



APERFEIÇOAMENTO DO MODELO DE EMPENAMENTO DE EIXO POR VIGA CURVA VIA ELEMENTOS FINITOS EM MÁQUINAS ROTATIVAS

Palavras-Chave: Modelagem de Falhas, Máquinas Rotativas, Eixos Rotativos de Potência

Autores/as:

EDUARDO CARNEIRO PEREIRA [UNICAMP]

Prof.ª Dr.ª KÁTIA LUCCHESI CAVALCA DEDINI [UNICAMP]

Dr. FELIPE WENZEL DA SILVA TUCKMANTEL [UNICAMP]

INTRODUÇÃO:

O fenômeno presente em máquinas rotativas, e que é foco desta pesquisa, é o empenamento de eixo, definido como o arqueamento do rotor, causado pelos mais variados fatores, como: ação da gravidade em eixos horizontais, choque mecânico, desbalanceamento elevado permanente e dilatação térmica.

Quando se estudam as referências presentes na literatura, nota-se que, em relação a dinâmica de rotores, existe uma concentração maior de estudos voltados ao desbalanceamento, quando comparado ao empenamento de eixo.

Atualmente, em simulações numéricas de rotores, o empenamento é simulado através de uma força fictícia síncrona à rotação do eixo, causando uma deformação no mesmo. Este tipo de abordagem é denominado Modelagem Clássica, no entanto, sabe-se que, em se tratando de dinâmica de sistemas mecânicos, a introdução de uma força pode gerar resultados não compatíveis com aqueles observados em equipamentos reais ou até mesmo experimentos.

Sendo assim, visando obter resultados mais próximos aos encontrados em equipamentos de campo e bancadas de teste, é proposto, portanto, o aprimoramento do modelo de empenamento por viga curva via elementos finitos, pelo qual, através da dedução por energia de deformação e relações trigonométricas, consegue-se determinar as mudanças que a curvatura causa na rigidez do elemento de eixo o que, por sua vez, torna possível a determinação de uma nova matriz de rigidez a ser utilizada para resolução da equação do movimento do eixo rotativo e, obtendo, assim, resultados mais próximos aos experimentais

METODOLOGIA:

Quanto a metodologia, modelagem matemática, por tratar-se do resumo do projeto, as deduções serão expostas de maneira integral no relatório final e no presente documento apenas a parte qualitativa que permita a compreensão dos resultados expostos.

Rotor

Rotor é o principal componente de uma máquina rotativa, visto que é o elemento capaz de realizar o principal objetivo destes tipos de equipamentos, transmitindo ou gerando potência.

Neste projeto, o mesmo será modelado com elementos de viga e discos rígidos, pois tal abordagem tem se mostrado satisfatória, visto os trabalhos presentes em literatura que tem demonstrado compatibilidade entre simulações e experimentos.

Para esta modelagem de rotores, sabe-se que são necessárias definições do número de elementos, suas respectivas dimensões (diâmetro e comprimento), assim como suas propriedades mecânicas relacionadas a elasticidade, efeitos dissipativos e inércia.

Mancal Hidrodinâmico

Mancais hidrodinâmicos, em simulações de rotores, são modelados através da determinação de coeficientes de rigidez e amortecimento equivalentes aos efeitos da força de sustentação do filme de lubrificante e seus valores dependem de propriedades do fluido utilizado, além de características geométricas do mancal, tipo de mancal e condições de trabalho que permitam a linearização da força hidrodinâmica em cada posição de equilíbrio a cada velocidade de rotação do eixo.

Sua formulação matemática matricial, para que seja possível a resolução da equação do movimento, se dá através de:

$$\begin{Bmatrix} F_u \\ F_w \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

O trabalho de adaptação, portanto, do mancal hidrodinâmico está na estimativa dos coeficientes a serem agregados ao modelo, substituindo o atual modelo de viga bi-apoiada.

