



## ESTUDO DE SENSORES INERCIAIS E ATUADORES PARA APLICAÇÃO EM UM QUADRICÓPTERO

Aluna: **Gabriela Bittencourt - RA: 172599**

Orientador: **Prof. Dr. J. F. Camino**

### 1 Resumo e Objetivos

Esta pesquisa teve como objetivo principal caracterizar os sensores inerciais e os atuadores comumente utilizados em navegação autônoma de quadricópteros. Para a navegação segura e confiável do quadricóptero é preciso que os instrumentos utilizados estejam devidamente caracterizados e calibrados. Com o objetivo de permitir essa calibração, foram realizadas nesta pesquisa: a modelagem matemática e a simulação dos motores, do acelerômetro e do giroscópio. Também foi realizado um estudo da comunicação entre: os motores e o microcontrolador Arduino, comumente utilizado para controlar quadricópteros, e a comunicação entre o Arduino e uma unidade de medida inercial (IMU), que contém o acelerômetro e o giroscópio.

### 2 Introdução

O quadricóptero é um veículo aéreo não tripulado de baixo custo capaz de se deslocar e rotacionar em qualquer direção, devido a 4 motores que atuam simultaneamente. Por isso, esse veículo é amplamente utilizado em diversas aplicações práticas. Técnicas de controle para navegação autônoma de um quadricóptero geralmente utilizam as doze variáveis de estado [Bonna, 2016], que descrevem o comportamento dinâmico do sistema. Essas variáveis podem ser estimadas ou medidas diretamente através de sensores. As medidas inerciais que podem ser obtidas diretamente são: aceleração linear, dada pelo acelerômetro e velocidade angular, dada pelo giroscópio.

Para a implementação da lei de controle é necessário que os sensores inerciais estejam devidamente calibrados. O processo de calibração depende da modelagem matemática dos sensores utilizados. Assim, durante essa pesquisa foi necessário estudar os modelos que descrevem o comportamento dinâmico do acelerômetro e do giroscópio. Também foi estudado o comportamento dinâmico dos motores.

Como os quadricópteros geralmente são controlados por microcontroladores, também foi investigada a forma de se realizar a comunicação entre um microcontrolador Arduino e uma IMU, e a comunicação entre o Arduino e os motores.

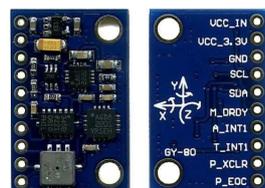
### 3 Descrição da pesquisa

Os materiais utilizados nessa pesquisa são apresentados na Figura 1.

A placa de prototipagem Arduino DUE, apresentada na Figura 1a, possui um microcontrolador e uma ampla biblioteca de ferramentas computacionais. A IMU, apresentada na Figura 1b, é uma placa de 10 graus de liberdade, modelo GY-80, que contém, entre outros, os sensores: um acelerômetro (ADXL345) e um giroscópio (L3G4200D). Os atuadores são formados por um motor sem escovas (do inglês, *brushless*), apresentado na Figura 1c e por um controlados de velocidade eletrônico, *ESC*, apresentado na Figura 1d.



(a) Arduino DUE.



(b) IMU modelo GY-80.



(c) Motor *brushless*.



(d) Controlador de velocidade Eletrônico.

Figura 1: Materiais utilizados na pesquisa.



Essa pesquisa foi dividida em três etapas: estudo da comunicação; modelagem dos sensores; modelagem dos atuadores. As atividades realizadas em cada etapa estão descritas abaixo:

### 3.1 Comunicação

Realizou-se um estudo sobre os protocolos de comunicação a serem utilizados. A comunicação entre a IMU e o Arduino é realizada através do protocolo de comunicação denominado “Circuito inter-integrado” (I2C). A comunicação entre os atuadores e o Arduino é realizada através do envio de dados por modulação de largura de pulso (PWM).

A comunicação com o Matlab é realizada através do protocolo de comunicação “Universal Serial Bus” (USB), ou os códigos em Matlab são convertidos em códigos em linguagem C/C++ e compilados diretamente para microcontrolador do Arduino. Devido a essa segunda opção do Matlab, o foco da pesquisa foi a comunicação da IMU com o Arduino, usando o protocolo I2C, e na comunicação entre os atuadores e o Arduino, usando o protocolo PWM.

### 3.2 Sensores

Foi realizado um estudo dos sensores, iniciando-se pelo modelamento matemático do acelerômetro e do giroscópio. Ambos sensores são compostos por uma massa de prova acoplada a uma estrutura por barras flexíveis, permitindo o movimento linear, paralelo ao eixo de medição no acelerômetro e perpendicular ao eixo de medição no giroscópio. Para ambos sensores, a parte mecânica pode ser representada por um sistema de dois graus de liberdade. Além disso, a parte elétrica dos sensores é composta de um filtro e de um circuito de codificação de sinais do tipo conversor analógico para digital. Esses sinais digitais são adquiridos usando-se o Arduino através da comunicação I2C.

