

Modelagem do comportamento dinâmico de rotores considerando sua estrutura de fundação

Palavras-Chave: MÁQUINAS ROTATIVAS, ESTRUTURA DE FUNDAÇÃO, DINÂMICA DE ROTORES

Autores/as:

Douglas Moreira dos Santos [Faculdade de Ciências Aplicadas - UNICAMP]

Prof.Dr. Eduardo de Paiva Okabe (orientador) [Faculdade de Ciências Aplicadas - UNICAMP]

INTRODUÇÃO:

Os equipamentos rotativos como os simulados neste estudo são de extrema importância e possuem aplicações que impactam diretamente na vida das pessoas, podendo ser encontrados em menores dimensões, como nos discos rígidos dos computadores, bem como nas imponentes turbinas eólicas e a combustão, sendo ambas máquinas de grande porte empregadas na geração de energia.

A utilização desses equipamentos, despertou a necessidade do estudo e previsão de seu comportamento, já que o aumento de suas dimensões, desbalanceamento e as velocidades de trabalho elevadas, geravam potenciais problemas de vibração e instabilidade, colocando em risco a segurança dos operadores, como também a integridade do rotor (MUSZYNSKA, 2005). Muito trabalho foi feito até aqui nessa busca incessante pelo conhecimento acerca das máquinas rotativas, sendo De Laval e Jeffcott, alguns dos pesquisadores precursores. Os estudos já realizados que buscam investigar o comportamento dos rotores, em sua maioria não levam em conta a estrutura de fundação do equipamento, e nem sua contribuição no comportamento da máquina em funcionamento.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho de iniciação científica consiste na simulação do comportamento dinâmico de máquinas rotativas através de um modelo matemático baseado no rotor de Jeffcott, a fim de se analisar e compreender a interação dinâmica do equipamento com sua estrutura de fundação, seja ela simulada como um bloco rígido em um sistema massa-mola (Krämer, 1993) ou elemento de viga-flexível pelo Método de Elementos Finitos.

METODOLOGIA:

Após a pesquisa bibliográfica e entendimento do problema, elaborou-se a primeira modelagem, sendo esta implementada em Python posteriormente. O modelo consiste de um sistema massa-mola com 1 GDL e força de excitação constante, tendo sua força elástica proporcional a seu deslocamento $x(t)$, o amortecimento proporcional a velocidade $\dot{x}(t)$ e massa m . O seu comportamento é dado pela equação 1, conhecida como equação do movimento:

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = F(t) \quad \text{eq. 1}$$

Feito isso, também utilizou-se a equação 2 para o cálculo da amplitude de vibração do sistema inicial C:

$$C = \frac{\vec{F}}{k - m\omega^2 + jd\omega} \quad \text{eq. 2}$$

O fator de ampliação V dado pela equação 3:

$$V = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}} \quad \text{eq. 3}$$

E o coeficiente η dado por 4:

$$\eta = \frac{\omega}{\omega_n} \quad \text{eq. 4}$$

Nesse primeiro modelo considerou-se a força $F(t)$ constante, sendo os resultados obtidos para diferentes coeficientes de amortecimento d e elasticidade k . Todas as equações seguiram o procedimento estabelecido pelo Krämer. Feito isso, partiu-se para o segundo modelo, cujo desenho que pode ser visto na figura A:

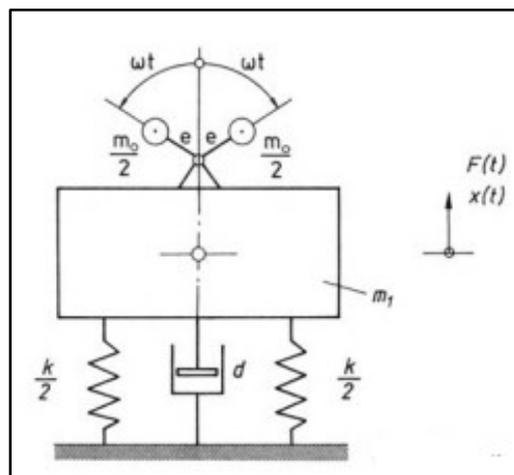


Figura A: Modelo com massa desbalanceada.
Fonte: Dynamics of Rotor and Foundations (1993)

