Introdução a Teoria de Grupos

Profª Drª Dessislava Hristova Kochloukova ,   Cynthia Regina Herbst do Amaral Silva

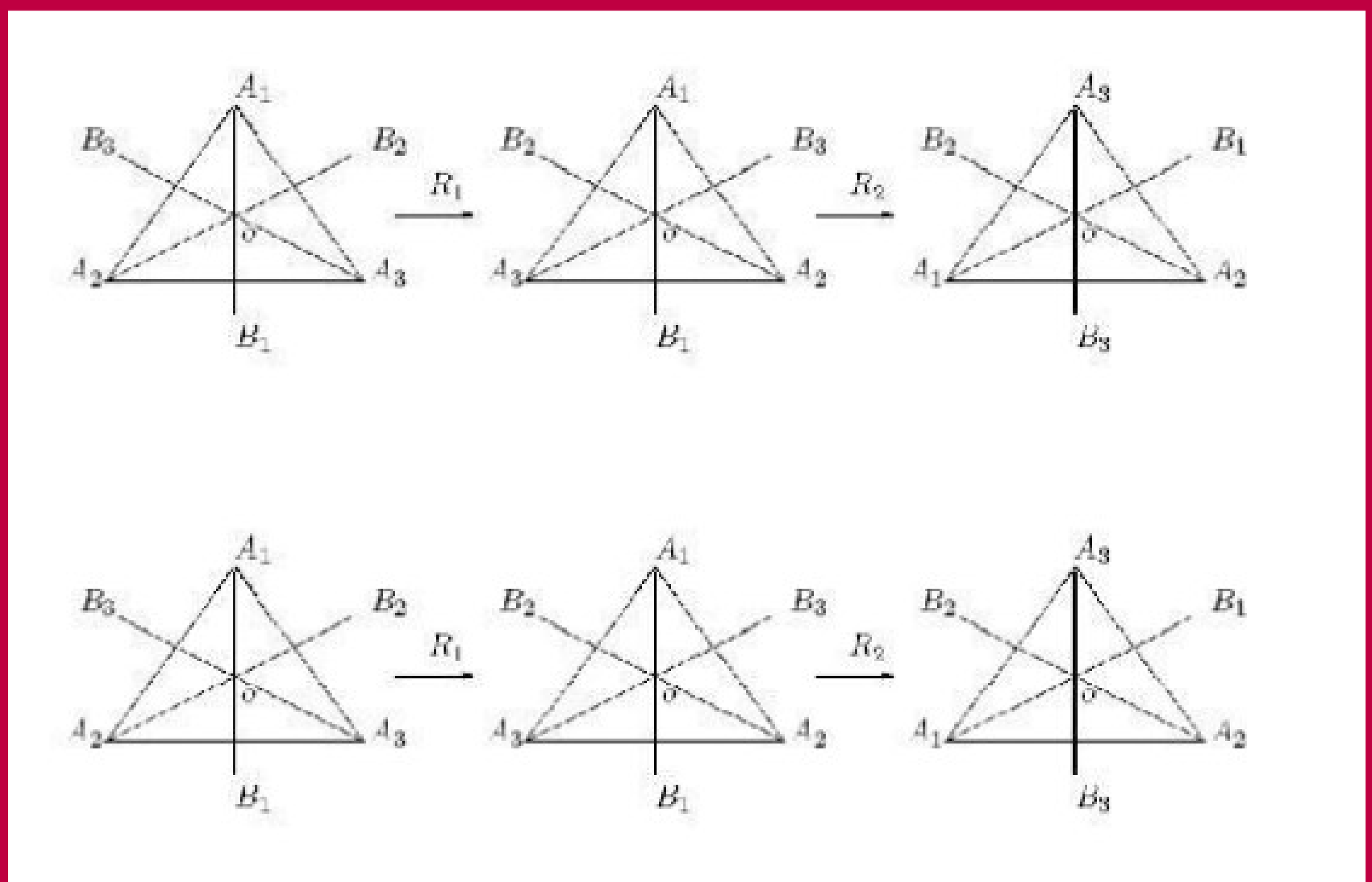
Palavras-Chave: ***Teoria de Grupos, Grupos, Grupos livres , Grupos Finitamente Apresentáveis, Homologia de Complexos***