### 3.3 Atuadores

Realizou-se uma pesquisa sobre o funcionamento dos motores. O levantamento das curvas de empuxo do motor são importantes para se traçar uma linha de tendência entre o *duty-cycle* fornecido ao ESC e o torque gerado pelas hélices do motor.

## 4 Resultados Obtidos

### 4.1 Comunicação

#### 4.1.1 Protocolo de comunicação I2C: Sensores e Arduino

O protocolo de comunicação utilizado pelos sensores, *circuito inter-integrado*, se baseia em uma comunicação síncrona em que se tem um dispositivo “MASTER” e um dispositivo “SLAVE”.

Para a implementação do código a ser executado no Arduino DUE, utilizou-se a biblioteca em C++ oficial do Arduino, denominada “Wire”. O Arduino DUE atua como MASTER enquanto o acelerômetro e o giroscópio presentes na IMU GY-80 (Figura 1b) atuam como SLAVE. A biblioteca “Wire” foi utilizada para a comunicação I2C e a biblioteca “Serial” foi utilizada para a verificação do código.

#### 4.1.2 Comunicação por PWM: Atuadores e Arduino

Os atuadores são conectados a um controlador de velocidade ESC, apresentado na Figura 1d. O controlador ESC pode ser comandado através de modulação por largura de pulso - PWM. O Arduino envia um sinal PWM de forma que o ESC controle o motor interpretando o sinal PWM através de um mapeamento para de 0 a 100% da velocidade possível do motor.

### 4.2 Modelagem Matemática dos Sensores

#### 4.2.1 Modelagem Matemática do Acelerômetro

O acelerômetro MEMS modelo ADXL345, utilizado nessa pesquisa, possui 3 eixos de medição ( $x, y, z$ ). Através da análise do modelo do acelerômetro descrita por Ana [2009], Lee [2011], Grigorie [2008], pode-se definir a



parte mecânica do sensor através da função de transferência  $H_m$ , para cada eixo de medição:

$$H_m(s) = \frac{X(s)}{A_s(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{b}{m}s + \left(\frac{k}{m} - \frac{A\varepsilon_0 V^2}{m d_0^3}\right)} \quad (1)$$

em que  $m$ ,  $b$  e  $k$  são, respectivamente, a massa, o amortecimento e a rigidez internos do acelerômetro [Ana, 2009];  $A$  e  $d_0$  são, respectivamente, a área e a distância inicial de placas capacitivas internas ao acelerômetro [Grigorie, 2008];  $\varepsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} C^2 N^{-1} m^{-2}$  é a constante de permissividade do vácuo;  $X(s)$  é o deslocamento relativo, na frequência, da massa de prova e a estrutura do acelerômetro; e  $A_s(s)$  é a aceleração, na frequência, do corpo estudado.

Pelo teorema do valor final, para um entrada do tipo degrau na aceleração  $a_s(t)$  tem-se que o valor em regime da posição  $x(t) = \frac{m}{k - \frac{A\varepsilon_0 V^2}{d_0^3}} = \beta$ . A relação entre os valores assintóticos em regime permanente ( $x_r < \infty$ ) e ( $a_{s_r} < \infty$ ) é  $x_r = \beta a_{s_r}$ .

Foi realizada uma simulação numérica, da função de transferência  $H_m(s)$ , apresentada na Equação (1), em Matlab para analisar o comportamento do sensor quando sujeito a uma entrada de aceleração degrau. Para essa simulação, utilizou-se os valores apresentados na Tabela 1. O resultado da simulação é apresentado na Figura 2.

Parâmetro		Valor
$m$	Massa (mg)	8,2
$b$	Amortecimento viscoso (Ns/m)	0,1728
$k$	Rigidez (N/m)	83,3
$d_0$	Distância inicial ( $\mu\text{m}$ )	10
$A$	Área das placas ( $\text{mm}^2$ )	12
$V_0$	Tensão de entrada (V)	0,5

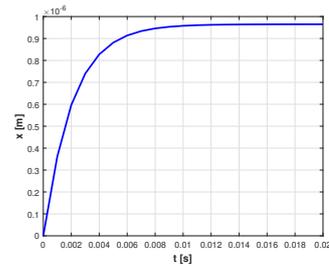


Tabela 1: Parâmetros do acelerômetro [Grigorie, 2008].

Figura 2: Deslocamento relativo entre as estruturas ( $x$ ) para uma entrada de aceleração degrau.

