

Exploração do Comportamento Estrutural de uma Cúpula Geodésica por Meio de Análise Numérica

Palavras-Chave: Cúpula Geodésica, Análise estrutural, Método dos Elementos Finitos

Autores:

Angélica Guimarães dos Santos - aluna de graduação em Engenharia Civil da Unicamp

Prof. Dr. Thomaz Eduardo Teixeira Buttignol – Departamento de Estruturas da Unicamp

INTRODUÇÃO:

O termo Geodésica, deriva da palavra “geodesia”, sendo esta, a ciência geológica que estuda as dimensões, as formas e o campo gravitacional da Terra. No latim, aparece como: *geodaesia*, e no grego, como: *geodaisia*, que significam: “divisão da Terra”. Aqui, o prefixo *geo* significa Terra e, *daiesthai* significa dividir. Expandindo o uso desse termo em outras áreas, é utilizado em diversos campos do conhecimento, principalmente na Topografia, Geografia e na Geometria, e é definido como uma rede de pontos localizados sobre uma superfície – não obrigatoriamente plana. Na prática, é o menor seguimento entre dois pontos pertencentes à superfície de uma esfera.

Acredita-se que as Geodésicas são conhecidas e utilizadas pela humanidade desde a idade antiga. Todavia, a construção dos primeiros Domos Geodésicos, como estrutura arquitetônica, é relativamente recente, como afirma Santos (2010).

Tomando por base, todos os tipos de modelos e sistemas reais, passíveis de pesquisa, experimentação ou simulação, utilizam-se de métodos matemáticos para compreender e registrar suas formas. As Estruturas Geodésicas (Figura 1) são compostas por polígonos regulares, linhas que apresentam mesma dimensão, como no

caso de triângulos ou quadrados, ou por polígonos irregulares, gerando superfícies complexas, com duas ou mais camadas.

Tanto Forlani (1983), quanto Fuller (1975), definem a Estrutura Geodésica à uma malha triangular, subdividida por uma frequência de polígonos regulares, os quais aproximam-se de uma superfície esfera.

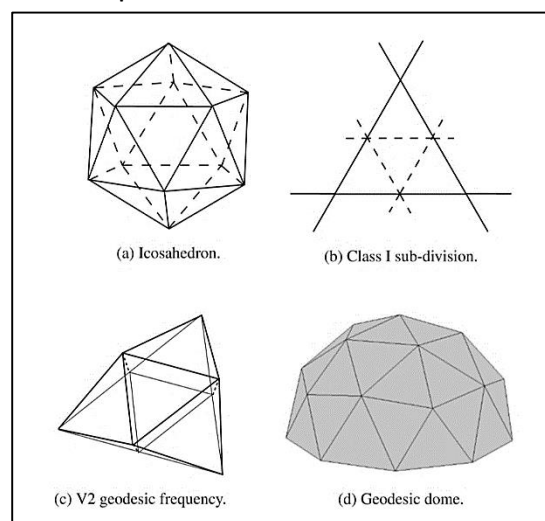


Figura 1 – Definições Gerais de uma Cúpula Geodésica. (a) escolha da forma do polígono regular ou irregular; (b) classe de subdivisão do polígono; (c) formação da malha desse polígono; (d) confecção da forma esférica e formação da cúpula geodésica.

Assim, engenheiros e arquitetos possuem grande interesse em sistemas estruturais capazes de cobrir grandes vãos, sem a interferências de suportes internos, sendo pontualmente as cúpulas, utilizadas na Arquitetura desde os tempos mais antigos, estruturas capazes de ocupar um máximo volume com uma menor área de superfície.

Todavia, foi a partir da década de 50, muito devido aos esforços do arquiteto americano **Richard Buckminster Fuller** que a construção das Estruturas Geodésicas tornaram-se mais difundidas e praticadas ao redor do globo. Fuller é um dos principais precursores do discurso sustentável conhecido como Biomimética (ou, *Biodesign*), que de acordo com a pesquisadora americana **Janine Benyus (1997)**, que publicou suas descobertas no livro *Biomimicry: Innovation Inspired by Nature*, o Biomimetismo configura-se como uma abordagem, tecnologicamente orientada, para aplicar analogias vindas da Natureza visando encontrar soluções projetais. Uma vez que, as formas que predominam na Natureza são orgânicas e caracterizadas por serem fluidas e curvas, **Fuller (1975)** acreditava que a Natureza favorecia designs Geodésicos maximamente econômicos, criando assim, uma estrutura de alta eficiência com o uso mínimo de recursos. Dessa forma, na radiolária de microorganismos de plânctons marinho, Fuller desenvolveu e construiu as então denominadas Cúpula Geodésica – uma de suas mais importante contribuição para a arquitetura – incluindo a obra, o **Pavilhão Americano** para a exposição de Montreal, Canadá (1967).

