



# Desenvolvendo o pensamento matemático: como resolver um problema

**Palavras-Chave:** Resolução de problemas, pensamento matemático, Tutor-tutorado.

**Autores:**

**Eduardo dos Anjos Costa, UNICAMP**

**Prof. Dr. José Régis Azevedo Varão Filho, UNICAMP**

---

## INTRODUÇÃO:

A capacidade de resolver problemas é uma habilidade, logo pode ser desenvolvida, assim como todas as outras habilidades, artísticas e esportivas por exemplo. O desenvolvimento desta se dá nas frentes teórica e prática, reforçamos o paralelo com qualquer outra habilidade que almejamos aperfeiçoar.

Quanto à frente prática não há muitos mistérios, é claro nos expor a problemas simples ou desafiadores com frequência nos ensina a lidar com eles, aumentando nosso repertório. Não é um absurdo supor que, neste caso, a prática supera a teoria, uma vez que, principalmente jovens em idade escolar, não estudam exatamente uma teoria sobre como resolver problemas, tudo o que sabem foi desenvolvido a partir da experiência propriamente dita resolvendo-os. Eventualmente, em especial num curso de licenciatura, nos deparamos com pessoas que têm essa habilidade muito bem desenvolvida apenas através da prática.

Neste trabalho buscamos apresentar um esboço de uma teoria sobre o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas, sabendo que esta jamais substituirá a prática, mas com a certeza que melhor seria se os alunos tivessem acesso a ambas.

Sabendo que é provável que este trabalho seja mais lido por professores que buscam desenvolver a habilidade de resolver problemas com seus alunos do que por alunos que buscam desenvolvê-la, então também nos dedicamos a tentar escrever alguns pareceres sobre o papel do orientador na tarefa de alcançar este objetivo com sua turma.

## METODOLOGIA:

Com as diversidades encontradas neste ano (pandemia/coronavírus), tivemos de adaptar nossa metodologia de acordo com a situação. Os planos de realizar as atividades em uma sala de

aula tiveram de ser deixados de lado. Então, os trabalhos foram feitos a partir do estudo dos referenciais teóricos sobre o tema, sendo eles livros e artigos que tratam sobre o desenvolvimento do pensamento matemático, como resolver problemas e sobre o diálogo na dicotomia tutor-tutorado.

Além disso, nos dedicamos a pesquisar e selecionar diversos problemas que julgamos interessantes. E, a partir da análise das soluções propostas por nós e por voluntários, selecionamos os passos mais frequentes no processo de solução. Buscamos formalizá-los e entendê-los.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

### **Enquanto professor**

O professor tem um papel imenso no crescimento do aluno, haja visto que boa parte dos problemas que o alunos terá que resolver serão os fornecidos pelo professor. Isso acarreta diversas responsabilidades, um problema ruim pode desestimular um aluno que já tenha alguns receios quanto a matemática, ou até mesmo frustrar um que esteja inicialmente entusiasmado.

Um dos principais pontos que devemos nos atentar na escolha ou na elaboração de um problema é se o enunciado está claro, ou seja, ter certeza que o ponto de partida, de chegada e as condições a serem seguidas no processo de ir de um ao outro são claras e bem definidas. Assim, não permitindo dúvidas que possam tornar o problema desagradável ou insolúvel.

Uma das responsabilidades do professor é então, pensar não somente no problema em si, mas também em como expressá-lo da da melhor forma possível, a mais clara, a fim de minimizar possíveis confusões. Ler e reler o enunciado se faz extremamente necessário, assim como se colocar no lugar do aluno lendo aquilo, mudar o vocabulário em alguns casos e principalmente deixar claro onde o aluno deve chegar. Apesar que, esta última pode proporcionar situações interessantes onde a interpretação feita pelos alunos gera um novo problema. É claro que de forma alguma isso justifica não se atentar a inconsistências nos enunciados, que devem ser evitadas.

