

# CINEMÁTICA E DINÂMICA DE MECANISMO 4 BARRAS PARA APLICAÇÃO EM FREIOS

Palavras-Chave: [ MECANISMO 4 BARRAS ] [ FREIO A TAMBOR ] [ EQUAÇÃO DE MOVIMENTO DE EKSERGIAN ]

DÉBORA ALVES DE JESUS (bolsista PIBIC CNPq) [ FEM/UNICAMP ]

Prof./<sup>a</sup> Dr./<sup>a</sup> KÁTIA LUCCHESI CAVALCA (orientadora) [ FEM/UNICAMP ]

## INTRODUÇÃO

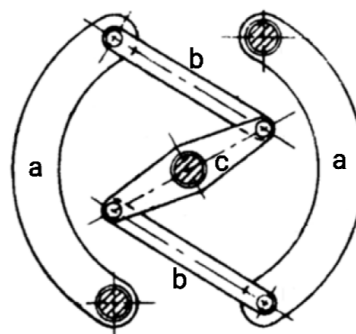
O estudo de mecanismos inclui todos os tipos de sistemas móveis, sendo o mais comum destes o mecanismo de quatro barras, devido a sua versatilidade, estando presentes em suspensões de veículos, braços de escavadeiras e mesmo no interior de eletrodomésticos, como barbeadores elétricos.

Existem freios a tambor de duas, três ou quatro sapatas, que podem ser internas ou externas. Os de sapatas internas costumam ser aplicados como freios traseiros de veículos rodoviários, enquanto os de sapatas externas se fazem presentes principalmente em veículos ferroviários.

Este projeto estudou o mecanismo de ativação de um freio a tambor com duas sapatas internas, esquematicamente representado na Figura 1, a seguir.

A pesquisa foi organizada em duas fases distintas e bem divididas: fundamentação teórica, composta pelo estudo cinemático e dinâmico de mecanismos do tipo quatro barras; e de aplicação computacional em MatLab® das análises cinemática e dinâmica em um sistema de freio a tambor de sapatas duplas internas. Esta divisão foi realizada para que, ao final do projeto, o algoritmo computacional fosse capaz de reproduzir fielmente a física e as condições de

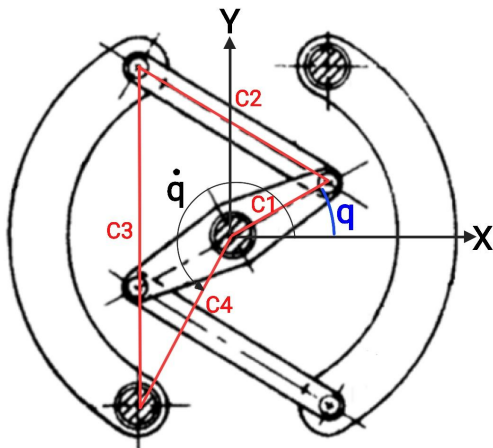
operação do problema, permitindo a recuperação de todo e qualquer parâmetro necessário a análises futuras da operação de sistemas de frenagem a tambor.



**Figura 1:** freio a tambor de sapatas duplas internas. Este mecanismo de freio é composto por: **a.** duas sapatas internas (manivelas de saída), as quais são atritadas contra a superfície interna do tambor conforme a força de entrada, realizando a frenagem do veículo; **b.** duas barras acopladoras, que transferem a força de entrada para as sapatas; e **c.** barra central, que age como dupla manivela recebendo a força de acionamento do sistema.

## METODOLOGIA

O mecanismo de quatro barras utilizado em todo o desenvolvimento, juntamente com a identificação de cada uma das barras sobre a representação esquemática do freio, é apresentado na Figura 2, a seguir.



**Figura 2:** Demonstração do posicionamento do mecanismo quatro barras (em vermelho) no mecanismo de freio a tambor com sapatas duplas internas. A coordenada generalizada (em azul) está indicada pela letra  $q$ , juntamente com o sentido esperado para sua velocidade de acionamento  $\dot{q}$  (em preto). A barra  $c4$  é a barra fixa do mecanismo.