Agora, a força de excitação que antes era constante passa a depender da massa desbalanceada m_0 , da excentricidade do sistema e , bem como da frequência ω :

$$F(t) = m_0 * e * \omega^2 \quad \text{eq. 5}$$

Como a força F agora depende do tempo, a amplitude C também se altera. O fator de ampliação V será definido da seguinte forma:

$$V = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}} \quad \text{eq. 6}$$

Desse modo, foram obtidos os mesmos gráficos definidos para força constante, mas agora para a massa desbalanceada e força dependente do tempo.

O terceiro modelo já se aproxima do esperado para o estudo proposto. Para essa simulação o rotor e sua fundação foram analisados juntos, cujo intuito consiste na obtenção da matriz de rigidez

dinâmica, que é complexa e à partir desse ponto obter as amplitudes dos deslocamentos e os ângulos de fase do sistema (Fig.B).

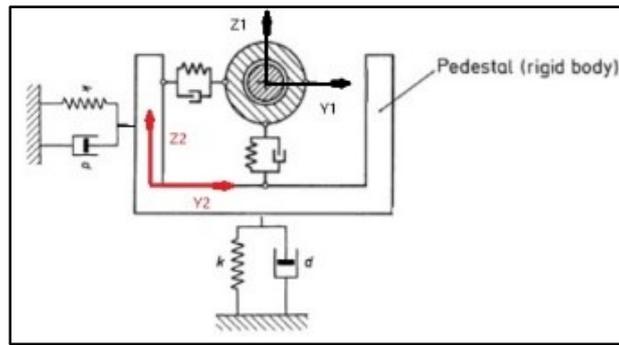


Figura B: Desenho Esquemático Modelo Rotor+Fundação
Fonte: Os Autores

Pelo D.C.L. do sistema, pode-se obter a equação do movimento generalizada:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad \text{eq. 7}$$

O vetor força F descrito acima é proveniente do desbalanceamento no rotor. Para X(t):

$$X(t) = X * e^{j\omega t} \quad \text{eq. 9}$$

E suas derivadas de primeira e segunda ordem, obtém-se o sistema linear:

$$(-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])\{X\} = \{F\} \quad \text{eq. 10}$$

Ao considerar o sistema acima em sua forma mais generalizada:

$$[A]\{X\} = \{F\} \quad \text{eq. 11}$$

Têm-se a matriz de rigidez dinâmica A que é complexa:

$$[A] = (-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K]) \quad \text{eq. 12}$$

Dessa forma, com a obtenção da matriz A se faz possível o cálculo dos deslocamentos do sistema, aplicando operações de sistemas lineares na equação 12.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Para a simulação do modelo apresentado na figura A, algumas condições iniciais para o sistema tiveram de ser estimadas, sendo elas: a massa m de 10kg, a constante k igual a 1000 N/m, a viscosidade d igual a 1 e a força de 100N. Dessa forma a frequência natural calculada foi de 10 rad./s. Determinadas as condições iniciais, foram calculados o módulo da amplitude C, o ângulo de fase e o fator de ampliação V, ambos por método iterativo com a frequência ω variando de 0 a 50 rad/s ao passo de 0.1 rad./s.

