



Simulação da propagação de ondas 2D em meios lateralmente homogêneos

Palavras-Chave: Simulação, propagação, ondas 2D

Autores/as:

Rebeca Lie Yatsuzuka Silva [Unicamp]

Maria Amélia Novais Schleicher (orientador/a) [Unicamp]

INTRODUÇÃO:

O método mais importante de localização e monitoramento de reservatórios dos dois principais combustíveis fósseis da atualidade, o petróleo e o gás natural, é a prospecção sísmica de reflexão. Esse método se utiliza da análise das ondas refletidas no subsolo, que foram inicialmente geradas na superfície da terra ou do mar, registradas também na superfície, com o objetivo de determinar a estrutura e outras propriedades do subsolo.

O problema matemático fundamental da prospecção sísmica de reflexão é a inversão dos dados sísmicos, isto é, a recuperação de informações sobre o subsolo a partir dos registros de ondas na superfície. Para que seja possível realizar e melhorar os métodos de inversão, é necessário que tenhamos um bom entendimento do comportamento da propagação de ondas acústicas e elásticas em diferentes situações.

Como a propagação de ondas sísmicas é descrita pela equação de onda elástica ou acústica, gostaríamos de obter a solução exata destas equações. Infelizmente, isto só é possível em casos extremamente simples. Portanto, para descrever os fenômenos da propagação de ondas mais realistas, temos que trabalhar com métodos numéricos para obter uma solução que é uma aproximação a esta solução exata.

A simulação numérica da propagação 2D de ondas por meio de diferenças finitas é bastante útil no modelamento sísmico e no processo de migração, entretanto, o custo computacional é ainda alto e possui limitações. Felizmente, em meios com simetria cilíndrica e fontes e receptores localizados no mesmo plano de simetria, podemos reduzir esses custos operacionais.

Reduzindo o esquema de diferenças finitas 2D a repetidos esquemas de diferenças finitas 1.5D por aplicar a transformada de Fourier com respeito a coordenada na qual existe simetria cilíndrica, a equação resultante 1.5D no domínio do tempo é resolvida por meio de diferenças finitas. Daí aplicamos a transformada de Fourier inversa, a qual é realizada pela soma de todos os resultados de diferenças finitas 1.5D. Com isso, obtemos o campo de onda 2D.

Além disso, fizemos um estudo para vermos o quanto a discretização do número de onda influenciava na hora de aplicarmos a transformada inversa. A conclusão foi que podemos trabalhar com um fator consideravelmente grosseiro e ainda assim temos resultados bons. Para mostrarmos isso usamos o mesmo modelo sintético apresentado em Park et al (2015).

METODOLOGIA:

Para encontrar a solução da equação bidimensional com variação de velocidade somente na profundidade, fizemos os seguintes passos:

- Aplicamos a Transformada de Fourier na equação de onda 2D em relação a coordenada x , obtendo uma equação a qual é conhecida por equação de onda 1.5D (Park et al., 2015).
- Estudamos o caso para o número de onda igual a zero, para melhor entendimento do comportamento de propagação de ondas. Implementamos o método de diferenças finitas para obter a solução aproximada neste caso. Com isso, houve a compreensão da propagação no caso unidimensional, bem como a investigação de acontecimentos de reflexão. Foi analisado dispersão e estabilidade (Courant-Friedrich-Lewy), através de análise gráfica. Ainda no caso unidimensional, tivemos que levar em conta o critério de *Nyquist* para não termos problema de falseamento (*aliasing*).
- Expandimos o programa feito usando o método de Diferenças Finitas e o aplicamos para obter a solução da equação da onda 1.5D para cada número de onda.
- Aplicamos a Transformada inversa de Fourier e obtivemos a solução no domínio espacial.
- Implementamos, usando o método de diferenças finitas, a equação da onda bidimensional para fazer a comparação de sua solução com a solução obtida quando usamos a equação da onda 1.5D.
- Analisamos quantos números de ondas precisamos para manter a precisão da solução da equação da onda.
- Observamos que as soluções numéricas obtidas possuem escalas diferentes.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

A equação 2D da onda acústica em um meio com densidade constante e com uma fonte pontual localizada na posição (x_0, y_0) com função do pulso é dada por:

$$\frac{1}{v^2} \times \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \delta(x - x_0) \times \delta(z - z_0) \times f(t)$$

, onde $u = u(x, z, t)$ é o campo de pressão acústica, v é a velocidade de propagação da onda, x e z são as variáveis espaciais e t é o tempo.