Aplicando os conceitos de coordenadas generalizadas e secundárias conforme apresentado em Doughty [1] para 1 grau de liberdade, foi possível descrever a posição dos componentes do freio como um sistema de equações de loop utilizando as barras e ângulos do mecanismo 4 barras a ele associado, apresentadas a seguir, com  $C_{4X} = C_4 \cdot \cos(60)$  e  $C_{4Y} = C_4 \cdot \sin(60)$ .

$$f_x: C_1 \cdot \cos(q) + C_2 \cdot \cos(A_2) + C_3 \cdot \cos(A_3) - C_{4x} = 0$$

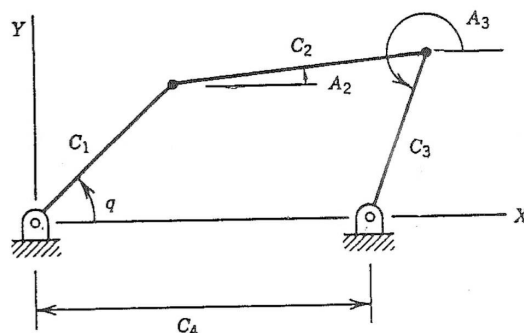
$$f_y: C_1 \cdot \sin(q) + C_2 \cdot \sin(A_2) + C_3 \cdot \sin(A_3) - C_{4y} = 0$$

Com o sistema de equações de loop do mecanismo, foi possível iniciar a implementação do mecanismo em MatLab®, utilizando o método numérico de Newton-Raphson para encontrar os valores exatos

das variáveis secundárias, os ângulos “ $A_2$ ” e “ $A_3$ ” para cada valor de “ $q$ ”.

A Figura 3 apresenta um mecanismo 4 barras genérico, para fins de indicar a posição dos ângulos utilizados no desenvolvimento deste estudo.

Seguindo a metodologia [1], para descrever completamente a movimentação dos componentes do freio, o sistema de equações de loop foi derivado duas vezes no tempo em relação ao ângulo “ $q$ ”, a variável generalizada do mecanismo (em relação à qual toda a movimentação do sistema de freio ocorre, com o seu acionamento) para permitir a obtenção dos coeficientes de velocidades  $\{K_S\}$  e acelerações  $\{L_S\}$  do sistema. Ambos são matrizes  $2 \times 1$ , com cada linha sendo referente a uma das coordenadas secundárias, os ângulos  $A_2$  e  $A_3$ .



**Figura 3:** Esqueleto cinemático indicando os ângulos e seus respectivos referenciais para um mecanismo de 4 barras típico.

Com estes coeficientes em mãos, foi possível obter os vetores de velocidades e acelerações das coordenadas secundárias, apresentados em ordem a seguir, finalizando a análise cinemática do problema.

$$\{\ddot{S}\} = \ddot{q}\{K_S\} + \dot{q}^2\{L_S\}$$

$$\{\dot{S}\} = \dot{q}\{K_S\}$$

Após a conclusão da análise cinemática, foi iniciada a análise dinâmica do mecanismo, com o objetivo de chegar à equação de movimento de

Eksergian do sistema. Esta equação é capaz de calcular a velocidade e a aceleração angulares da coordenada generalizada “q” para uma força generalizada “Q” de acionamento do mecanismo, no caso, um torque aplicado no componente “c”, vide Figura 1. A forma final da equação de eksergian está apresentada a seguir. Cada um de seus termos é dependente da massa e do momento de inércia de cada um dos componentes do mecanismo de freio. Os dados geométricos e referentes a propriedades dos materiais foram obtidos de Ahmed [3] e Guessser [4], respectivamente.

$$J(q) \cdot \ddot{q} + \zeta(q) \cdot \dot{q}^2 = Q$$

Na ordem em que estão dispostos na equação acima, do lado esquerdo, temos a inércia generalizada e o termo centrípeto associados ao sistema, multiplicando a aceleração e o quadrado da velocidade da coordenada generalizada, respectivamente. A inércia generalizada é obtida a partir da energia cinética total do sistema em função unicamente da velocidade da coordenada generalizada ( $\dot{q}$ ). Por sua vez, o termo centrípeto corresponde à derivada da inércia generalizada em relação a “q”. Na mesma equação, do lado direito, “Q” representa a força generalizada do sistema. Esta, é calculada de acordo com o Princípio do Trabalho Virtual, sendo a representação de uma única força e/ou momento resultante arbitrário, que age no sistema causando um deslocamento virtual infinitesimal da coordenada generalizada “q” em um instante de tempo.