No gráfico 1, têm-se as curvas de ressonância como são conhecidas, cujo coeficiente d varia de 0.1 até 1.1. Todas as curvas começam em V igual a 1 e o maior fator de ampliação quanto a frequência de operação está muito próxima da frequência natural do sistema. Ademais, para grandes valores de η , o fator tende a zero

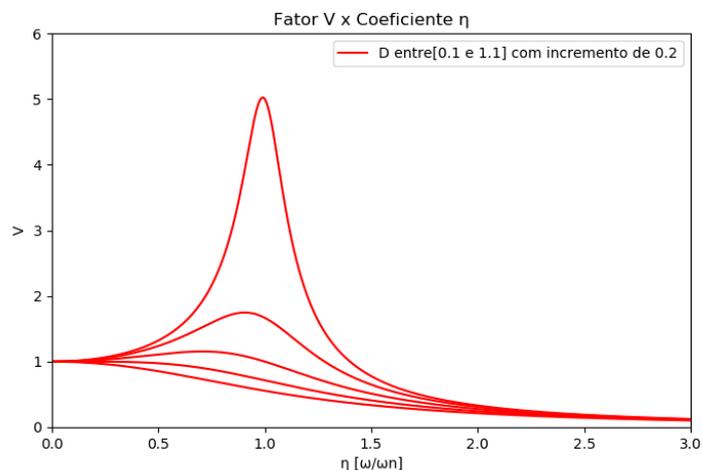


Gráfico 1: Fator de ampliação V por η
Fonte: O autor

O gráfico 2 contém a amplitude e o ângulo de fase, eles dois em função da frequência ω . Para o segundo modelo (figura B), foram consideradas as mesmas condições iniciais com o acréscimo das componentes do vetor força $F(t)$, das equações 8 e 9, da excentricidade $:1 \cdot 10^{-3}$ e a massa desbalanceada m_0 de 1.5 Kg

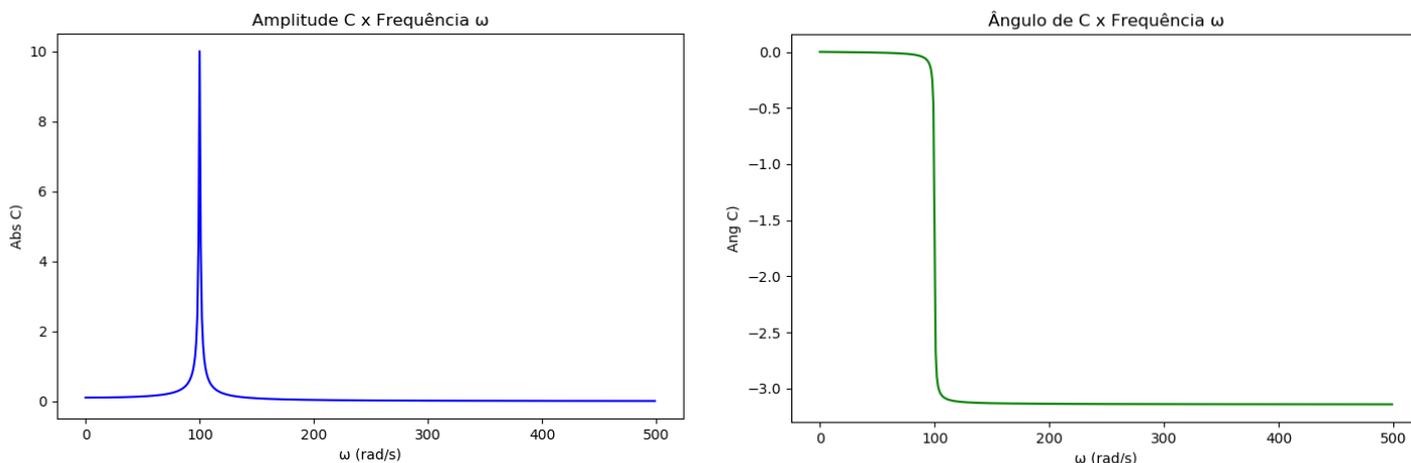


Gráfico 2: Fator de ampliação V por η
Fonte: O autor

. O mesmo procedimento foi adotado para o sistema com desbalanceamento, contudo pode-se observar algumas características diferentes das encontradas no primeiro modelo. Agora, as curvas em vermelho começam no zero e tendem a 1 e o maior fator de ampliação acontece para um η maior.

