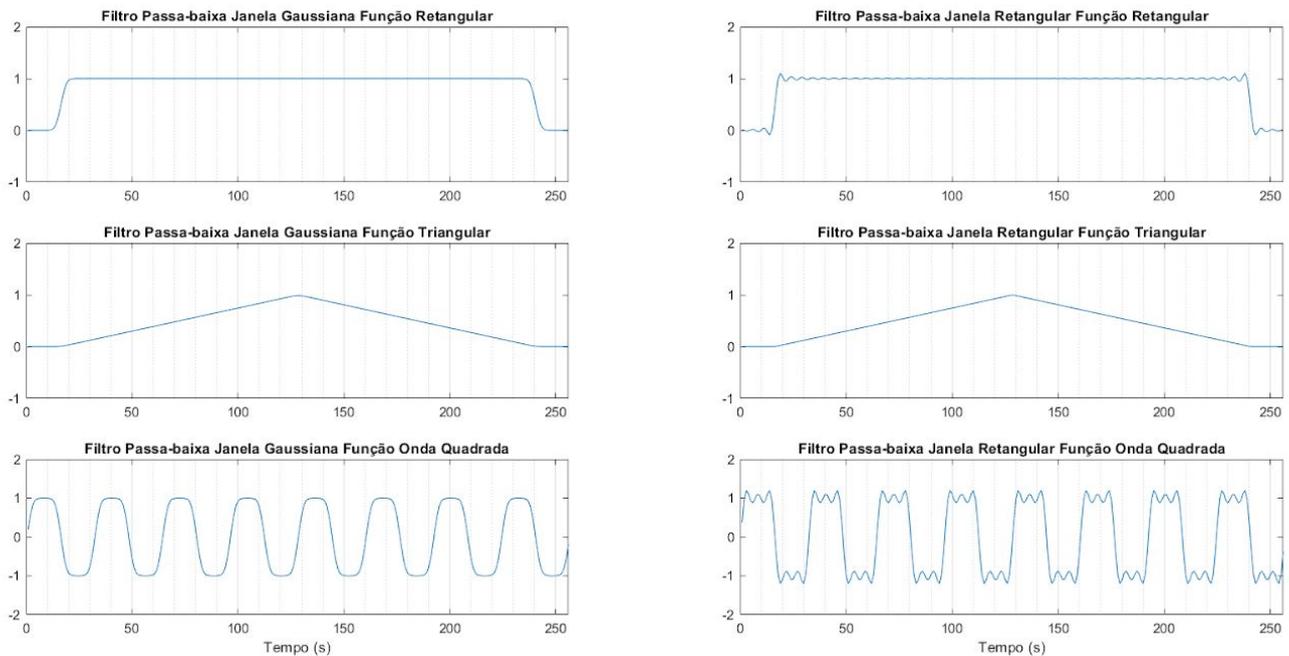


Figura 5: Resultado no domínio do tempo (valores reais) da aplicação dos filtros aos sinais.

Na Figura 5, é possível ver a diferença, no domínio do tempo, entre a aplicação dos diferentes filtros. Os sinais filtrados com a Janela Gaussiana resultaram, no domínio do tempo, em uma versão “suavizada” dos sinais originais. De fato, essa é a função de filtros passa-baixa: suavizar os sinais. Já a Janela Retangular, embora também seja um filtro passa-baixa e tenha suavizado um pouco os sinais originais, apresenta umas “ondinhas” nos sinais filtrados. Estes artefatos são conhecidos como anéis de Gibbs, e ocorrem porque a FT da Janela Retangular é uma função sinc. Como, ao realizar uma multiplicação no domínio da frequência, estamos, na verdade, realizando uma convolução no domínio do tempo, a aplicação do filtro retangular resultou numa convolução com um sinc, que é o que produz essas “ondinhas”. Isso não ocorre com a Janela Gaussiana, pois sua FT é outra função gaussiana.

4. Conclusão

O principal objetivo deste trabalho foi estudar métodos básicos de processamento de sinais digitais, em particular, a filtragem realizada no domínio da frequência. Para isso, foram implementados sinais sintéticos e filtros no Matlab, e a filtragem foi feita por meio da multiplicação ponto a ponto do vetor filtro gerado pela FT do sinal, que depois foi transformado de volta para o domínio do tempo via a FT inversa, para poder avaliar os efeitos da filtragem. Pode-se notar que o filtro gaussiano passa-baixa produziu uma versão suavizada dos sinais originais enquanto o filtro retangular apresentou artefatos na suavização. Os próximos passos deste trabalho serão a aplicação destes filtros a sinais reais.

5. Referências

[1] SEMMLow, J. Signals and Systems for Bioengineers. Signals Syst. Bioeng., p. 81–129, 2012.