



Energia escura: os primeiros passos para se compreender a física da expansão do universo

Aluno: Lucas Augusto Leardini Siconato; Orientador: Pedro Cunha de Holanda

Resumo

A principal proposta desse projeto era a de fazer uma contribuição ímpar a formação do aluno através do estudo da expansão do universo via a análise de diferentes modelos de energia escura, bem como prover todo o ferramental matemático e físico necessário para isso. Desenvolvemos um estudo completo e aprofundado a cerca de diferentes tópicos da teoria da Relatividade Geral e de Cosmologia que culminaram em um estudo introdutório sobre a energia escura. Os estudos realizados seguiram os livros textos Gravity[Har03], de James Hartle, General Relativity: An Introduction for Physicists[HEL06], de M. P. Hobson e Dark Energy - Theory and Observations[AT10], de Luca Amendola. São também apresentados os resultados dos dois trabalhos numéricos desenvolvidos durante toda a vigência. Em ambos os casos utilizamos os dados de 115 diferentes supernovas do tipo Ia. No primeiro trabalho numérico buscávamos por um valor da constante de Hubble e encontramos $H_0 = 66.3 \pm 0.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. No segundo caso, mudamos a abordagem e buscamos concomitantemente encontrar os valores do par (H_0, Ω_Λ) , sendo este último o parâmetro de densidade associado a energia escura. Nesta análise encontramos $H_0 = 67.8 \pm 3.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e $\Omega_\Lambda = 0.7 \pm 0.1$. Nas duas análises feitas, o valor da constante de Hubble concorda com o valor esperado de $H_0 = 67.66 \pm 0.42 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [AAA+18]. Além disso, o valor de Ω_Λ também concorda com o esperado de $\Omega_\Lambda = 0.6889 \pm 0.0056$ [AAA+18].

Cosmologia é o ramo da Astronomia responsável pelo estudo da origem e evolução do universo essa área possui diversas questões importantíssimas ainda não respondidas. Dentre essas a mais relevante para este trabalho está relacionada com uma das principais descobertas da cosmologia moderna que afirma que o universo não só está se expandido, mas está se expandindo de forma acelerada [PAG+99, RFC+98] haja vista que o conceito de energia escura é introduzido para tentar explicar essa observação.

Hoje, ainda compreende-se muito pouco da natureza da energia escura, sendo este por inumeráveis vezes um assunto mais hipotético que a natureza da matéria escura. E é por essas razões que o presente projeto se destinou a introduzir ao aluno a compreensão de diferentes modelos de energia escura.

1 Um pouco de teoria

Hoje, acredita-se que a geometria (local) do universo seja descrita pela chamada métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, ou FLRW. Tal métrica leva em consideração que i) o universo é homogêneo e isotrópico em largas escalas e ii) que ele está se expandindo. Tal métrica é dada pela seguinte expressão:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (1)$$

Onde temos que ds representa o elemento de linha

da métrica considerada, $a(t)$ representa o chamado fator de escala, t representa o tempo cósmico e (r, θ, ϕ) são as coordenadas comóveis de uma representação polar esférica. O parâmetro k está associado a curvatura do universo já que ela pode ser de três diferentes tipos, assim: $k = 0$ representa um espaço plano, $k = -1$ descreve um espaço com curvatura negativa e $k = 1$ descreve um espaço com a curvatura positiva. A equação 1 possui todas as informações que precisamos saber a respeito da geometria, ou melhor, do espaço(-tempo) do universo.