O último modelo simulado nessa abordagem Bloco rígido, também leva em conta a interação do equipamento com sua estrutura de fundação. Neste caso o sistema possui 4 GDL e conseqüentemente, deslocamento nas quatro direções. Além disso, considerou-se uma razão da massa do rotor pela massa do bloco de 1 para 100. As constantes k da ordem de 1000 N/m e os amortecimentos iguais a 1. Os sistemas de coordenadas foram definidos segundo a figura C. Ademais, vale ressaltar que as amplitudes das frequências naturais apresentadas no diagrama de bode a seguir (Gráfico 4) estão de acordo com as frequências naturais obtidas através de autovalores e auto vetores com análise modal, cujo modelo complementar foi proposto pelo Prof. Dr. Eduardo Okabe para comparação, sendo eles: 1° frequência natural 0.9949879395249221, 2° : 0.9950126852303937, 3°: 10.05037307766234 e a 4° : 14.213020430444425

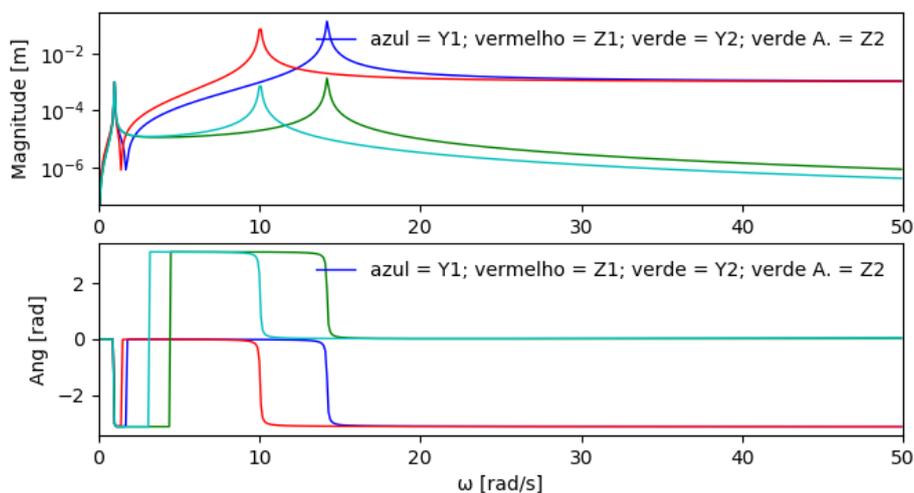


Gráfico 4: Diagrama de bode sistema 4GDL

Fonte: O autor

Após essa etapa, começaram os estudos e a modelagem do sistema para a fundação do tipo viga flexível. O modelo consiste em elementos de viga Euler-Bernoulli para a fundação e elementos de eixo para o rotor. A modelagem do rotor segue a abordagem apresentada por H.D. Nelson. A etapa final do projeto ainda está em andamento e ao final será possível comparar as frequências naturais, os deslocamentos nodais e os modos de vibrar para ambas as abordagens.

CONCLUSÕES:

Em suma, eu gostaria de primeiramente agradecer ao meu orientador Pr.Dr. Eduardo de Paiva Okabe por acreditar no meu trabalho e ao CNPq pelo fomento à pesquisa. O tema da dinâmica de máquinas rotativas é muito amplo e essa experiência de pesquisa na área foi muito enriquecedora, haja vista que são muitos os fatores que influenciam no comportamento do equipamento.

BIBLIOGRAFIA

MUSZYŃSKA, Agnieszka. **Rotordynamics**. Minden, Nevada, USA: Taylor & Francis G. , 2005.

OKABE, E.P. **Interação Rotor-Estrutura: Modelo Teórico-Experimental**. Orientador: Katia Lucchesi Cavalca. Tese (Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Projeto Mecânico. Campinas, 2007).

KRAMER, Erwin. **Dynamics of Rotors and Foundations**. Berlin, Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1993.

Nelson, H.D. and McVaugh, J.M. **The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements**, 1976. ASME Journal of Engineering for Industry, 98, 593-600.

KNOW, W.Y.; BANG H. **The Finite Element Method using MATLAB**. Boca Raton, New York: CRC Press. 1997.