



Otimização Evolutiva Multiobjetivo: Implementação do Algoritmo NSGA-II

Palavras-Chave: computação evolutiva, otimização multiobjetivo, NSGA-II

Autores:

José Ignacio Herrera [FEEC/UNICAMP]

Prof. Dr. Romis Ribeiro de Faissol Attux (orientador) [DCA/FEEC/UNICAMP]

Prof. Dr. Guilherme Palermo Coelho (coorientador) [FT/UNICAMP]

INTRODUÇÃO:

Em diversos contextos práticos, o exercício da engenharia e da ciência recorre à otimização de critérios de interesse a fim de obter o melhor desempenho possível. Nesse contexto, é comum deparar-se com problemas que exijam a otimização de múltiplos objetivos conflitantes. Para lidar com essas situações, utiliza-se a teoria da otimização multiobjetivo, baseada no conceito de dominância, para buscar as melhores soluções do problema.

O conceito de dominância [1] é utilizado como um critério de comparação da qualidade de diferentes soluções possíveis para um problema multiobjetivo. Para que uma solução domine outra, é necessário que ela supere a outra em pelo menos um dos objetivos, enquanto é equivalente ou superior para todos os demais objetivos. Caso uma solução não seja dominada por nenhuma outra, ela é dita não-dominada

Com isso, é possível conceber um critério de otimalidade para a otimização conhecido como fronteira de Pareto [1]. Tal fronteira é formada pelo conjunto de todas as soluções não-dominadas do problema. Assim, o objetivo de aplicar técnicas de otimização multiobjetivo se resume a encontrar a fronteira de Pareto real, geralmente desconhecida no início do processo.

Dentre as possíveis técnicas para implementação da otimização multiobjetivo encontra-se um tipo de heurística, os algoritmos evolutivos. Tais algoritmos se baseiam nos conceitos darwinistas de reprodução sexuada, mutação e seleção natural para otimizar uma população de soluções candidatas ao longo de diversas gerações. Esses mecanismos garantem aos algoritmos evolutivos a capacidade de gerar diversidade na população e utilizar naturalmente o conceito de dominância, tornando-os uma opção atrativa para a otimização de múltiplos objetivos.

Este trabalho de iniciação científica teve como objetivos o estudo dos fundamentos da otimização evolutiva multiobjetivo e dos algoritmos SPEA2, NSGA-II e cob-aiNet[MO], aprofundando-se na análise do desempenho do segundo algoritmo citado.

Para tal, inicialmente realizou-se um estudo teórico dos conceitos de otimização evolutiva multiobjetivo, baseado em [1], e dos algoritmos NSGA-II, SPEA2, e cob-aiNet[MO], baseados respectivamente em [2], [3] e [4]. Após isso, o algoritmo NSGA-II foi implementado e avaliou-se sua

performance em problemas matemáticos de teste, disponíveis em [1]. Ao final, foi possível testar seu desempenho sobre um problema real de engenharia, o projeto de filtros digitais, baseando-se na pesquisa apresentada em [5].

METODOLOGIA:

Para se compreender o que foi realizado nesta pesquisa é necessário entender o algoritmo NSGA-II, os problemas em que ele foi testado e os critérios utilizados para medir seu desempenho.

Algoritmo NSGA-II

O *Nondominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II) [2] é um algoritmo evolutivo para otimização multiobjetivo que lida com uma população de tamanho fixo. Ele avalia a qualidade das soluções na população dividindo-as, de acordo com sua dominância, em grupos chamados “ranks” e busca garantir a diversidade na população ao longo das gerações através da métrica de “crowding distance”.

Para realizar o ranqueamento, é necessário calcular as relações de dominância entre os indivíduos da população primeiro. A partir dessas relações, atribui-se o rank 1 para todas as soluções não-dominadas na população. Em seguida, os indivíduos já ranqueados são desconsiderados e o próximo rank é atribuído às soluções não-dominadas dentro do novo subconjunto e assim sucessivamente até que toda a população receba um rank. Assim, um indivíduo pertencente ao rank N é dominado apenas por soluções de rank inferior a N , sendo pelo menos uma delas pertencente ao rank $N - 1$.