Devemos ter certeza que o resultado decorre das hipóteses e que o aluno terá, a partir do que lhe foi dado, todas as informações necessárias para concluir o resultado. Isso é muito importante, pois a primeira reação dos alunos -em alguns casos a única- é supor que ele é que está errado e que não consegue resolver o problema, pois precisamos de uma certa maturidade matemática para perceber e ter coragem de dizer que o resultado não decorre das premissas. Então, se permitimos este erro na entrega do problema, acabamos dependendo de eventuais questionamentos feitos pelo aluno para perceber o equívoco no enunciado.

Reescrever o problema é uma das estratégias para evitar isso. Tê-lo escrito permite entregar uma versão escrita para o aluno, evitando apenas anunciá-lo verbalmente. Há várias

formas de isso resultar em contratempos, como os que podem decorrer do aluno depender da memória para lembrar do problema ou uma confusão na hora de enunciá-lo, por exemplo.

Em sua tutoria ao aluno, o professor deve se preocupar em mais dois aspectos importantes, sendo o primeiro ajudar a resolver o problema e o segundo ajudar a resolver problemas.

Ao ajudar um aluno devemos tomar cuidado para não resolver o problema por ele, a mesma medida que não deixemos ele completamente sozinho nesse processo, impossibilitando algum progresso, principalmente quando se trata de um desafio. Para tal equilíbrio, uma das formas conhecidas de procedermos é como Sócrates, em seu método.

A parte que nos interessa do método Socrático é a orientação através do diálogo crítico, baseado em indagações feitas pelo professor. Para não retirar autonomia do estudante, devemos pensá-la de forma que a sua resposta seja o menor próximo passo possível, para que não haja demasiado adiantamento da nossa parte em relação às conclusões e descobertas que esperamos que faça por conta própria.

Ao perceber que o aluno está estagnado em determinado ponto, podemos questioná-lo sobre o que ele sabe, nos atentando a diferença entre saber e achar que sabe. Precisamos saber o progresso atual do aluno que podemos ajudá-lo.

Ao replicar a dúvida do aluno com uma pergunta o colocamos em uma situação de desconforto, desafiando-o, por sua vez, a questionar-se sobre o que sabe e os métodos adotados até então. O diálogo socrático leva o aluno para uma verdadeira aprendizagem, indo além de qualquer conteúdo, a finalidade da educação para Sócrates é fazer o aluno a pensar e a refletir sobre os conceitos que ele afirma conhecer.

Acredita-se então que o aluno tem um maior desenvolvimento quando ele alcança as respostas sempre após ser desafiado por mais alguma pergunta, em oposição á chegar a sua conclusões através de pequenas respostas proferidas pelo professor.

Sobre o segundo aspecto, a saber, de aprender a resolver problemas em geral é auxiliado primeiramente pela escolha de um bom problema, que permita ao estudante aprender mais do que somente a resolução deste. Aprendizados como novos métodos de abordar os próximos problemas ou novas técnicas de resolução são sempre bem vindos.

É evidente que esta discussão é mais profunda que isso, até mesmo porque um problema que é interessante para um público pode não ser para outro. Da mesma forma que a solução, que consideramos justa, varia com a categoria de alunos que estamos trabalhando. Com um público com menos experiência matemática ou em meios de divulgação, não é absurdo algum considerar correta uma solução que encontra a resposta correta através de meios informais ou heurísticos.

Não podemos desconsiderar o que o aluno usou para resolver o problema, pois é o que ele sabe, é o conhecimento que ele construiu até aquele momento da vida, mas podemos, através do diálogo crítico, incentivá-lo a aprimorar suas habilidades. Não são raras as vezes em que a solução apresentada é de fato rigorosa, apenas não é formal.

## Como resolver um problema

**Entender o problema:** Devemos estar convencidos de que entendemos o problema corretamente e que estaremos resolvendo este e não outro em nossa jornada. Antes de começar o trabalho devemos buscar minimizar nossas dúvidas sobre o enunciado.

**Esclarecer o objetivo:** Busque no enunciado, o ponto final do problema. Saiba a que conclusão você quer chegar, ou seja o objetivo do problema, o que você quer provar ou descobrir.

