



# Otimização Evolutiva Multiobjetivo: Implementação do Algoritmo cob-aiNet

**Palavras-Chave:** computação evolutiva, otimização multiobjetivo, sistema imunológico artificial

**Autores:**

Lucas Nogueira Morais [FEEC/UNICAMP]

Prof. Dr. Romis Ribeiro de Faissol Attux (orientador) [DCA/FEEC/UNICAMP]

Prof. Dr. Guilherme Palermo Coelho (co-orientador) [FT/UNICAMP]

---

## INTRODUÇÃO:

A otimização de um critério é um processo essencial para a obtenção de graus satisfatórios de desempenho em diversos sistemas práticos. Contudo, muitas vezes se faz necessário a otimização simultânea de múltiplos critérios conflitantes em um dado problema. Para estes casos, utiliza-se a teoria de otimização multiobjetivo, baseada no conceito de dominância.

A dominância é um critério de comparação entre diferentes soluções candidatas em um processo de otimização, sendo uma solução dominante a que se demonstra, perante outra solução, superior em pelo menos um dos objetivos em questão, ao mesmo tempo que é superior ou equivalente em todos os demais objetivos [1].

Graças a esse conceito, pode-se definir uma fronteira composta pelo conjunto de soluções não-dominadas, representando a otimalidade de otimização do problema em questão, denominada fronteira real de Pareto, a qual usualmente não é conhecida a princípio e que o processo de otimização tenta alcançar.

Para tal tarefa, frequentemente são utilizadas heurísticas, e em especial ferramentas de computação bioinspirada, devido ao fato de utilizarem uma abordagem populacional, lidando com diversas soluções candidatas à otimalidade ao mesmo tempo e, assim, incorporando de maneira natural o conceito de dominância.

Um dos conjuntos de ferramentas da computação bioinspirada que pode ser utilizado para problemas de otimização são os sistemas imunológicos artificiais, que, imitando os mecanismos de seleção clonal e de afinidade entre anticorpos, buscam a formação de uma população de soluções ótimas, comumente de tamanho variável de acordo com a necessidade do problema [2].

Este trabalho de iniciação científica teve como objetivo o desenvolvimento de estudos sobre otimização multiobjetivo e sobre os algoritmos SPEA2 [3], NSGA-II [4] e cob-aiNet[MO] [2], realizando a implementação deste último e sua avaliação e análise em problemas de teste. Além

disto, foi realizada a sua aplicação para o projeto de filtros digitais, baseada nos estudos apresentados por [5].

## METODOLOGIA:

Para a realização do estudo, necessitamos entender o algoritmo cob-aiNet[MO], os problemas que serão utilizados para testá-lo e como avaliar os resultados obtidos.

### O algoritmo cob-aiNet[MO]

O algoritmo cob-aiNet[MO] [2], cujo pseudocódigo consta abaixo, é um sistema imunológico artificial para otimização multiobjetivo. Tem por características a presença de uma população de tamanho variável, a utilização de uma métrica de concentração para garantir um grau de diversidade no espaço das variáveis e o uso da mesma abordagem de atribuição de fitness do algoritmo SPEA2 [3] para se determinar quão bons são os valores dos objetivos das soluções quando comparadas entre si.

A variação no tamanho da população provém dos mecanismos de inserção e supressão, ambos baseados em uma métrica de concentração das soluções no espaço das variáveis, que utiliza como suporte uma métrica de afinidade entre soluções.

Outro mecanismo fundamental para o algoritmo é o operador de hipermutação, que realiza a variação das soluções presentes na população através da modificação de diversos clones destas. A amplitude da mutação de cada clone é dependente do valor do fitness e da concentração de sua solução mãe, de modo que soluções com melhores valores de fitness tendam a apresentar variações de pequena amplitude e que ocorra uma maior exploração (maior amplitude) em clones cuja soluções-mãe se encontram em regiões de baixa concentração.

---

### Pseudo-código cob-aiNet[MO].

- 1: Gerar uma população inicial aleatória
- 2: Avaliar o valor dos objetivos, fitness e afinidade para a população inicial
- 3: **Enquanto** critério de parada não for satisfeito
- 4:     Aplicar o operador de hipermutação
- 5:     Avaliar os clones
- 6:     Aplicar o operador de seleção (com inserção)
- 7:     **Se** iteração atual satisfizer critério de aplicação da busca local **Então**
- 8:         Aplicar o operador de busca local
- 9:     **Fim se**
- 10:     Avaliar o fitness e afinidade da população
- 11:     Atualizar a medida de concentração
- 12:     Aplicar o operador de supressão
- 13: **Fim enquanto**
- 14: Aplicar o operador de busca local
- 15: Avaliar o fitness e a afinidade da população
- 16: Atualizar a medida de concentração
- 17: Aplicar o operador de supressão
- 18: Eliminar todas as soluções dominadas da população

## Problemas matemáticos de teste

Para fins de teste do algoritmo, utilizou-se um conjunto de problemas retirados da literatura [1], três dos quais são mostrados na Tabela 1 e serão usados para demonstração neste resumo.

