

# Otimização Multiobjetivo para o Problema de Roteamento de Carteiros na Cidade de Artur Nogueira

Aluno: Samuel Lahr Azorli (RA:205698)  
Orientador: Luis Augusto Angelotti Meira

Faculdade de Tecnologia - UNICAMP

## Resumo

Problemas de Roteamento de Veículos possuem um conjunto de clientes que precisam ser atendidos por veículos. Este problema é um dos mais conhecidos no campo da otimização combinatória e busca minimizar custos de logística em diversos setores. Trata-se de uma generalização do conhecido problema do Caixeiro Viajante, porém com vários veículos, restrições e custos. Esta Iniciação Científica tem como objetivo a análise e o desenvolvimento de algoritmos para a otimização do problema. Ao decorrer desta IC, foram desenvolvidos e analisados os algoritmos de busca local 2-opt e 3-opt. Houve também a elaboração de um algoritmo de divisão de rotas utilizando a estratégia route-first cluster-second. Também foi implementado e analisado o algoritmo multi-objetivo NSGA II. Trabalhamos com três objetivos: redução do número de veículos, redução do comprimento das rotas e redução da variabilidade dos comprimentos das rotas. Na etapa da comparação, o algoritmo que apresentou melhores resultados entre as buscas locais foi o 3-opt, porém também apresentou o maior tempo de execução. Entretanto a combinação do 2-opt e 3-opt na maioria dos casos apresentou resultados melhores e com tempo de execução menores para instâncias maiores. Implementamos o algoritmo NSGA II e executamos em diversas instâncias. Os resultados formaram uma fronteira de soluções não dominadas.

**Palavras-chave:** Local search, NSGA II, Route-first cluster-second.

## 1 Introdução

O Problema do Roteamento de Veículos (do inglês *Vehicle Routing Problem*, VRP), foi introduzido por Dantzig e Ramser em 1959 [3], inicialmente como uma generalização do Problema do Caixeiro-Viajante (do inglês *Traveling Salesman Problem*, TSP). Em tal trabalho, os autores descrevem o problema de realização de entregas de gasolina por meio de vários caminhões

para um grande número de postos a partir de um única refinaria. Nesse trabalho, os autores propuseram uma formulação algorítmica para o problema, a qual veio a ser melhorada cinco anos depois, em 1964, por Clarke e Wright [2]. Os autores propuseram um algoritmo guloso para resolver o problema. Entretanto, o nome VRP surge apenas em 1976 no trabalho de Chris-

tofides [1]. Christofides define VRP como um nome genérico para uma classe de problemas envolvendo uma visita de “clientes” por “veículos”.

O campo de estudo do problema também tem crescido ao passo em que a taxa da publicação de novos artigos também cresce. Segundo uma pesquisa realizada em 2009 por Eksioglu, Vural e Reisman [4], há um total de 1021 publicações de artigos em grandes revistas acadêmicas desde 1959 até o ano de 2008 com um crescimento anual de 6,09%.

## 1.1 Objetivo e Contribuições

O objetivo desta pesquisa é estudar os principais aspectos do VRP e de otimização, bem como a implementação de algoritmos para a resolução do problema. Trabalhamos no problema multiobjetivo: comprimento das rotas, número de veículos e variabilidade dos comprimentos das rotas.

Foi implementado algoritmos de busca local clássicos como 2-opt e 3-opt e também o algoritmo bioinspirado e multiobjetivo NSGA II. Este trabalho trabalhou com algoritmos de divisão de rotas route-first cluster-second através de um método criado neste trabalho e também com o cluster-first route-second.

A primeira técnica utilizada consiste na criação de uma grande rota que é otimizada e depois fragmentada vários veículos. Foi proposto neste trabalho um algoritmo que faz a quebra das rotas reduzindo a desigualdade dos comprimentos. Outra técnica utilizada foi a criação de soluções semi-aleatórias factíveis para a utilização da otimização multiobjetivo.

## 1.2 Definição do problema

Esta subseção foi baseada no trabalho [6]. Nele os autores definiram o problema como uma variante do VRP baseado na entrega de correspondências por carteiros na cidade de Artur Nogueira, através de um benchmark com instâncias de até 30.000

vértices. Nesse trabalho, apenas há apenas um depósito e há um comprimento de rota máxima  $R_{max}$  permitido para a solução.

Os autores em [6] consideraram um grafo ponderado completo  $G(V; E; w)$  e uma função de custo  $w : E \rightarrow Q^+$ . Existe um vértice especial  $2 V$  chamado depósito. O conjunto de clientes é dado por  $C = V \setminus \{g\}$  e seu número, por  $n = |C|$ . O conjunto de clientes é representado por  $C = \{c_1; \dots; c_n\}$ .

Existe um valor  $k \in \mathbb{N}$  que representa o número de veículos, podendo ser uma constante ou variável. Uma instância do problema é representada por um conjunto de elementos  $S$  onde o depósito é um elemento especial  $2 S$ . A função  $w : S \times S \rightarrow \mathbb{N}$  representa o custo entre qualquer par de elementos de  $S$ .