A métrica de crowding distance estima a densidade populacional numa região, a partir dos indivíduos mais próximos de uma dada solução, servindo para preservar a diversidade na população e distinguir a qualidade de indivíduos com mesmo rank.

Para uma maior compreensão do funcionamento do NSGA-II, seu pseudocódigo foi transcrito abaixo:

Pseudocódigo NSGA-II

- 1: Gerar população inicial aleatoriamente
 - 2: Avaliar valor das funções objetivo para cada indivíduo da população
 - 3: Atribuir ranks às soluções, baseando-se na dominância
 - 4: Gerar uma população de soluções filhas (seleção por torneio binário, crossover e mutação)
 - 5: **Enquanto** critério de parada não for satisfeito
 - 6: Atribuir ranks às soluções, baseando-se na dominância
 - 7: Preencher população com grupos de menor rank e calcular a crowding distance
 - 8: Truncar população baseando-se na crowding distance
 - 9: Criar próxima geração (seleção por torneio binário, crossover e mutação)
 - 10: **Fim Enquanto**
-

Problemas Matemáticos de Teste

Para avaliar a capacidade do NSGA-II para otimizar objetivos conflitantes, foram utilizados diversos problemas matemáticos da literatura [1], com fronteiras de Pareto conhecidas para fins de comparação, sendo 3 deles escolhidos para expor os resultados obtidos pela pesquisa neste resumo, estando matematicamente definidos na Tabela 1.

Tabela 1 - Definição dos problemas matemáticos de teste.

Problema	Número de Variáveis	Objetivos	Restrições
BINH1	2	$f_1(x) = x_1^2 + x_2^2$ $f_2(x) = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 5)^2$	$-5 \leq x_i \leq 10$ $i = 1, 2$
POLONI	2	$f_1(x) = 1 + (A_1 - B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2$ $f_2(x) = (x_1 + 3)^2 + (x_2 + 1)^2$ $A_1 = 0.5 \sin(1) - 2 \cos(1) + \sin(2) - 1.5 \cos(2)$ $B_1 = 0.5 \sin(x_1) - 2 \cos(x_1) + \sin(x_2) - 1.5 \cos(x_2)$ $A_2 = 1.5 \sin(1) - \cos(1) + 2 \sin(2) - 0.5 \cos(2)$ $B_2 = 1.5 \sin(x_1) - \cos(x_1) + 2 \sin(x_2) - 0.5 \cos(x_2)$	$-\pi \leq x_i \leq \pi$ $i = 1, 2$
ZDT3	30	$f_1(x) = x_1$ $f_2(x, g) = g(x) * \left(1 - \left(\frac{x_1}{g(x)}\right) - \left(\frac{x_1}{g(x)}\right) * \sin(10\pi x_1)\right)$ $g(x) = 1 + \left(\frac{9}{n-1}\right) \sum_{i=2}^n x_i$	$0 \leq x_i \leq 1$ $i = 1, 2, \dots, 30$

Projeto de Filtros Digitais

No intuito de verificar o desempenho do algoritmo em um problema mais desafiador, em que a fronteira de Pareto é desconhecida, realizou-se a aplicação do NSGA-II sobre um problema real de engenharia, o projeto de filtros digitais. A abordagem a este problema baseou-se nas estratégias utilizadas no trabalho desenvolvido em [5].

A modelagem dos filtros para a otimização foi realizada com uma função de transferência na estrutura cascata, com múltiplos termos de primeira e segunda ordem. Cada solução candidata utiliza um campo de variáveis reais para definir os coeficientes da função de transferência e um campo de variáveis binárias para definir a ordem do filtro, ativando ou não cada termo da função de transferência em cascata.

Os objetivos da evolução dos filtros foram a minimização da ordem, garantir a linearidade da fase na banda passante e a atenuação da magnitude em resposta em frequência nas bandas de passagem e de rejeição, quando comparada a um filtro ideal.

Razão de Hipervolume

Uma das possíveis métricas utilizadas para avaliar a qualidade da fronteira encontrada por um algoritmo de otimização multiobjetivo é a razão de hipervolume [1].