Além da descrição apresentada aqui, conhecer e compreender as componentes do universo é parte essencial para determinar a sua história e sua evolução. Assim como no modelo cosmológico padrão, assumimos que o nosso universo possui três componentes: a matéria bariônica, a radiação e a energia escura associada a uma constante cosmológica. Sendo cada uma delas caracterizada pelos respectivos parâmetros de densidade dados por:

$$\rho_{m,0}, \rho_{r,0}, \rho_{\Lambda,0} \quad (2)$$

O sub-escrito 0 indica que eles são calculados para o tempo cósmico presente. Embora na forma mostrada tenhamos todas as informações de que precisemos, é comum que na cosmologia adote-se uma representação alternativa, dada por quantidades adimensionais e chamadas de parâmetros de densidade, que são definidos

pela seguinte expressão:

$$\Omega_i(t) \equiv \frac{8\pi G}{3H^2(t)} \rho_i(t) \quad (3)$$

Onde, Ω_i representa o parâmetro de densidade do componente i , G é a constante gravitacional, H é a constante de Hubble e ρ_i é a densidade do componente i . Assim, o universo pode ser completamente descrito pela quádrupla de parâmetros dados por $\{H_0, \Omega_{m,0}, \Omega_{r,0}, \Omega_{\Lambda,0}\}$, uma vez que a partir deles podemos reconstruir boa parte da história do nosso universo e compreendermos a sua evolução e propriedades.

A fim de embasar melhor a afirmação sobre a expansão do universo, é conveniente compreendermos o fenômeno que é chamado de redshift. Quando observamos uma estrela ou galáxia, nos detectamos a radiação eletromagnética emitida por esses objetos. Acontece que quando observamos a radiação emitida por esses objetos celestes, nós verificamos que em geral os comprimentos de ondas medidos neles estão deslocados em relação ao esperado e medidos em laboratório com fontes aqui da Terra. Basicamente, esse efeito é descrito pela quantidade z , definida como:

$$z = \frac{\lambda_{ob} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} \quad (4)$$

Nesta expressão, λ_{ob} é o comprimento de onda medido do espectro recebido do corpo celeste e λ_{em} é o comprimento de onda de mesma origem, mas medido em um laboratório aqui na Terra.

Rigorosamente falando, quando $z < 0$ essa quantidade é chamada de blueshift e quando $z > 0$ é chamada de redshift. Lemaître e principalmente Hubble, estudando galáxias, notaram que existia uma relação entre o redshift e a distância que outras galáxias estão da Terra sendo que, de fato, Hubble chegou a uma relação que hoje é conhecida como lei de Hubble-Lemaître [Hub29], e é dada por:

$$z = \frac{H_0}{c} r \quad (5)$$

Onde, z é o redshift, H_0 a constante de Hubble, c a velocidade da luz e r a distância do objeto celeste observado até a terra. Além disso, interpretando o redshift cosmológico com um tipo de efeito Doppler, podemos reescrever a equação acima como:

$$v = H_0 r \quad (6)$$

na qual v representa a velocidade de recessão do objeto observado.

Fica claro, portanto, que a constante de Hubble é, neste caso, basicamente a constante de proporcionalidade encontrada encontrada nessas duas expressões.

Nos modelos de universo mais robustos, é possível encontrarmos uma relação mais geral entre o redshift e a distância, que é então dada por:

$$\chi(z) = \frac{c}{R_0 H_0} \int_0^z \frac{d\bar{z}}{\sqrt{\Omega_{m,0}(1+\bar{z})^3 + \Omega_{r,0}(1+\bar{z})^4 + \Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{k,0}(1+\bar{z})^2}} \quad (7)$$

Nesta equação χ representa uma coordenada radial, c a velocidade da luz, H_0 a constante de Hubble no tempo presente, R_0 o fator de escala, z o redshift, $\Omega_{m,0}$, o parâmetro densidade de matéria, $\Omega_{r,0}$, o parâmetro densidade de radiação e $\Omega_{\Lambda,0}$ o parâmetro densidade do vácuo, todos calculados no tempo presente.