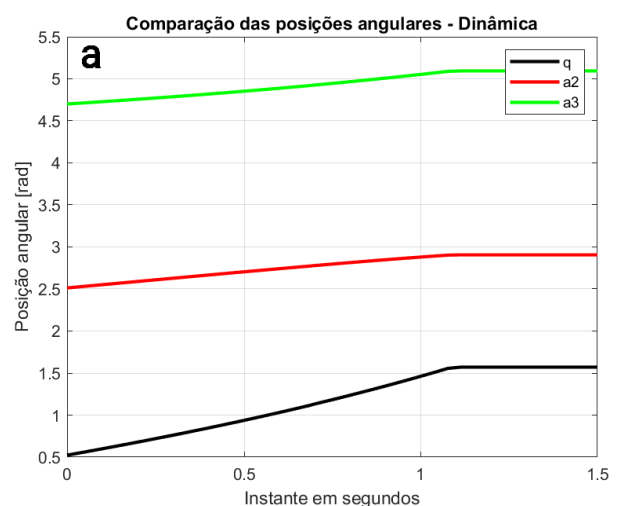
Com os dados resultantes da análise dinâmica do sistema, em conjunto com o balanço das forças e momentos internos e externos agindo no mecanismo, foi possível obter a relação entre força de contato “ $F_{T-S}$ ” entre a sapata (componente “a”, vide Figura 1) e o tambor do sistema de freio em função do torque de acionamento do mecanismo “T” pela equação a seguir

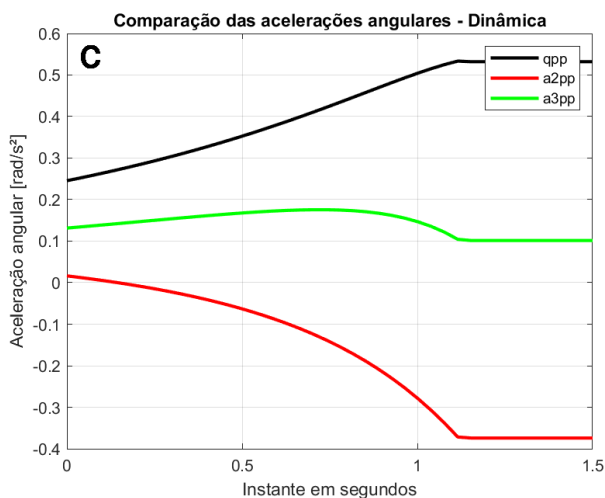
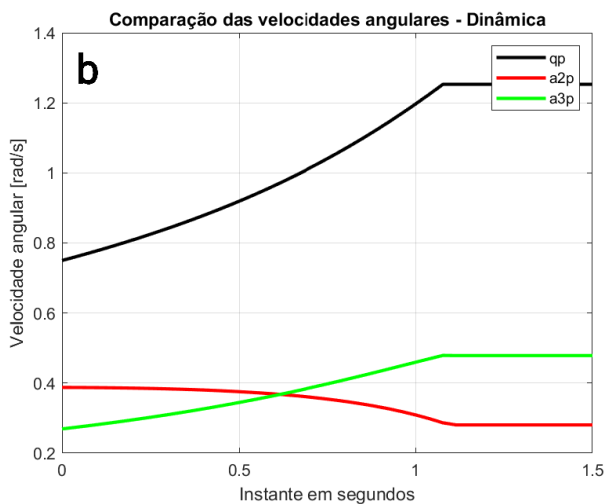
em que a posição do ponto de contato da sapata com o tambor é  $P=(x_c, y_c)$ , a posição do centro de massa de cada barra é dada por  $CM_i=(x_{cm\ i}, y_{cm\ i})$ , bem como a massa da i-ésima barra é  $m_i$  e  $g$  é a gravidade.

$$F_{T-S} = \frac{T + g \cdot (m_3 \cdot x_{cm3} + m_2 \cdot x_{cm2} - m_1 \cdot x_{cm1})}{y_c \cdot \cos(A_3 - 270^\circ) + x_c \cdot \sin(A_3 - 270^\circ)}$$