**Dados:** Busque no enunciado todos os dados que lhe são fornecidos, os pontos de partida e o que é suposto previamente.

**Informações:** Com todos os dados já separados agora inicie uma análise destes para entender o que cada um quer dizer, seja explícita ou implicitamente. Atente-se para não deixar passar informações que precisam de um pouco mais de reflexão para serem extraídas.

**Intuição:** Tente lembrar-se de possíveis problemas semelhantes que tenha conhecido durante a sua vida e, como eles podem te ajudar neste. Pense também sobre a resposta que você espera, para que isso te ajude a começar a caminhar (por exemplo se o problema é verdadeiro ou falso, a ordem de grandeza da resposta e etc), lembre-se que está é só uma intuição e você não deve ter medo de mudá-la conforme descobre coisas novas.

**Notação adequada:** Dar nomes simples aos elementos presentes no seu problema é uma ideia que pode ajudar na execução da solução e, também, diminuir a poluição visual. A escolha de boas notações pode facilitar muito. Por exemplo, para pessoas, cores e objetos a inicial é uma boa opção, se há lugares nos quais as coisas se movem pode tratar estes lugares como pontos e usar setas para sinalizar os movimentos.

**Diagramas:** Verifique se é possível representar o problema através de um diagrama, desenho ou figura, a fim de utilizar mais recursos visuais a seu favor. Verifique se novas informações surgem desta representação de problema.

**Simplificar:** Caso o problema pareça ser mais complexo que o esperado, tente deixá-lo mais simples adicionando ou retirando hipóteses de forma conveniente. Tente resolver um caso particular do problema.

**Resolver:** A luz de tudo que foi feito até agora, sabemos que de alguma forma as hipóteses nos levam a conclusão, descobrir de que forma isso acontece é o seu desafio. Portanto deve-se, agora, identificar e solucionar esta implicação, que é equivalente ao nosso problema.

**Verificar:** Verifique se o que fez até o momento é suficiente para confirmar que esta é a solução do problema, se é única ou se é a melhor. Caso não, busque argumentos que possam confirmar esses itens.

## CONCLUSÕES:

Sabemos que a matemática é bela e interessante, em contraposição ao senso comum, portanto, é importante que aprendamos a desconstruir essa visão. Como exemplo aos nossos alunos não podemos deixar de estudar e nos aperfeiçoar também. Uma boa escolha de estudos para um professor de matemática é estudar novas metodologias para a resolução de problemas, que torne o processo de solução mais interessante, instigando o aluno para este campo.

É claro que cada um dos problemas tem suas particularidades, inclusive experimentamos isso no decorrer do projeto, mas existem estratégias muito recorrentes no processo de solução. A oportunidade de buscar, selecionar e estudar estas estratégias foi engrandecedora e certamente me ajudarão a trilhar o caminho de um bom professor.

Todos os desafios e aprendizados deste projetos foram acrescidos pelo contexto de pandemia que vivemos. Então também aprendemos a lidar com adversidades e vencê-las, aprendemos muito sobre o ensino a distância e ferramentas para trabalhar nessa modalidade.

---

## BIBLIOGRAFIA

Miguel Henri-que Benetti Teixeira, Andrea Aníbia Ferreira Wolff, Débora Martinsde Souza, Luiz Henrique Oliani, **A contribuição de Sócrates para o método de ensino-aprendizagem a distancia**, 2015.

George Pólya, **How to solve it: a new aspect of mathematical method**, Princeton University Press, 1945.

Alex Bellos, **Can you solve my problems a casebook of ingenious perplexing and totally satisfying puzzles**, The Experiment 2016.

Régis Varão, canal no YouTube **Fantástico Mundo Matemático**, acesso em 16/08/2021, <http://www.youtube.com/FantasticoMundoMatematico>.

Eduardo Wagner, Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Augusto Cezar de Oliveira Morgado, **Temas e Problemas**, SBM, 2010.