Para compreendê-la por completo, é necessário que saibamos como calculamos distâncias no contexto cosmológico usando aquilo que é chamado de *standard candles*. Um objeto que é chamado de *standard candles* é basicamente um que tem a sua luminosidade, L inferida por uma propriedade física não relacionada com a distância que ele está de nós e que é, em geral, possuída por todos os objetos de mesma classe. Em especial, se conhecermos a grandeza chamada de magnitude aparente f de um dado objeto, que mede o fluxo de energia desse mesmo objeto quando observado daqui da Terra, podemos usar a lei chamada de inverso ao quadrado para determinar a distância d_L desse objeto até nós, sendo tal lei válida para universos cuja geometria seja plana e estática. Essa lei é dada por:

$$f = \frac{L}{4\pi d_L^2} \quad (8)$$

Obviamente essa lei precisa ser generalizada para os casos em que temos outros tipos de geometria no universo. De forma que podemos, em verdade, escrever a distancia d_L medida utilizando *standard candles* como:

$$d_L = R_0 S(\chi)(1+z) \quad (9)$$

Aqui, d_L é a distância de luminosidade, $S(\chi) = \chi$ representa a coordenada radial, R_0 o fator de escala no tempo presente e z o redshift.

Além deste modo, existem outros que podem ser utilizados para a determinação da distância de objetos celestes até nós. Consideremos portanto, duas novas grandezas chamadas de Magnitude Absoluta, M e de Magnitude aparente, m . Tais grandezas referem-se, respectivamente, a uma escala logarítmica da luminosidade e do fluxo de um objeto celeste. De fato, utilizando-as é possível mostrar a validade da seguinte expressão:

$$\mu \equiv m - M = 5 \log_{10}(d) - 5 \quad (10)$$

Na qual μ é chamada de módulo da distância e d é a distância do objeto até nós (utilizando a unidade

Parsec). É importante sabermos que embora existam mais classes de objetos possíveis de serem utilizados como *standard candles*, as supernovas, particularmente as do tipo Ia são extremamente úteis. Entendemos por supernovas explosões extremamente violentas de certas estrelas cujo o brilho máximo pode se equiparar ao brilho de galáxia inteira. Tipicamente quando uma dessas explosões ocorrem, é possível observar que o seu brilho cresce durante um período de tempo equiparável a algumas semanas chegando então a um certo valor máximo e, posteriormente, começa a decrescer, mas em uma velocidade muito menor, sendo neste caso que a escala de tempo mais adequada para a descrição do fenômeno é a de meses. Dentre todos os tipos de supernovas, as do tipo Ia, são aquelas originárias das estrelas ditas estrelas anãs-brancas, nas quais o remanescente estelar é suportado contra a gravidade por um efeito quântico chamado de pressão de degenerescência do elétron[MRBH07]. As anãs-brancas conseguem existir e suportar a própria gravidade até um limite conhecido como massa de Chandrasekhar, que é dado por $M \approx 1.4M_{\odot}$. Quando uma anã-branca ultrapassa esse valor limite de massa através da acreção de gás ou da absorção de outras estrelas do mesmo tipo, ela colapsa, causando um aumento em sua densidade que será responsável pelo acontecimento de uma reação de fusão nuclear espantosa, causando sua explosão e a origem da supernova.

2 Primeira análise de dados

Em verdade, a constante de Hubble tem um significado mais sutil do que simplesmente uma constante de proporcionalidade. Tal constante expressa o valor da razão entre a taxa de variação no tempo do fator de escala e o próprio fator de escala no tempo presente. Com ela, podemos compreender o quão rápido o universo está se expandindo a diferentes distâncias em relação a um certo ponto no espaço. Nota-se, em vista disso, que a conhecermos é de vital relevância para compreender o funcionamento da expansão do universo.