Observa-se na Figura 2 que, em regime estacionário, o deslocamento da massa de prova em relação à estrutura ( $x_r$ ) tende a  $x_r = 0,98 \cdot 10^{-4} \text{m}$  para uma entrada de aceleração degrau, conforme o previsto. Com isso, conclui-se que o deslocamento da massa de prova é proporcional à aceleração no regime estacionário.

Analizou-se também a estrutura elétrica do acelerômetro, tomando-se como referência Grigorie [2008], pode-se que concluir que a função de transferência geral do acelerômetro pode ser descrita por:

$$H(s) = \frac{V_f(s)}{A_s(s)} = \gamma \cdot H_m(s) \quad (2)$$

em que  $V_f(s)$  é a tensão de saída do circuito elétrico e  $A_s(s)$  a aceleração do corpo. E  $\gamma$  é uma constante calculada a partir das características elétricas intrínsecas ao acelerômetro:  $\gamma = \frac{2}{\pi} k_a k_A \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r A V_i}{C_4 d_0^2}$ , em que as variáveis são indicadas na Tabela 2. A tensão de saída no regime estacionário é  $v_{f_r} = \gamma \beta a_{s_r}$ .

Parâmetro		Valor
$k_A$	Constante do circuito	1,56
$k_a$	Constante do circuito	-10
$\varepsilon_r$	Permissividade do meio	1
$C_4$	Capacitância (pF)	22

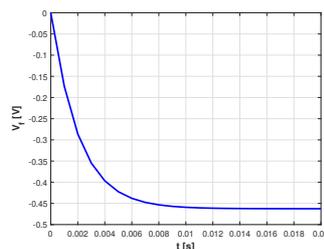


Tabela 2: Valores dos parâmetros do acelerômetro [Grigorie, 2008].

Figura 3: Tensão de saída ( $v_f$ ) para uma entrada de aceleração degrau.



Utilizando-se os valores apresentados na Tabela 1 e os valores apresentados na Tabela 2 foi realizada uma simulação numérica da função de transferência  $H(s)$ , apresentada na Figura 3.

A tensão de regime estacionário a partir dos dados apresentados é:  $v_{f_r} = -0,4626V$ . Analisando-se o gráfico da Figura 3, conclui-se que a tensão final do acelerômetro simulado pode ser aproximado para uma proporção da aceleração para frequências de vibração mecânica da massa de até  $f = 50Hz$ .

#### 4.2.2 Modelagem Matemática do Giroscópio

O princípio de operação fundamental de um giroscópio vibratório linear MEMS, modelo L3G4200D, baseia-se em um oscilador que gera e mantém um momento linear ortogonal constante e na velocidade angular instantânea da massa de prova [Acar and Shkel, 2009]. A estrutura mecânica do giroscópio é muito parecida com a do acelerômetro, porém cada eixo de medição possui **duas** massas acopladas a uma estrutura. Cada uma das massas ( $m$ ) oscila com uma velocidade linear ( $\vec{v}_L$ ), na mesma direção porém em sentidos opostos, perpendicular ao eixo que está sendo medido, como representado na Figura 4.

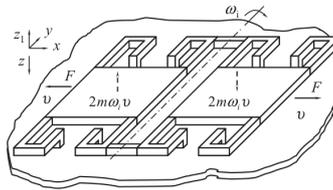


Figura 4: Representação do modelo de um giroscópio [Lee, 2011].

O sensor giroscópio é baseado no princípio de Coriolis [Acar and Shkel, 2009]. A força de Coriolis é uma força inercial que, por ser resultado do produto vetorial da velocidade angular  $\vec{\omega}_i$  com a velocidade relativa  $\vec{v}$ ,  $\vec{F}_{cor} = 2m\vec{\omega}_i \times \vec{v}$ , em que  $\vec{F}_{cor}$  é perpendicular às duas velocidades [Persson, 2005].

Analogamente ao acelerômetro, a aceleração de Coriolis ( $\vec{a}_{cor} = \vec{F}_{cor}/m$ ) é medida através da alteração de capacitância dos capacitores de placas paralelas [Acar and Shkel, 2009]. Idealmente o modelo dinâmico do giroscópio seria simulado numericamente, porém não houve tempo hábil para a realização dessa etapa.

#### 4.3 Modelagem Matemática dos Atuadores

Para fins de simulação, foi estudado o princípio físico de funcionamento de motores de correntes contínuas com escovas, com fluxo magnético constante ( $K_m$  e  $K_b$ ). Tem-se que o torque do motor é  $\tau_m = K_m i_a(t)$  e a força contra-eletromotriz é  $V_b = K_b \dot{\theta}_m$ , em que  $i_a(t)$  é a corrente no motor e  $\dot{\theta}_m$  é a velocidade angular do rotor. O circuito RL do motor, pode ser descrito como:  $L \frac{di_a(t)}{dt} + Ri_a(t) = V(t) - V_b$ . O eixo do motor está conectado a uma carga de inércia  $J$  e está sujeito a ação de um atrito viscoso  $b$ , a equação de movimento é dada por:  $J\ddot{\theta}_m + b\dot{\theta}_m = \tau_m$ .