O hipervolume [1] trata-se do volume do espaço limitado pelos pontos formados pelos objetivos de uma população de soluções candidatas, obtidos pelo algoritmo de otimização utilizado, e um ponto de referência. Em problemas de minimização dos objetivos, o ponto de referência deve

ser escolhido de modo que nenhuma das soluções da fronteira analisada tenha uma de suas dimensões com valor superior a mesma dimensão do ponto de referência escolhido.

Para problemas em que a fronteira de Pareto é conhecida, é possível calcular a razão de hipervolume dividindo o hipervolume da fronteira encontrada pelo algoritmo de otimização pelo hipervolume da fronteira real. Serve, portanto, para medir a similaridade da fronteira encontrada com a fronteira real, sendo que quanto mais próxima de 1 for a razão de hipervolume, melhor a qualidade da fronteira otimizada.

Para os problemas matemáticos cujas fronteiras de Pareto são conhecidas, os pontos de referência para o hipervolume utilizados foram: (51, 51) para o BINH1, (18, 30) para o POLONI e (0.9, 1.3) para o ZDT3. Já para o caso de filtros digitais a razão de hipervolume não foi calculada, visto que, não é conhecida uma boa aproximação para a fronteira de Pareto do problema.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

O algoritmo NSGA-II foi executado 30 vezes para cada um dos problemas matemáticos, em 300 gerações, com uma população de 100 indivíduos, probabilidade de crossover 0.5 e probabilidade de mutação 0.1.

A seguir, encontram-se ilustradas as fronteiras encontradas pelo NSGA-II no espaço de objetivos, na Figura 1, e os valores das métricas de desempenho obtidos nos testes, na Tabela 2.