Neste trabalho, consideramos que a velocidade v só varia na profundidade, isto é, $v = v(z)$. Com isto, trabalhamos com a equação da onda no domínio do número de onda k_x , a qual será mais simples para obter a solução numérica. Inicialmente, aplicamos a transformada de Fourier em relação a x a equação 2D da onda, obtendo assim a equação de onda 1.5D,

$$\frac{1}{v^2} \times \frac{\partial^2 \tilde{u}(k_x, z, t)}{\partial t^2} = -k_x^2 \times \tilde{u}(k_x, z, t) + \frac{\partial^2 \tilde{u}(k_x, z, t)}{\partial z^2} + \delta(z - z_0) \times e^{-j.k_x.x_0} \times \tilde{f}(t)$$

, onde k_x é o número de onda horizontal em termos do eixo x , \tilde{u} e \tilde{f} indica o campo de pressão acústica e a função de origem após aplicação da transformada de Fourier em x , respectivamente, e j é a unidade imaginária.

Para resolver essa situação, aplicamos o método de Diferenças Finitas nesta nova equação, fizemos as discretizações das derivadas de segunda ordem usando uma aproximação de segunda ordem. Para cada número de onda k_x , fixo, discretizamos essa equação em (z_i, t_n) e vamos representar $\tilde{u}(k_x, z_i, t_n) = \tilde{u}_i^n$. Com isso, obtemos a seguinte equação discretizada:

$$\frac{1}{v_i^2} \times \frac{u_i^{n+1} - 2 \times u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2} = -k_x^2 \times u_i^n + \frac{u_{i+1}^n - 2 \times u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta z^2} + f^n \times e^{-j \cdot k_x \cdot x_0}$$

Para evitar dispersão e manter a estabilidade, cumprimos a condição de dispersão e estabilidade $p = \frac{v_{max} \times \Delta t}{\Delta z} \leq \sqrt{\frac{4}{4 + (k_x \times \Delta z)^2}}$, em que p é o número CFL (Courant-Friedrichs-Lewy, veja em Thomas, 1995) e v_{max} é a máxima velocidade de propagação do modelo.

Um outro ponto importante da transformada que destacamos é o critério de Nyquist (Brigham, 1988), que informa que a frequência de amostragem (frequência de Nyquist) precisa ser no mínimo o dobro da maior frequência presente no sinal. Caso esse critério não seja atendido, os sinais de mais alta frequência serão erroneamente registrados como de baixa frequência, fenômeno chamado de *alias* (em inglês).

Para o caso especial em que $k_x = 0$, essa equação discretizada passa a ser:

$$\frac{1}{v_i^2} \times \frac{u_i^{n+1} - 2 \times u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2} = \frac{u_{i+1}^n - 2 \times u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta z^2}$$

, além disso, temos que o número CFL se reduz a $p \leq 1$.

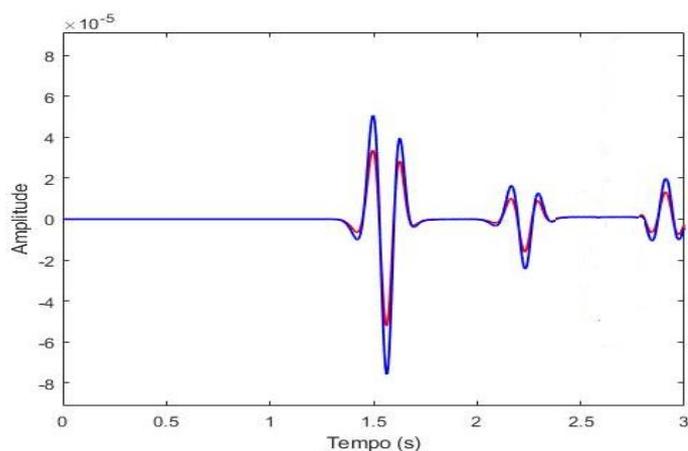
Comparando a propagação de vários formatos de sinais diferentes, a maioria no formato $f(z) = \exp\left(-\left(\frac{z}{i}\right)^2\right)$, $0 < i < 1$, concluímos que quanto maior o tamanho do suporte de um sinal, mais tempo leva para que a onda inicial se reparta em duas e menos tempo leva para a transmissão do sinal realizar um mesmo deslocamento se for comparar com um sinal de suporte menor.