A fim de computar o valor da constante de Hubble, H_0 utilizamos os dados referentes a 115 supernovas do tipo Ia, com redshifts que variam de $z=0.015$ a $z=1.01$. Essencialmente, de tais dados temos o valor do módulo da distância dessas supernovas, tal como dado pela equação 10 e o redshift z . Dessa forma, é possível descobriremos qual é o valor da distância dada pela luminosidade, d_L , de cada uma delas e assim com o auxílio das equações 9 e 7 podemos encontrar, assumindo um universo plano, a expressão:

$$d_L(z) = (1+z) \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{d\bar{z}}{\sqrt{\Omega_{m,0}(1+\bar{z})^3 + \Omega_{r,0}(1+\bar{z})^4 + \Omega_{\Lambda,0}}} \quad (11)$$

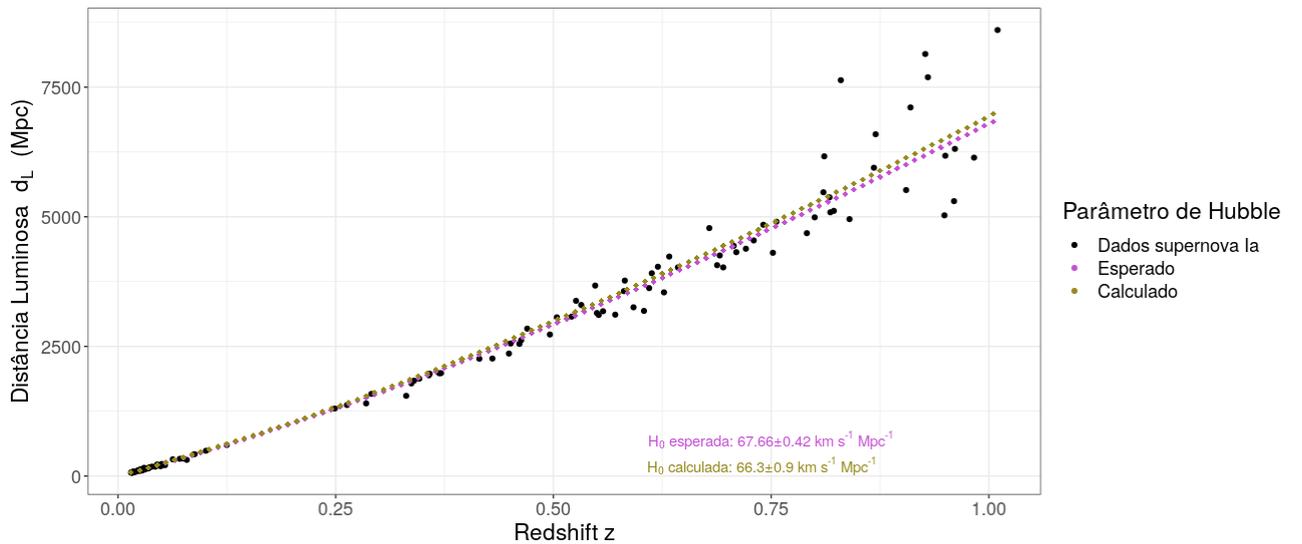


Figura 1: Em preto, dados da distância de luminosidade d_L (Mpc) pelo redshift z das 115 supernovas do tipo Ia utilizados para a obtenção do parâmetro de Hubble. Em roxo e verde, cálculo numérico da expressão 11, sendo ele feito, respectivamente com $H_0 = 67.66 \pm 0.42 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e $H_0 = 66.3 \pm 0.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Os demais parâmetros utilizados foram: $\Omega_{m,0} = 0.3111 \pm 0.0056$, $\Omega_{\Lambda,0} = 0.6889 \pm 0.0056$, $\Omega_{r,0} = 1 - (\Omega_{m,0} + \Omega_{\Lambda,0})$. Além disso, c é a velocidade da luz no vácuo.