INTRODUÇÃO

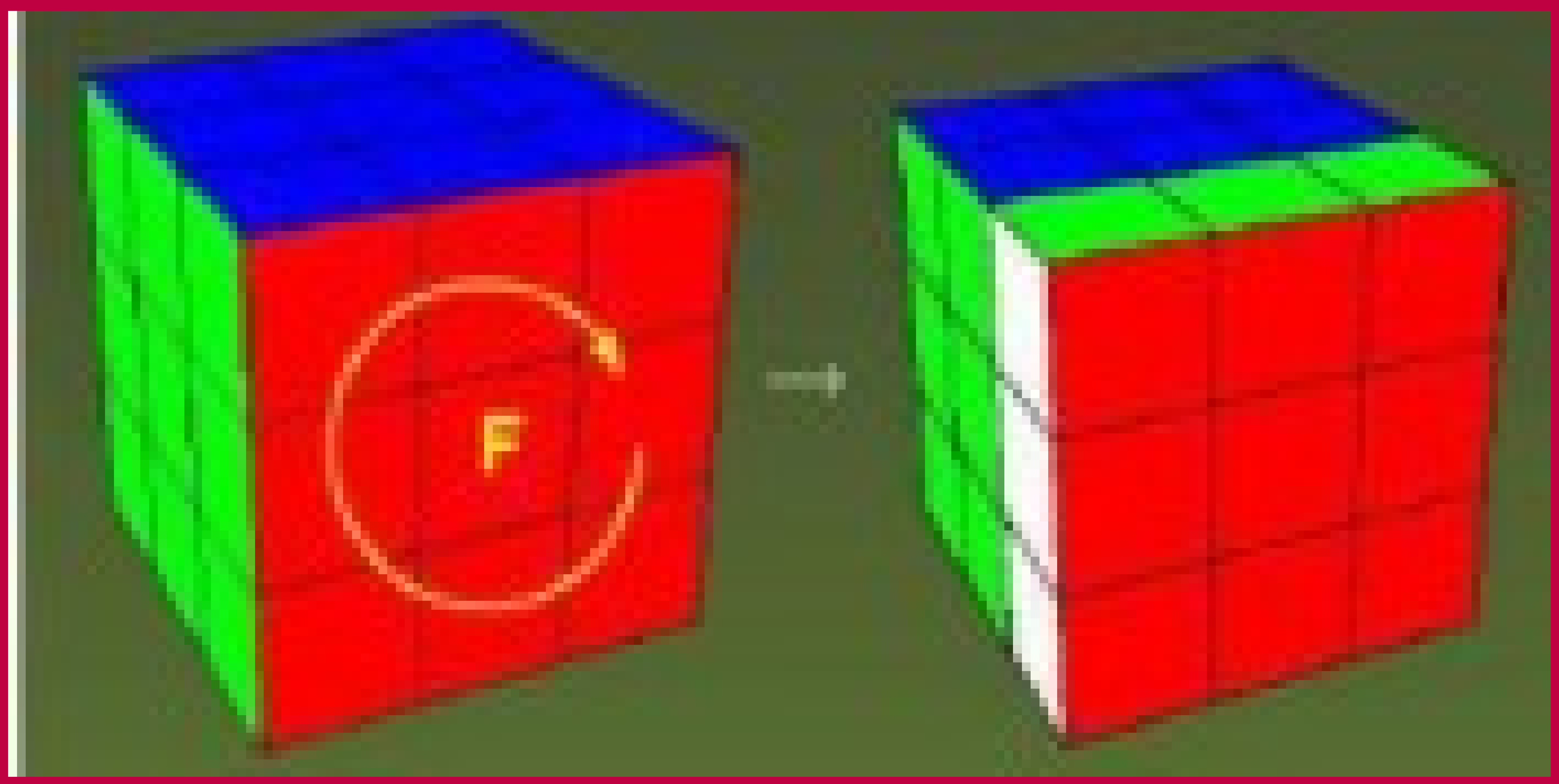
Evariste Galois, matemático francês do século XIX, ao determinar a condição necessária e suficiente para que um polinômio pudesse ser resolvido por raízes, não só resolveu um antigo problema em aberto, como criou um domínio inteiramente novo da álgebra abstrata: a Teoria dos Grupos. Em matemática, Teoria de Grupos é o ramo que estuda estruturas algébricas chamadas grupos. Uma das principais motivações para o estudo do conceito de grupo, é dada pelo fato que a Teoria de Grupos fornece um ambiente matematicamente rigoroso para entender simetrias. Simetria é uma operação em um certo objeto e simetrias que preservam tipos particulares de padrões formam uma estrutura algébrica que pode ser pensada como um grupo. Grupos ocorrem em todas as partes da matemática, e os métodos da teoria dos grupos influenciaram fortemente vários ramos da álgebra. Os grupos algébricos lineares e os grupos de Lie são dois ramos da teoria dos grupos que sofreram enormes avanços e por isso são estudados como sub-matérias de maior importância. Vários sistemas físicos, como os cristais e o átomo de hidrogênio, podem ser modelados por grupos de simetria. Assim, a teoria dos grupos tem várias aplicações além da matemática, como em áreas da física e química.