Assim, obtém-se as funções de transferência:

$$H_1(s) = \frac{W(s)}{V(s)} = \frac{K_m}{JLs^2 + (JR + Lb)s + bR + K_m k_b} \quad (3)$$

$$H_2(s) = \frac{I_a(s)}{V(s)} = \frac{Js + b}{JLs^2 + (JR + Lb)s + bR + K_m k_b} \quad (4)$$

Através do teorema do valor final [Ogata, 2011], tem-se que para uma entrada de tensão degrau de amplitude  $V_0 = 1V$ ,  $w(\infty) = V_0 \frac{K_m}{bR + K_m k_b}$ , e  $i_a(\infty) = V_0 \frac{b}{bR + K_m k_b} = 0$ . Substituindo os valores da Tabela 3, obtém-se  $w(\infty) = 6,667rad/s$ .

As respostas dinâmicas do sistema foram simuladas numericamente utilizando os valores apresentados na Tabela 3, retirados de Pot and Camino [2018]. E os resultados são apresentados na Figura 5.



Parâmetro		Valor
$J$	Momento de inércia ( $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	0,0007
$R$	Resistência ( $\Omega$ )	0,34
$L$	Indutância (H)	0,015
$K_b$	Constante elétrica ( $\text{V} \cdot \text{s}$ )	0,15
$K_m$	Constante de torque ( $\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}}$ )	0,15
$b$	Coefficiente de amortecimento viscoso ( $\frac{\text{N}}{\text{rad}}$ )	0

Tabela 3: Valores dos parâmetros do motor.

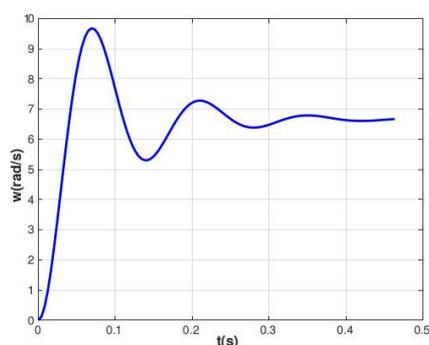
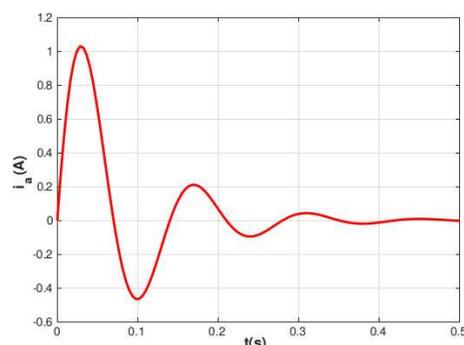
(a) Velocidade  $w(t)$ .(b) Corrente elétrica  $i_a(t)$ .

Figura 5: Simulação numérica das funções de transferência dadas por Eq. (3) e Eq. (4).

Os valores para regime estacionário encontrado nas simulações numéricas foram:  $w_r = 6,667\text{rad/s}$  e  $i_a = 0\text{A}$ , conforme o esperado.

## Referências

- C. Acar and A. Shkel. *MEMS vibratory gyroscopes: structural approaches to improve robustness*. Springer Science & Business Media, 2009.
- Digital Accelerometer Datasheet*. Analog Devices, 2009. Rev.E.
- R. Bonna. Técnicas de controle não linear para o problema de rastreamento de trajetória aplicadas a quadricópteros. Master's thesis, Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 2016.
- T. L. Grigorie. The matlab/simulink modeling and numerical simulation of an analogue capacitive micro-accelerometer. part 2: Closed loop. In *2008 International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design*, pages 115–121, May 2008.
- T. L. Grigorie. The matlab/simulink modeling and numerical simulation of an analogue capacitive micro-accelerometer. part 2: Closed loop. In *2008 International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design*, pages 115–121, May 2008.
- K. B. Lee. *Principles of Microelectromechanical Systems*. John Wiley & Sons, 2011.
- K. Ogata. *Modern Control Engineering*. Pearson Education, 5 edition, 2011.
- A. O. Persson. The coriolis effect: Four centuries of conflict between common sense and mathematics, part i: A history to 1885. *History of Meteorology*, 2:1–24, 2005.
- L. A. M. Pot and J. F. Camino. Projeto e construção de uma bancada de medição de forças e torques que atuam em quadricópteros. In *XXVI Congresso de Iniciação Científica Unicamp*, page 1, Campinas, Brasil, Oct. 2018.