**Tabela 1 - Problemas matemáticos de teste**

Problema	Número de variáveis	Objetivos	Restrições
<b>BINH1</b>	2	$f_1(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2$ $f_2(\mathbf{x}) = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2$	$-5 \leq x_i \leq 10$ $i = 1, 2$
<b>POLONI</b>	2	$f_1(\mathbf{x}) = 1 + (A_1 - B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2$ $f_2(\mathbf{x}) = (x_1 + 3)^2 + (x_2 + 1)^2$ $A_1 = 0.5 \sin(1) - 2\cos(1) + \sin(2) - 1.5\cos(2)$ $B_1 = 0.5 \sin(x_1) - 2\cos(x_1) + \sin(x_2) - 1.5\cos(x_2)$ $A_2 = 1.5 \sin(1) - \cos(1) + 2\sin(2) - 0.5\cos(2)$ $B_2 = 1.5 \sin(x_1) - \cos(x_1) + 2\sin(x_2) - 0.5\cos(x_2)$	$-\pi \leq x_i \leq \pi$ $i = 1, 2$
<b>ZDT3</b>	30	$f_1(\mathbf{x}) = x_1$ $f_2(\mathbf{x}, g) = g(\mathbf{x}) \times (1 - (x_1/g(\mathbf{x}))^{0.5} - (x_1/g(\mathbf{x})) \times \sin(10\pi x_1))$ $g(\mathbf{x}) = 1 + 9/(n - 1) \times \sum_{i=2}^n x_i$	$0 \leq x_i \leq 1$ $i = 1, 2, \dots, 30$

## Projeto de filtros digitais

Também foi realizada a aplicação do algoritmo em um problema real: o projeto de filtros digitais. Para tal, foi adotada uma modelagem dos filtros baseada na função de transferência na forma cascata, utilizando-se múltiplos termos de primeira e segunda ordem, abordagem essa inspirada no trabalho desenvolvido em [5].

A otimização foi realizada através do uso de variáveis reais para codificar os coeficientes da função de transferência e de variáveis binárias auxiliares para ativar ou desativar cada um dos termos desta, de forma a permitir a variação da ordem dos filtros.

Como funções objetivo, foram utilizadas as atenuações da magnitude na resposta em frequência, com relação a um filtro ideal, tanto para a faixa de passagem quanto para a de rejeição, a linearidade da fase e a ordem do filtro.

## Razão de hipervolume

Para avaliar a qualidade dos resultados obtidos, pode-se utilizar a métrica de razão de hipervolume. Hipervolume é definido como o volume formado pelos objetivos de um conjunto de

soluções e um ponto de referência [1]. A razão de hipervolume é a razão entre os hipervolumes obtidos para as soluções do processo de otimização e da fronteira real de Pareto (ou uma boa aproximação conhecida para esta), representando o quanto o conjunto de soluções obtido se aproxima do conjunto de soluções ótimo.

O ponto de referência para o cálculo do hipervolume deve ser escolhido de modo que nenhum ponto na fronteira analisada ultrapasse o valor daquela dimensão no ponto de referência, considerando-se um problema de minimização. Dessa forma, utilizou-se os pontos (51, 51) para o problema BINH1, (18, 30) para o POLONI e (0.9, 1.3) para o ZDT3. Como não se conhece a fronteira de Pareto ótima para o projeto de filtros digitais, sua razão de hipervolume não foi computada.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Executando-se o algoritmo 30 vezes para cada um dos 3 problemas de teste matemáticos, com 200 gerações para cada execução e 55 indivíduos na população inicial, obteve-se as razões de hipervolume de  $0,9927 \pm 4,8 * 10^{-4}$  para o problema BINH1,  $0,9960 \pm 1,7 * 10^{-3}$  para o POLONI e  $0,9759 \pm 8,8 * 10^{-3}$  para o ZDT3.

As fronteiras no espaço dos objetivos obtidas são exibidas na Figura 1.