JUSTIFICATIVA QUANTO À RELEVÂNCIA DO PROJETO PARA A COMUNIDADE EXTERNA E/OU PARA A UNIVERSIDADE

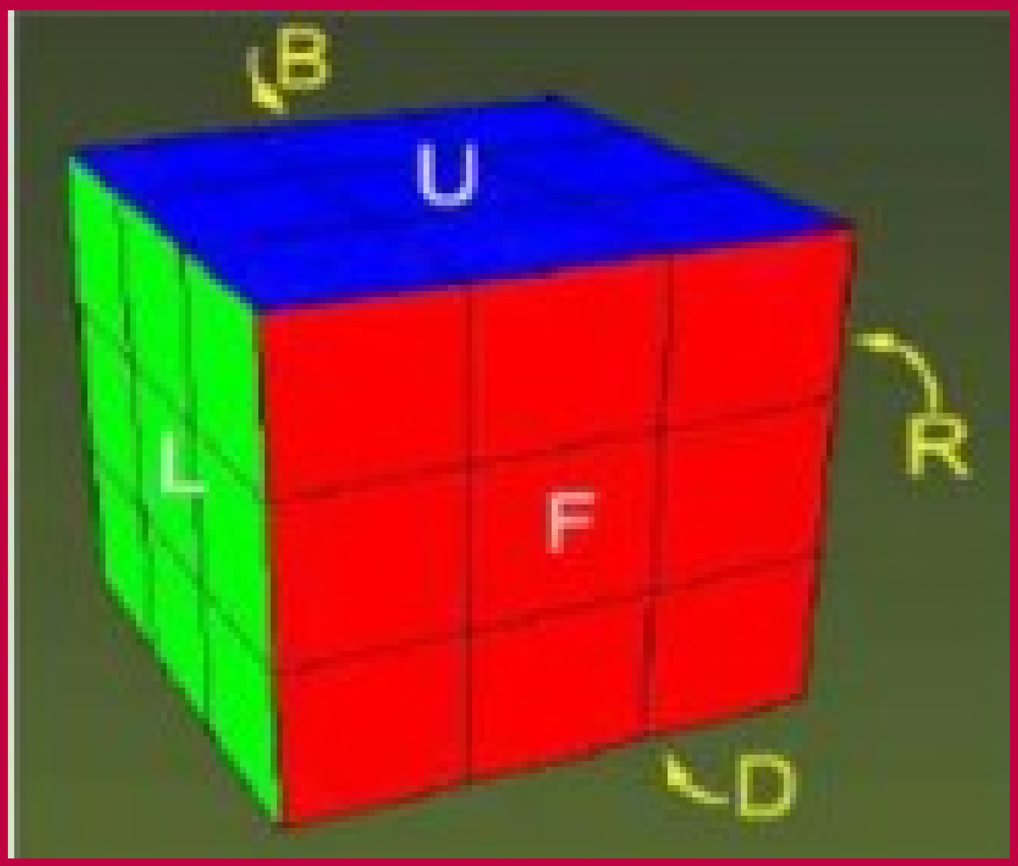
A partir do estudo e entendimento da Teoria de Grupos consegue-se incluir ambas as situações geométricas (movimento no espaço, simetrias, etc) e regras aritméticas como cálculo com números, matrizes etc, em uma mesma linguagem comum. Com isso, pode-se entender melhor alguns fenômenos químicos e físicos, sendo uma ferramenta muito útil e prática para muitas áreas, servindo de um arsenal forte para elucidá-las. Além disso, é possível utilizar a Teoria de Grupos para resolução e entendimento de problemas cotidianos, através do estudos de simetrias. Um exemplo disso é o estudo do Cubo Mágico, que pode ser usado para ilustrar como a matemática está presente no nosso dia a dia nas horas mais diversas, desde brinquedos para divertimento até assuntos mais complexos, desenvolvendo o pensamento lógico. Sendo assim, ela é uma forte ferramenta para divulgação científica.