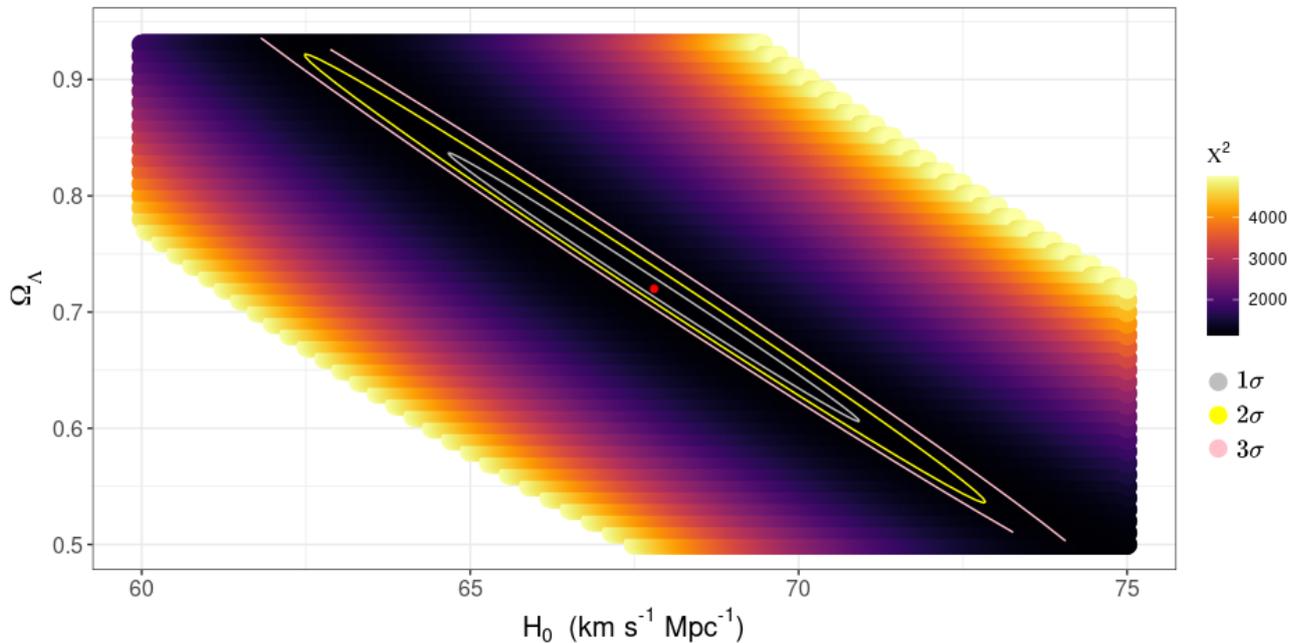


Figura 2: Espaço de fase dos parâmetros procurados: (H_0, Ω_Λ) . Na análise consideramos como possíveis valores os seguintes intervalos: $H_0 \in [60.0, 75.0]$ e $\Omega_\Lambda \in [0.50, 0.99]$, ambos separados por 0.01. Durante a análise, buscamos os valores dos parâmetros que minimizassem χ^2 (c. f. eq. 12). Na escala de cores, temos uma representação dos diferentes valores de χ^2 encontrados. O ponto em vermelho indica os valores do par de parâmetros que minimizam χ^2 , sendo eles dados por $H_0 = 67.8 \pm 3.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e $\Omega_\Lambda = 0.7 \pm 0.1$, ambos em concordância com os valores esperados de $H_0 = 67.66 \pm 0.42 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ [AAA+18] e $\Omega_\Lambda = 0.6889 \pm 0.0056$ [AAA+18]. As elipses presentes nesta figura representam os intervalos de confiança dos parâmetros procurados, sendo elas respectivamente equivalentes aos intervalos de 1σ , 2σ e 3σ , cujos valores podem ser escritos como 68.27%, 95.45% e 99.73% de confiabilidade. Os valores numéricos altos de χ^2 são uma consequência a termos mantidos a normalização dos dados fixa.