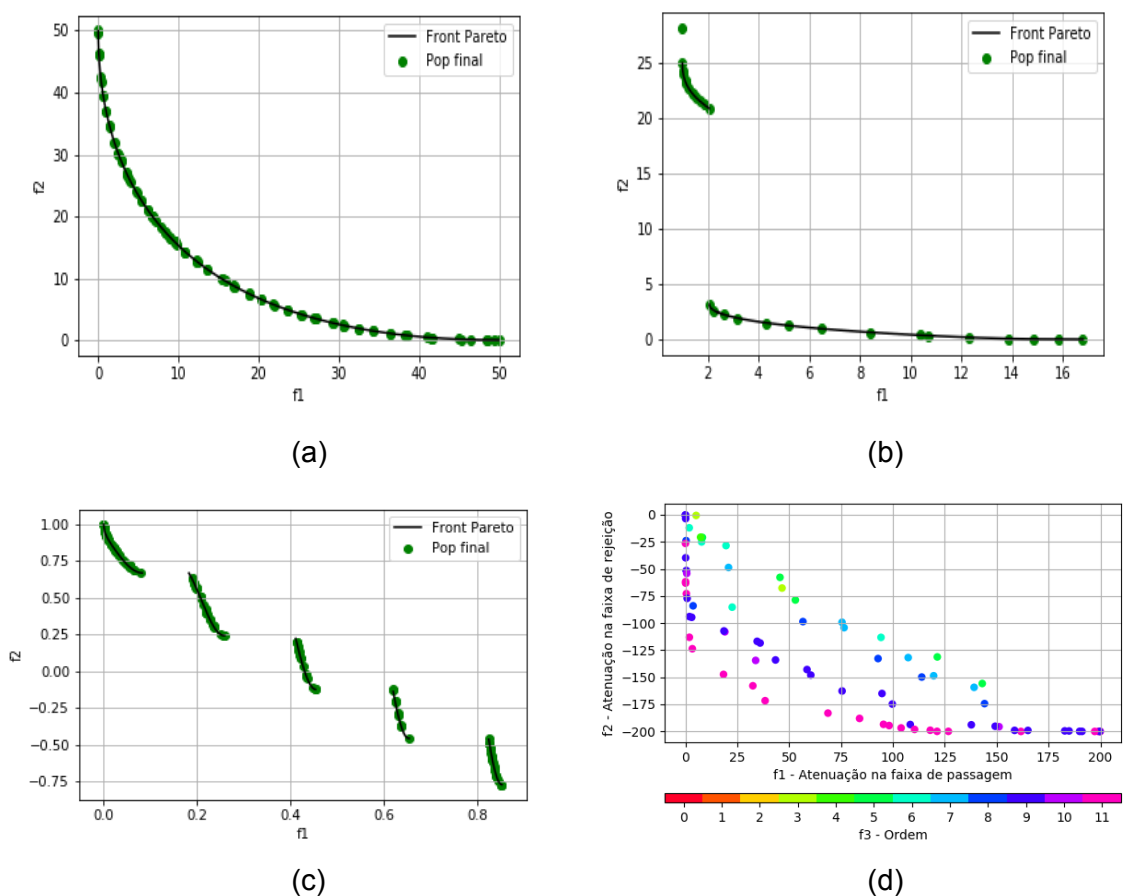


Figura 1 - Soluções na última geração do algoritmo cob-aiNet[MO] para os problemas (a) BINH1, (b) POLONI, (c) ZDT3 e (d) projeto de filtros digitais (utilizando as atenuações da magnitude e a ordem como objetivos).

Nos três problemas de teste matemáticos, nota-se que o algoritmo foi capaz de obter resultados contidos na fronteira de Pareto, resultando em razões de hipervolume muito próximas de 1. Além disso, a capacidade do algoritmo de manter a diversidade no espaço das variáveis se traduz no espaço dos objetivos como a presença de regiões com diferentes concentrações de soluções.

Já para o caso do projeto de filtros digitais, observa-se que o algoritmo, apesar de conseguir explorar bem o espaço de busca em relação aos objetivos de atenuação da magnitude, apresentou dificuldades em otimizar simultaneamente a ordem do filtro, não obtendo soluções para as ordens mais baixas, possivelmente devido à maior complexidade do problema em comparação com os problemas matemáticos e ao maior número de funções objetivo.

## **CONCLUSÕES:**

O algoritmo cob-aiNet cumpre seu papel como ferramenta de otimização multiobjetivo, alcançando resultados comparáveis com as soluções ótimas conhecidas para os problemas de teste utilizados. Além disso, possui os diferenciais de ser capaz de variar o tamanho da população de acordo com a necessidade do problema e de promover uma diversidade no espaço das variáveis, que se reflete também no espaço dos objetivos.

## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] Coello, C. A. Coello, “**Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems**”, Second Edition, Springer Publishing, p. 5 – 13, 275 – 276 and Appendix A, 2007.
- [2] Coelho, G. P.; Zuben, F. J. Von, “**A Concentration-Based Artificial Immune Network for Multi-Objective Optimization**”, International Conference on Multi-Criterion Optimization, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 6576, p. 343 – 357, 2011.
- [3] Zitzler, E.; Laumanns, M.; Thiele, L., “**SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm**”, TIK Report, 2001.
- [4] Deb, K.; Pratap, A.; Agarwal, S.; Meyarivan, T., “**A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II**”, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 6, No. 2, p. 182 – 197, 2002.
- [5] Wang, Yu; Li, Bin; Chen, Yunbi. “**Digital IIR filter design using multi-objective optimization evolutionary algorithm**”. Applied Soft Computing Vol. 11, No. 2, p. 1851 – 1857, 2011.