Voltando ao modelo de onda 1.5D, onde $f^n(t) = (-a^n) \times (1 - 2 \times a^n)$ em que $a(t_n) = \left[\pi \times \frac{t_n - t_{na}}{t_{na}}\right]^2$, t_a é o inverso da frequência pico. Variando o valor de k_x , obtivemos uma expressão diferente de propagação para cada onda unidimensional, cuja única diferença é o número de onda, k_x . Além disso, a cada intervalo dt , injetamos uma nova amostra do pulso da fonte, $f^n \times e^{-j \cdot k_x \cdot x_0}$, onde x_0 é a posição da fonte.

Para obter a solução da equação da onda 1.5D, sendo a parte real de $u(t)$, a partir dessas ondas unidimensionais, aplicamos a Transformada de Fourier inversa: $u(x_r, t) = \sum_{k_x} \tilde{u}(k_x, t) \times e^{-j \cdot k_x \cdot x_r} \times dt$, onde x_r é a posição lateral do receptor.

Com o intuito de manter o erro de dispersão abaixo de 1%, mantivemos no mínimo 13 pontos amostrais por comprimento de onda em ambas as equações, conforme recomendação de Park et al (2015).

Por meio de um modelo de três camadas que utilizamos (próxima imagem), percebemos que há uma diferença desprezível nas amplitudes obtidas para a solução da equação da onda 2D e para 1.5D.



CONCLUSÕES:

Temos, portanto, que no segundo semestre de 2019 foi realizado a primeira fase do principal método direto utilizado para dados sísmicos, deduzimos o esquema de diferenças finitas 2D a repetidos esquemas de diferenças finitas 1D por aplicar a transformada de Fourier com respeito a coordenada na qual há simetria cilíndrica, a equação resultante 1D no domínio do tempo é resolvida por meio de diferenças finitas de segunda ordem. Lembrando que, nesse caso estamos considerando meios em que a variação só ocorre na profundidade, para que possamos usar esta metodologia.

Já no primeiro semestre de 2020 fizemos os procedimentos necessários para chegar no método de equação de onda 1.5D, ou seja, parametrizamos o resultado da discretização da equação de onda 2D, depois desta passar pela Transformada de Fourier, em relação ao número de onda e fizemos a Transformada de Fourier inversa. Além disso, implementamos também o método de equação de onda 2D. Com esses dois métodos em mãos, comparamos os resultados gráficos da equação de onda 2D e a de 1.5D em um exemplo numérico para que pudéssemos mostrar a eficiência do método 1.5D. Pelos resultados obtidos por meio deste experimento, pudemos concluir que o método 1.5D é um meio otimizado do 2D que apresenta resultados próximos o suficiente e que, ao mesmo tempo, é processado mais rapidamente pelo equipamento utilizado.

BIBLIOGRAFIA

- Mufti, I. R., 1990, Large-scale three-dimensional seismic models and their interpretive significance, *Geophysics*, 55, 1066 -- 1182.
- Y. Park e S. Pyun, 2015, 1.5D Acoustic wave equation modeling using finite-difference method in time domain form CMP synthetic gathers, *Abstract SEG*.
- E. O. Brigham, 1988, *The fast Fourier transform and its applications*, Prentice-Hall International Editions.
- E. Butkov, 1988, *Física Matemática*, Ed. Guanabara Koogan.

J. C. Strikwerda, 1989, Finite difference schemes and partial differential equations, Wadsworth & Brooks/Cole.

Thomas, J. W., 1995, Numerical partial differential equations, Springer-Verlag New York, Inc..

Cao, S. and Greenhalgh, S., 1998, 2.5-D modeling of seismic wave propagation: Boundary condition, stability criterion, and efficiency, Geophysics, 63, 2082--2090

https://pt.wikipedia.org/wiki/Transformada_de_Fourier