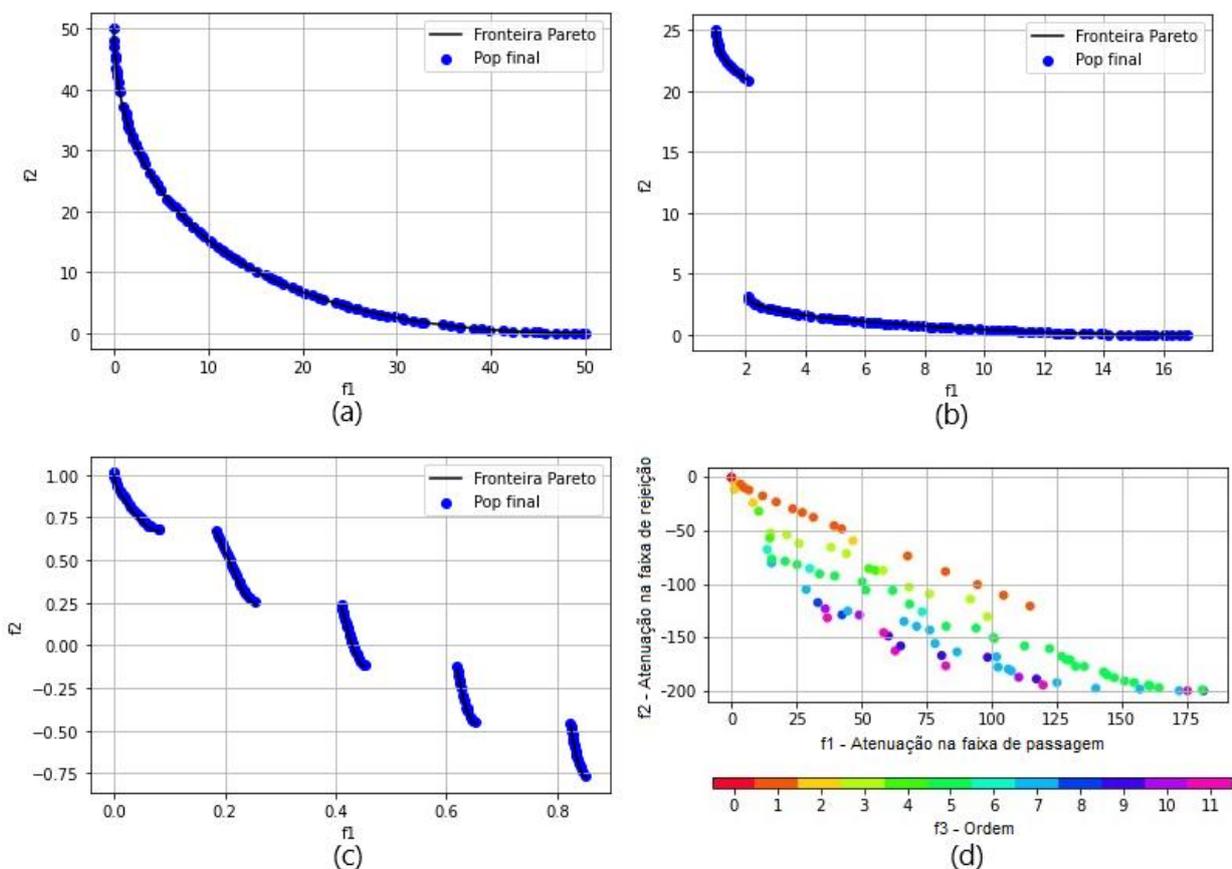


Figura 1 - Soluções da última geração do algoritmo NSGA-II para os problemas (a) BINH1, (b) POLONI, (c) ZDT3 e (d) projeto de filtros digitais.

Tabela 2 - Métricas de desempenho para os problemas matemáticos.

	BINH1	POLONI	ZDT3
Hipervolume Fronteira Real	2181,81433	476,02109	1,13521
Hipervolume Fronteira NSGA-II	2170,81132 ± 0,60586	475,58142 ± 0,03061	1,12536 ± 0,00332
Razão de Hipervolume	0,994956 ± 0,000278	0,999076 ± 0,000064	0,991321 ± 0,002921

Para os problemas matemáticos de teste, é possível notar pela Figura 1, que nos 3 casos, as fronteiras encontradas pelo algoritmo NSGA-II se aproximam muito das fronteiras de Pareto reais, conseguindo manter a diversidade de soluções e se espalhar por toda sua extensão. Isso fica ainda mais evidente ao se observar que as razões de hipervolume obtidas nos 3 casos ficaram muito próximas de 1, indicando a proximidade da fronteira encontrada com a fronteira real.

Já no caso projeto dos filtros digitais, nota-se que o algoritmo NSGA-II conseguiu explorar melhor regiões formadas por filtros de ordem mais baixa, obtendo uma boa variedade de soluções de qualidade de até ordem 5. Entretanto, o algoritmo apresentou dificuldade em explorar soluções com ordem superior a 5, devido ao fato de a quantidade de coeficientes ajustáveis dos filtros aumentar com a ordem, dificultando a exploração e obtenção de boas soluções de ordem superior.

CONCLUSÕES:

O algoritmo NSGA-II conseguiu obter resultados de qualidade em diversos problemas de otimização multiobjetivo, conseguindo manter certa diversidade na população de soluções ao longo da evolução. Dessa forma, o algoritmo demonstra cumprir seu papel como uma das principais ferramentas para otimização multiobjetivo.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Coello, C. A. Coello, “**Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems**”, Second Edition, Springer Publishing, p. 5 – 13, 254 – 263 and Appendix A, 2007.
- [2] Deb, K.; Pratap, A.; Agarwal, S.; Meyarivan, T., “**A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II**”, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 6, No. 2, p. 182 – 197, 2002.
- [3] Zitzler, E.; Laumanns, M.; Thiele, L., “**SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm**”, TIK Report, 2001.
- [4] Coelho, G. P.; Zuben, F. J. Von, “**A Concentration-Based Artificial Immune Network for Multi-Objective Optimization**”, International Conference on Multi-Criterion Optimization, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 6576, p. 343 – 357, 2011.
- [5] Wang, Yu; Li, Bin; Chen, Yunbi. “**Digital IIR filter design using multi-objective optimization evolutionary algorithm**”. Applied Soft Computing Vol. 11, No. 2, p. 1851 – 1857, 2011.