Equação do movimento

O sistema de rotor para o presente trabalho, trata da resolução da seguinte equação diferencial matricial:

$$[M]\{\ddot{X}\} + (\Omega[G] + [C])\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (2)$$

Sendo: $[M]$ = matriz de massa dos elementos de viga e do disco; $[G]$ = matriz giroscópica dos elementos de viga e do disco; $[C]$ = matriz de amortecimento do elemento de viga; $[K]$ = matriz de rigidez do elemento de viga; $\{X\}$ = vetor deslocamentos dos pontos nodais; $\{\dot{X}\}$ = vetor velocidades dos pontos nodais; $\{\ddot{X}\}$ = vetor acelerações dos pontos nodais; $\{F\}$ = vetor das forças externas aplicadas nos respectivos nós do sistema

Modelo de Viga Curva

O modelo de viga curva, através da dedução pelo método de rigidez direta e o segundo teorema de Castigliano, traz uma forma de modelar o aumento de rigidez do eixo de acordo com o

aumento de sua curvatura, através de suas projeções trigonométricas, tomando a seguinte forma matricial:

$$[K_{global}] = \frac{E}{L^3} \begin{bmatrix} (C^2AL^2 + 12S^2I) & (CSAL^2 - 12CSI) & -6SIL & (-C^2AL^2 - 12S^2I) & (-CSAL^2 + 12CSI) & -6SIL \\ (CSAL^2 - 12CSI) & (12C^2I + S^2AL^2) & 6CIL & (12CSI - CSAL^2) & (-12C^2I - S^2AL^2) & 6CIL \\ -6SIL & 6CIL & 4IL^2 & 6SIL & -6CIL & 2IL^2 \\ (-C^2AL^2 - 12S^2I) & (12CSI - CSAL^2) & 6SIL & (C^2AL^2 + 12S^2I) & -12CSI + CSAL^2 & 6SIL \\ (-CSAL^2 + 12CSI) & (-12C^2I - S^2AL^2) & -6CIL & (-12CSI + CSAL^2) & (12C^2I + S^2AL^2) & -6CIL \\ -6SIL & 6CIL & 2IL^2 & 6SIL & -6CIL & 4IL^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Sendo A= Área transversal eixo; C= cosseno do ângulo teta da curva de empenamento, S= seno ângulo teta curva empenamento, L= comprimento elemento eixo e E= Coeficiente Elasticidade.

Interpolação Polinomial por Spline

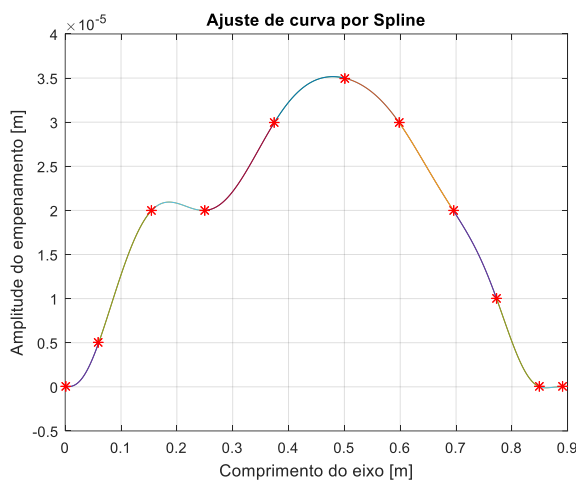
Já a interpolação polinomial por Spline, por sua vez, tem a seguinte forma para modelagem de curvatura de eixo ao longo do elemento:

$$P_j = A_j(x - x_j)^5 + B_j(x - x_j)^4 + C_j(x - x_j)^3 + D_j(x - x_j)^2 + E_j(x - x_j) + F_j \quad (4)$$