## RESULTADOS

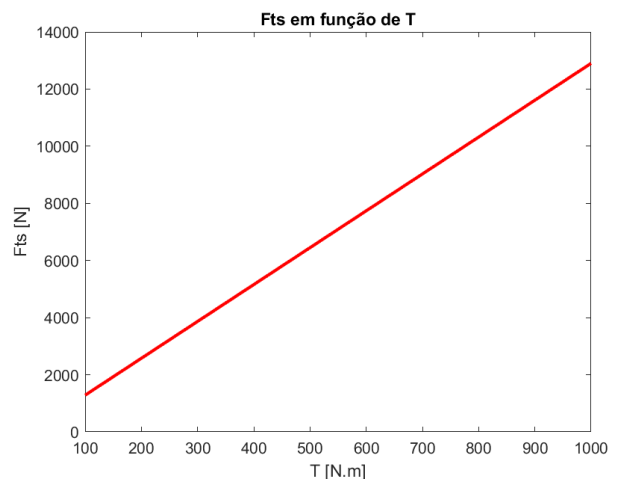
Assumindo que o acionamento do sistema de freios de um veículo pode ser aproximado por um torque de entrada constante “T”, foi possível combinar os desenvolvimentos matemáticos expressos anteriormente para implementar a equação de Eksergian. Com isto, foi possível obter os valores de posição, velocidade e aceleração da coordenada generalizada “q” durante o acionamento e, posteriormente, determinar a posição, velocidade e aceleração angulares das coordenadas secundárias do mecanismo. Os resultados obtidos para um torque de acionamento de 700 Nm aplicado durante 1.5 segundos estão apresentados nas Figuras 4 “a”, “b” e “c”.





**Figuras 4:** apresentação do comportamento das coordenadas generalizada (“q” em preto) e secundárias (“A<sub>2</sub>” em vermelho e “A<sub>3</sub>” em verde) durante o acionamento do mecanismo. a: posições angulares; b: velocidades angulares; c: acelerações angulares.

Finalmente, após a obtenção de todos os parâmetros relacionados ao comportamento da movimentação da estrutura do freio com a sua ativação, a análise da força de contato de frenagem foi realizada considerando que o ponto P de contato principal entre a sapata e o tambor do freio é localizado no centro geométrico da superfície externa da sapata. Nestas condições, o valor da força “F<sub>T-S</sub>” foi obtido para um intervalo de torques de entrada “T” de 100 a 1000 N.m, levando aos resultados apresentados na Figura 5.



**Figura 5:** intensidade esperada para a força de contato entre o tambor e a sapata em função do torque de acionamento do mecanismo.

## CONCLUSÕES

Com base na implementação computacional em MatLab® dos métodos de análise cinemática e dinâmica de mecanismos de 4 barras apresentados em Doughty [1], foi possível que o desenvolvimento deste projeto cumprisse com todas as metas desejadas. Todos os pontos de interesse, bem como coordenadas secundárias, podem ter sua posição, velocidade e aceleração obtida para qualquer instante durante o acionamento do mecanismo, sob as mais diversas condições de acionamento.

É interessante comentar que freios a tambor duplex necessitam de 2 mecanismos de 4 barras simétricos e espelhados para serem completamente descritos, o que pode ser observado na Figura 1, onde a estrutura do 4 barras cobre apenas uma metade do sistema de acionamento do freio. Tomando por exemplo um carro de passeio comum, foi obtida uma F<sub>T-S</sub> de até 4,6 kN em cada sapata [1]. Para o modelo desenvolvido neste projeto, esta força de frenagem pode ser obtida com um torque de acionamento “T” pouco superior a 300 N.m.

A priori, a relação de multiplicação entre a força de contato entre o tambor e a sapata, aplicada para realizar a frenagem do veículo, é praticamente constante, visto que a relação entre torque e força de frenagem é praticamente linear neste tipo de mecanismo. Tal fato é importante na fase de projeto e controle entre entrada e saída do sistema mecânico. Deste modo, considerando as aproximações e simplificações realizadas na implementação do modelo como, por exemplo, a ausência de efeitos dissipativos, é possível afirmar que o projeto chegou a resultados satisfatórios.

## BIBLIOGRAFIA

1. Doughty, S., *Mechanics of Machines*, John Wiley & Sons, USA, 1988, 467 p.
2. Norton, R. L. *Design of Machinery*, Bookmann, 2011, 825 p.
3. Ibrahim Ahmed, Sayed S. Mohamed, Khaled Abdel Wahed, Yasser Fatouh, *Study of the effect of changing the lining form of the duplex drum brake on the brake performance*, IRJET, 2020, 8 p.
4. Wilson Luiz Guessser, Ivo Baumer, André Paulo Tschiptschin, Gustavo Cueva, Amilton Sinatora, *Ferros fundidos empregados para discos e tambores de freio*, Brake Colloquium, SAE Brazil, 2003, 06 p.