Aqui, d_L representa a distância de luminosidade, c a velocidade da luz, H_0 a constante de Hubble no tempo presente, z o redshift, $\Omega_{m,0}$, o parâmetro densidade de matéria, $\Omega_{r,0}$, o parâmetro densidade de radiação e $\Omega_{\Lambda,0}$ o parâmetro densidade do vácuo, todos calculados no tempo presente.

À partir da expressão dada por 11, podemos realizar um ajuste não linear a fim de descobrir o valor de H_0 , assumindo que conhecemos os valores dos parâmetros $\{\Omega_{m,0}, \Omega_{\Lambda,0}, \Omega_{r,0}\}$. Em verdade, segundo a literatura, os valores para esses parâmetros são dados, respectivamente, por: 0.3111 ± 0.0056 , 0.6889 ± 0.0056 e $1 - (\Omega_{m,0} + \Omega_{\Lambda,0})$. Tais números foram retirados da Tabela 2 do demonstrativo de resultados da colaboração Planck [AAA+18]. Utilizando a biblioteca SciPy, implementamos o ajuste susodito e encontramos que $H_0 = 66.3 \pm 0.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, sendo que o valor esperado, segundo [AAA+18], de $H_0 = 67.66 \pm 0.42 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Na Figura 1, encontramos o valor de d_L e z das supernovas utilizadas bem como duas curvas referentes a equação 11, sendo a curva de cor roxa calculada com o valor de H_0 encontrado através do *fitting* e a curva de cor verde referente ao H_0 esperado segundo [FMH+19]. Dados os dois valores de

H_0 trabalhados, é possível observar que quando consideramos a faixa de erro entre as duas medidas, os dois valores chegam a concordar, todavia, é óbvia a constatação que o valor calculado foi um pouco abaixo do esperado. Acreditamos que tal resultado possa ter ligação tanto aos dados das supernovas utilizados para o cálculo quanto com a própria implementação utilizada para o *fitting* da equação 11.

3 Segunda análise de dados

Como vimos na análise desenvolvida na seção anterior, conhecermos o valor da constante de Hubble é algo fundamental para a nossa compreensão no universo. Todavia, quando estamos fazendo alguma análise observacional, conhecer o valor de H_0 , por vezes, não é o único ponto de interesse. Considerando uma perspectiva cosmológica é relevante conhecermos e investigarmos, além da constante de Hubble, outros parâmetros necessários para a compreensão do modelo, destes destacam-se aqui para este trabalho os parâmetros de densidade, definidos na equação 3 já que, eles são essenciais para os cálculos realizados em cosmologia, como

pode ser visto na equação 7 que utilizamos anteriormente.

Dada essa perspectiva, optamos por utilizar os dados referentes as 115 supernovas do tipo IA, com redshifts pertencentes ao intervalo dado por $z=0.015$ a $z=1.01$ para investigarmos, concomitantemente, os valores de H_0 e de Ω_Λ . Como resultado, construímos um espaço de fase desses parâmetros que pode ser visto na Figura 2.

Para essa análise, adotamos via um ponto de vista pragmático a busca pelo par (H_0, Ω_Λ) que melhor se adaptaria aos pontos dados pela equação 11. Assim, fornecemos um conjunto de possíveis valores para os parâmetros considerados, sendo o intervalo de H_0 entre os 60.0 e 75.0, com distância entre eles de 0.01 e o intervalo de Ω_Λ pertencente a 0.50 e 0.99, sendo a distância entre eles dadas também por 0.01. A fim de quantificar o melhor valor possível para os nossos dados, utilizamos a análise que é feita via o parâmetro χ^2 , onde tal parâmetro é definido como se segue:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^n \frac{(O_k - E_k)^2}{E_k} \quad (12)$$

Nessa equação E_k representa o valor esperado dos dados, e O_k representa o valor medido dos dados. Uma discussão completa sobre o uso desse parâmetro pode ser encontrada em [Tay97], contudo, é válido destacar que o processo consiste basicamente em analisar qual é o valor da par (H_0, Ω_Λ) que minimiza a equação 12. Além disso, seguindo o conteúdo apresentado em [GZB+20] a Figura 2 apresenta ainda três elipses de confiança, sendo cada uma delas responsável, respectivamente, por uma confiabilidade no valor encontrado de 68.27%, 95.45% e 99.73%.