Fonte1:https://www.ime.unicamp.br/~ftorres/ENSINO/MONOGRAFIAS/rbta_sim.pdf



Fonte2:https://jem.unifesspa.edu.br/images/Anais/v1_2015CC_20150933002_ARTIGO_TEORIA_DE_GRUPOS.pdf



Fonte3:https://jem.unifesspa.edu.br/images/Anais/v1_2015CC_20150933002_ARTIGO_TEORIA_DE_GRUPOS.pdf

RESULTADOS ALCANÇADOS

A partir do estudo proposto, foram abordados 4 tópicos principais referente aos primeiros 4 capítulos do livro-texto:

1. Grupos e Homomorfismos
2. Teorema do Isomorfismo
3. Grupos simétricos
4. Teoremas de Sylow

Como pode ser visto nas imagens ao lado, um exemplo prático de Teoria de Grupos é o estudo de simetrias através de objetos geométricos como o triângulo e o estudo do Cubo Mágico, através de transformações geométricas. Utilizando a simetria do objeto, era feito um levantamento das operações que não modificam o objeto, como ,por exemplo, rotacionando-o, como mostra na primeira figura. O conjunto dessas operações se dá o nome de Grupo.

Na Figura 2 e 3, vemos o Cubo Mágico e transformações propostas, sendo de rotação, virar para frente, tras, esquerda, direita, cima, baixo compõe o Grupo das transformações do Cubo.

Algumas fórmulas importantes para o estudo da Teoria de Grupos é Teorema de Cauchy que diz que se G é um grupo finito(isto é, tem um número finito de elementos) e sua ordem é divisível por um número
primo p, então consequentemente G contém um elemento de ordem p. Esse teorema é importante para o estudo do Pequeno teorema de Fermat::

$$|G|^{p-1} = 1(mod p)$$

já que se dado um grupo G, o número de elementos em G representado por |G| não for divisível por um número p, sendo p primo, o pequeno teorema é provado.
Já o Teorema de Lagrange:

$$(G:H) = \frac{|G|}{|H|}.$$

Que diz que se G é um grupo finito e H é um subgrupo de G, a ordem de H(isto é, |H|) divide a ordem de G e esse numero é o número de classes distintas de G.

CONCLUSÕES

A primeira etapa do estudo da Introdução a Teoria de Grupos mostrou que é necessário um maior aprofundamento da teoria para obter outros desdobramentos de pesquisa, visto que o estudo foi interrompido no meio por problemas de saúde da aluna. Como a Teoria de Grupos ainda é uma área com alta procura para sanar várias partes ainda não resolvidas da matemática, ela proporciona futuros resultados extremamente relevantes para diversas áreas de pesquisa científica e do conhecimento, sendo necessário maiores estudos a respeito.

REFERÊNCIAS

ROTMAN, J.J. An Introduction to the Theory of Groups, 4th ed,Springer-Verlag New York,Inc., 1995.
FRALEIGH, J.B. A first course in abstract algebra, 7th ed, Addison-Wesley, 2003**.**
SANTOS, Francicarlos de Medeiros. Uma Introdução a Teoria dos Grupos**,** 2018.63f. Trabalho de Conclusão de Curso Caico:UFRN,2018.
RODRIGUES, C.B.Grupos Simétricos, 2006. 4f. Monografia-UNICAMP, 2006.
SILVA, M.A, Grupos Finitos, 2002. 76f. Monografia-UFSC, 2002.
BATISTA, E., Ações de Grupo e Geometria, 2010. 36f. Minicurso-UFPB, 2010.