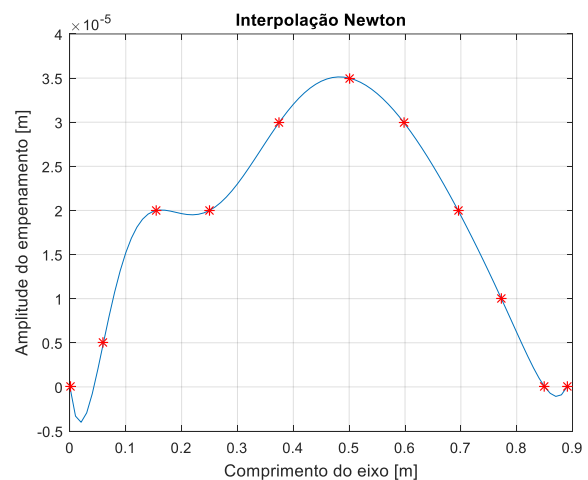
Sendo P_j = o valor da curvatura do elemento de eixo do nó j em seu comprimento axial, x_j = a posição axial no elemento do eixo no nó j , e A_j, B_j, C_j, D_j, E_j e F_j = coeficientes do polinômio de grau 5, com F_j , o valor do deslocamento radial inicial do eixo, E_j a velocidade radial inicial do eixo e D_j a aceleração radial inicial do eixo

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

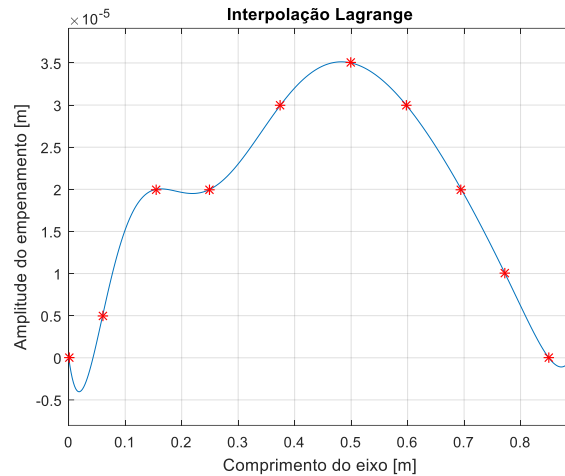
Os primeiros resultados obtidos foram com o ajuste de curva de empenamento através de diferentes interpolações polinomiais, a fim de concluir qual melhor se adaptava ao fenômeno estudado, com dados medidos em um eixo real descritos em Sanches (2015), obteve-se os seguintes resultados:



(a)



(b)



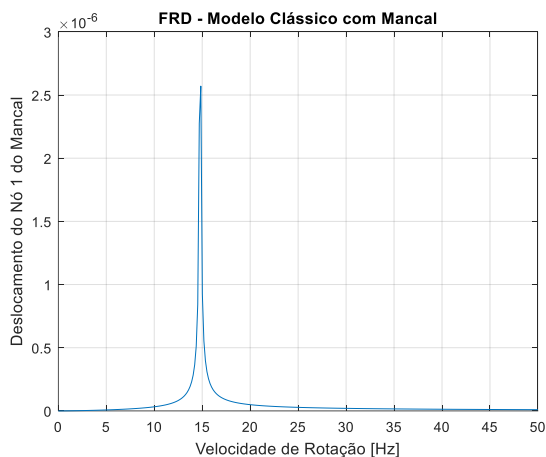
(c)

Figura 1. Resultados do ajuste de curva de empenamento através dos diferentes métodos de Interpolação, sendo “*” os pontos medidos por Sanches (2015): (a) Interpolação por Spline; (b) Interpolação por Newton; (c) Interpolação por Lagrange.

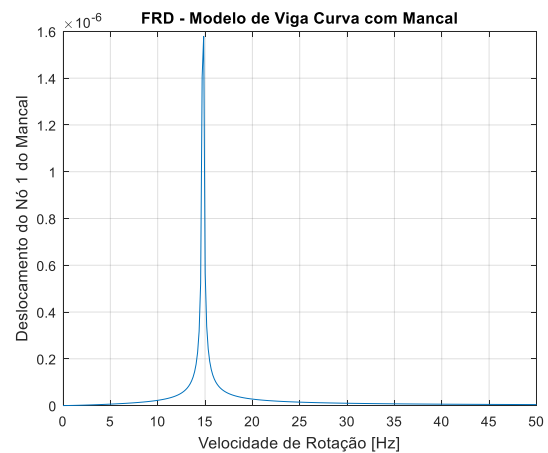
A partir dos resultados dos ajustes de curva por interpolação, nota-se que, de maneira geral, todos os métodos responderam bem para uma primeira análise qualitativa do resultado obtido.