Na análise realizada, é importante destacar que por conta de termos utilizado uma normalização fixa para os dados os valores de χ^2 são altos, no entanto, usando esta técnica encontramos que os valores que minimizam a equação 12 são: $H_0 = 67.8 \pm 3.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ e $\Omega_\Lambda = 0.7 \pm 0.1$. O valor da constante de Hubble encontrada está de acordo com o resultado observado com a técnica utilizada na análise do primeiro semestre e com o resultado observacional descrito em [AAA+18], cujo valor registrado era de $H_0 = 67.66 \pm 0.42 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Quanto ao parâmetro responsável por quantificar a energia escura, esperávamos segundo os dados da colaboração Planck [AAA+18] que $\Omega_\Lambda = 0.6889 \pm 0.0056$. Como é possível ver, o valor encontrado também está de acordo com o valor esperado desde que consideremos a margem de erro. Assim

como a análise desenvolvida durante o primeiro semestre de vigência do projeto, percebemos que os resultados apresentados aqui são extremamente satisfatórios, dados i) o número de supernovas utilizadas na análise e ii) a busca concomitante dos dois parâmetros.

Referências

- [AAA+18] N Aghanim, Yashar Akrami, M Ashdown, J Aumont, C Baccigalupi, M Ballardini, AJ Banday, RB Barreiro, N Bartolo, S Basak, et al. Planck 2018 results. vi. cosmological parameters. *arXiv preprint arXiv:1807.06209*, 2018.
- [AT10] Luca Amendola and Shinji Tsujikawa. *Dark energy: theory and observations*. Cambridge University Press, 2010.
- [FMH+19] Wendy L Freedman, Barry F Madore, Dylan Hatt, Taylor J Hoyt, In Sung Jang, Rachael L Beaton, Christopher R Burns, Myung Gyoon Lee, Andrew J Monson, Jillian R Neeley, et al. The carnegie-chicago hubble program. viii. an independent determination of the hubble constant based on the tip of the red giant branch. *The Astrophysical Journal*, 882(1):34, 2019.
- [GZB+20] Particle Data Group, PA Zyla, RM Barnett, J Beringer, O Dahl, DA Dwyer, DE Groom, C-J Lin, KS Lugovsky, E Pianori, et al. Review of particle physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2020(8):083C01, 2020.
- [Har03] James B Hartle. *Gravity: An introduction to einstein's general relativity*, 2003.
- [HEL06] Michael Paul Hobson, George P Efstathiou, and Anthony N Lasenby. *General relativity: an introduction for physicists*. Cambridge University Press, 2006.
- [Hub29] Edwin Hubble. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 15(3):168–173, 1929.
- [MRBH07] Paolo A Mazzali, Friedrich K Röpke, Stefano Benetti, and Wolfgang Hillebrandt. A common explosion mechanism for type ia supernovae. *Science*, 315(5813):825–828, 2007.
- [PAG+99] Saul Perlmutter, G Aldering, G Goldhaber, RA Knop, P Nugent, PG Castro, S Deustua, S Fabbro, A Goobar, DE Groom, et al. Measurements of ω and λ from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2):565, 1999.
- [RFC+98] Adam G Riess, Alexei V Filippenko, Peter Challis, Alejandro Clocchiatti, Alan Diercks, Peter M Garnavich, Ron L Gilliland, Craig J Hogan, Saurabh Jha, Robert P Kirshner, et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *The Astronomical Journal*, 116(3):1009, 1998.
- [Tay97] John Taylor. *Introduction to error analysis, the study of uncertainties in physical measurements*. 1997.