Considere uma sequência  $S(C; k) = (c_1; \dots; c_n; \dots; )$  montada através da inserção de todos os elementos de  $C$  em  $S(C; k)$ . Após isso o vértice do depósito é inserido  $k - 1$  vezes. Cada permutação de  $S(C; k)$  representa uma solução do VRP.

Todas as rotas iniciam e terminam no depósito. Cada rota  $R_n$  é obtida por uma sequência de  $S$  terminando em  $\dots$ . Por exemplo, considere a solução  $S^0 = (c_1; c_2; c_3; c_4; \dots; c_5; c_6; c_7; \dots; c_8; c_9; c_{10})$ . Nesse exemplo,  $R_1 = (c_1; c_2; c_3; c_4)$ ,  $R_2 = (c_5; c_6; c_7)$  e  $R_3 = (c_8; c_9; c_{10})$ . Seja  $Particao(S) = (R_1; \dots; R_k)$  o conjunto gerado pela quebra da sequência original em rotas. A quebra se dá toda vez que o depósito é encontrado na sequência original. Por definição rotas vazias não fazem parte de  $Particao(S)$ . Ou seja,  $Particao(1; 2; \dots; 3; 4)$  é  $f(1; 2); (3; 4)g$  e não  $f(1; 2); (); (3; 4)g$ . O tamanho de uma rota  $R = (r_1; \dots; r_m)$  é dado por:

$$W(R) = \sum_{i=1}^{m-1} w(r_i; r_{i+1}).$$

O comprimento de uma solução  $S = (s_1; \dots; s_m)$  é calculado como a soma do comprimento das rotas, como a seguir:

$$W(S) = \sum_{R \in \mathcal{R}Particao(S)} W(R)$$

O número de veículos usados em uma dada solução é igual ao número de rotas não vazias, ou seja  $jParticao(S)j$ . Se o número de veículos é  $k$  e não são permitidas rotas vazias, temos a restrição  $jParticao(S)j = k$ . Se o número de veículos é no máximo  $k$ , ou se rotas vazias são permitidas, nós temos  $jParticao(S)j \leq k$ .

No trabalho [6] os autores definem o problema de maneira multiobjetivo. São definidos três funções de custo  $f_1(S)$ ,  $f_2(S)$  e  $f_3(S)$ . Em  $f_1(S)$  os autores utilizam o comprimento da solução, com  $f_1(S) = W(S)$ .

Na função  $f_2(S)$  os autores estabelecem o número de veículos com  $f_2(S) = jParticao(S)j$ .

Por fim, a função  $f_3(S)$  mede o grau de variabilidade entre os comprimentos das rotas através do cálculo do desvio padrão:

$$f_3(S) = \frac{\sqrt{\sum_{R \in \mathcal{R}Particao(S)} \frac{(W(R) - \overline{W(R)})^2}{jParticao(S)j - 1}}}{1}$$

A seguir, temos a definição formal do problema:

**Definição 1.1. PostVRP.** Dado um conjunto de elementos  $S$ , uma função de custo  $w : S \times S \rightarrow \mathbb{N}$ , uma constante  $k \geq 2$   $S$  representa o número máximo de veículos, um vértice especial  $s \in S$  e o comprimento máximo da rota  $R_{max} \geq \mathbb{N}$ . Considerando  $C = S \setminus \{s\}$ , a sequência  $S(C; k)$  e  $Pe$  o conjunto de todas as permutações factíveis de  $S(C; k)$  respeitando o  $R_{max}$ . O PostVRP consiste na minimização de  $(f_1(S^j); f_2(S^j); f_3(S^j))$  para todo  $S^j \in Pe$ .

## 2 Metodologia

Para o desenvolvimento do projeto foi utilizado o benchmark postVRP, documentado em [6] baseado na cidade de Artur Nogueira. O programa [5] lê o arquivo referente a instância utilizada. A partir dele

foram desenvolvidos os algoritmos. Todo o código foi construído em java utilizando programação orientada a objetos.

Para a execução dos algoritmos 2-opt e 3-opt, inicialmente foi gerada uma rota aleatoriamente. Foram implementadas duas versões desses algoritmos.

Os algoritmos 2-opt e 3-opt tem uma vizinhança baseada na troca de duas ou três arestas. Na primeira implementação, após encontrar uma melhoria, a busca é volta para o início da vizinhança. Na segunda implementação, após realizar uma melhoria, o algoritmo continua a varrer a vizinhança até o final. Por serem métodos distintos de busca local, cada otimização teve resultados distintos.