No entanto, é notório que nas interpolações de Newton e Lagrange ocorrem problemas de efeito de borda, isto é, presença de valores negativos. Este foi um dos fatores determinantes para seguir com a interpolação por Spline.

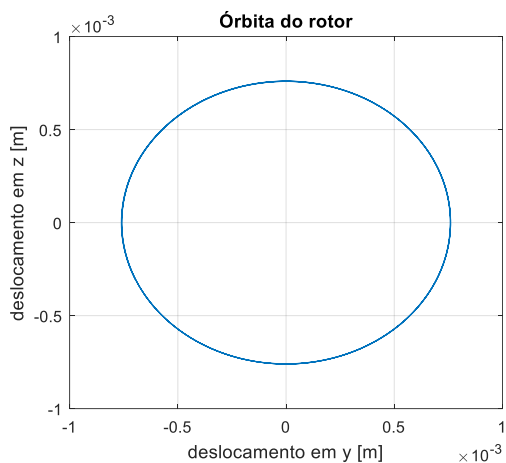
A segunda parte, trata dos resultados de simulações do modelo de eixo presente em Sanches (2015), obtendo-se resultados em frequência (FRD) e no tempo (órbitas do eixo) para a modelagem de viga curva e clássica, permitindo a comparação, como consegue-se ver nos seguintes gráficos:



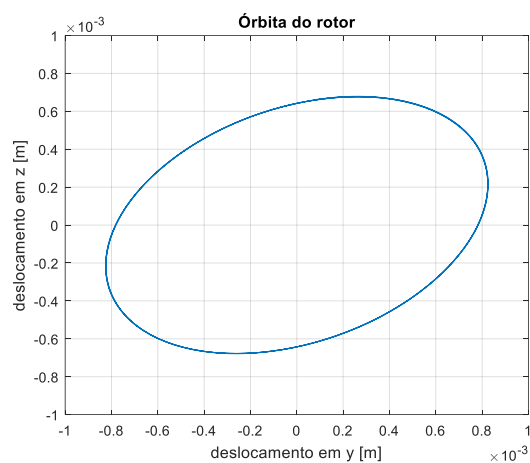
(a)



(b)



(c)



(d)

Nos primeiros gráficos (a) e (b), conseguimos ver a diferença dos modelos clássico e de viga curva, com aumento de rigidez no caso de viga curva, porém com pouca alteração na frequência natural. Já nos gráficos (c) e (d) o que mais chama atenção é o aumento da anisotropia do sistema, devido a presença da matriz de rigidez com fase de 45° .

CONCLUSÕES:

Para o caso de modelagem por viga curva, nota-se que a interpolação por spline, devido a efeitos de borda, é a abordagem que mais se aproxima de medições reais em eixo.

A inserção do modelo de viga curva traz consigo uma maior anisotropia no sistema, em conjunto com um aumento de rigidez.

BIBLIOGRAFIA

DAYYANI I.; FRISWELL M. I.; FLORES E. I. S. **A general super element for a curved beam.** *International Journal of Solids and Structures*, p. 3-5, 2014.

SANCHES, F. D. **Simultaneous identification of unbalance and shaft bow in rotors by means of correlation analysis.** PhD thesis, University of Campinas, São Paulo, Brazil, 2015.

SANCHES, F. D.; PEDERIVA R.; **Simultaneous identification of unbalance and shaft bow in a two-disk rotor based on correlation analysis and the SEREP model order reduction method.** *Journal of sound and vibration*, 2018.