A execução do algoritmo de quebra de rotas baseado na técnica route-first cluster-second, na qual a divisão em rotas ocorre após a otimização do comprimento. Foi executado a partir das rotas otimizadas pelos algoritmos de busca local. O algoritmo de divisão de rotas é um algoritmo guloso baseado na restrição  $Rmax$ . Os vértices são inseridos em ordem até chegar ao limite  $Rmax$ . A rota então é fechada e abre-se uma nova rota. Repete-se o processo até inserir todas as entregas. Note que todas as rotas ficarão cheias no limite, menos a última que, em geral, ficará bem incompleta.

Feito isso, é definindo o número mínimo de veículos necessários para a realização das entregas. Para melhorar o balanceamento da carga, o valor de  $Rmax$  é reduzido multiplicando-o por um valor  $\alpha$ . Por exemplo, multiplica-se  $Rmax$  por 0.999 e repete o processo até que todas as rotas tenham tamanho bem próximo.

Para a implementação do algoritmo NSGA II primeiramente foi necessária uma técnica de geração de soluções factíveis probabilística. Este algoritmo é baseado no diagrama de Voronoi e é considerada uma técnica *cluster-first route-second*, na qual a divisão das rotas ocorre antes da otimização.

Para gerar uma solução da população inicial, o algoritmo é executado 200 vezes. A rota que apresenta a menor variação na quantidade de entregas é selecionada.

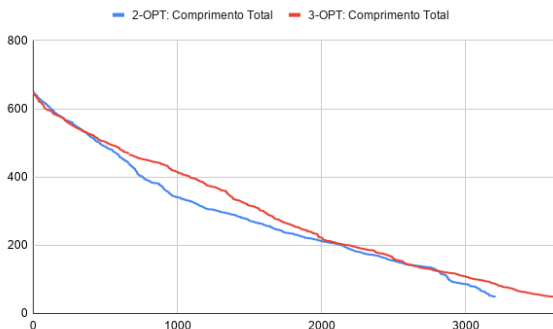
Em seguida cada cluster é otimizado através da execução do algoritmo 2-opt. Este processo é repetido para cada nova solução até a geração da população, entretanto, soluções ineficazes são descartadas.

O algoritmo NSGA II contém os algoritmos *non dominated sort* e *crowding distance assignment* como subetapas. O *Order Crossover*(OX) foi implementado de acordo com a descrição do trabalho de Kumar e Panneerselvam [7]. Depósitos são tratados como pontos diferentes durante o crossover.

A taxa de mutação utilizada foi de 95%.

### 3 Resultados

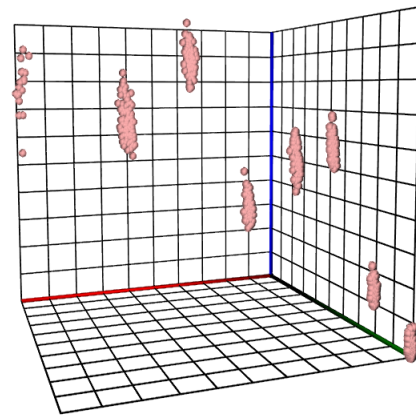
Os resultados dos algoritmos 2-opt e 3-opt foram obtidos pela otimização de uma solução aleatória sem a utilização do algoritmo de divisão das rotas. A figura 3 apresenta uma comparação entre os algoritmos.



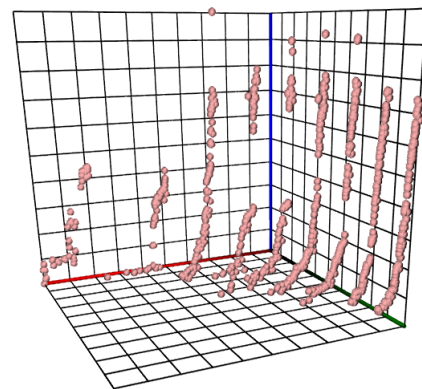
Comparação 2-opt 3-opt: Comprimento da rota Iteração. O algoritmo executou até atingir o mínimo local, ou seja, não haver mais melhora na vizinhança.

Após a otimização com busca local, ocorre a divisão de rotas e sua otimização, pois a cada iteração do algoritmo de divisão gera resultados cada vez mais justos, pois equilibra o peso das primeiras rotas para a última. A figura 1 representa o resultado obtido a partir da instancia RealWorldPostToy\_1000\_0 após o processo de

otimização e divisão de rotas.



População inicial do NSGA II



População após mil iterações do algoritmo NSGA II.

### 4 Conclusão

O objetivo desta iniciação científica foi estudar os principais aspectos do VRP e da otimização combinatória e a implementação de algoritmos para a resolução do problema. Os algoritmos desenvolvidos foram o 2-opt, o 3-opt, o NSGA II e o algoritmo de divisão.

A otimização multiobjetivo apresenta aspectos em tomada de decisão, a qual torna-se necessária a análise de algumas soluções para escolher a que será utilizada.

Os resultados obtidos pelo algoritmo de divisão das rotas apresentaram bons resultados em termos de balanceamento de carga e número de veículos utilizados,