Esse trabalho usa-se do mesmo fio condutor de Fuller, sendo um dos objetivos, analisar e dimensionar uma estrutura espacial cujas propriedades geométricas são definidas com base na concha Madrepérola (*Figura 2*). Sua estrutura natural, combina uma série de camadas que juntas fornecem múltiplos benefícios, como: proteção à danos intempéricos e distribuição eficiente e, igualitária, dos esforços solicitantes, tornando-a altamente resistente à cargas axiais. Para **Thompson (1961)**, o formato da concha é explicado pelas formas radiais que se aproximam de uma esfera ou de uma espiral, que confere às conchas serem estruturas duradouras.

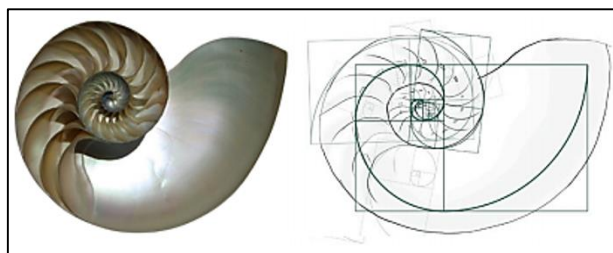


Figura 2 – Concha da espécie Madrepérola. Formada por uma substância chamada nácar, é altamente resistente a esforços solicitantes. Elogiada por sua harmoniosa geometria.

A justificativa para as estruturas de Cúpulas Geodésicas usarem da configuração de malha triangular, deve-se pelo fato da sua estabilidade inerente, em função da triangulação, que é igual em todas as direções, pois o triângulo é um elemento estável, independente do seu tamanho.

Por consequência do acelerado aumento da densidade demográfica nos grandes centros urbanos, fez-se proliferar modelos de construção vertical, tornando-os tendência estabelecida e prioritária. Porém, este fator, tem desencadeado sérias mudanças na paisagem das cidades, de onde emerge sem planejamento urbano, prédios com espaços habitacionais cada vez mais reduzidos, influenciado pela ausência das matérias-primas, principalmente ligadas ao desenfreado uso dos recursos naturais.

Um caminho que têm-se demonstrado muito promissor para solucionar este problema é o uso de estruturas sustentáveis – sendo edifícios que visam garantir eficiência energética. **Otto (1982)** relata que, na geometria das Cúpulas, há um princípio de distribuições de força semelhantes às dos átomos, moléculas e cristais, tornando sua forma de construção mais leve e eficiente. Assumindo que exista na natureza um sistema de forças vetoriais, que são minimamente direcionáveis, esse tipo de estrutura apresenta um sistema geométrico chamado de: geometria energética-sinérgica, o qual é caracterizado por uma aplicação máxima das reações, em estruturas mínimas, justamente por apresentar um sistema estrutural eficiente e econômico.

METODOLOGIA:

É de certo que, conforme as Áreas de Tecnologias Prioritárias, descrita pelo Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações – MCTIC, a área mais aderente desse projeto de pesquisa está inserida em: Tecnologias para o Desenvolvimento Sustentável, pois ao estudar as formas geométricas, garante por exemplo, a possibilidade de projetar, bem como construir, edificações com uma melhor otimização estrutural, uma vez que, a forma Geodésica convém vencer grandes vãos sem a necessidade de utilizar reforços estruturais.

É importante definir um objetivo central para a pesquisa, sendo este focalizado no uso de ferramentas digitais como facilitadoras do fluxo de informações através de *softwares* de análise estrutural e modelagem paramétrica. A modelagem é a criação de um modelo com dimensões geradas por algoritmos e parâmetros de alterações. Nesse sentido, a construção do modelo da Cúpula Geodésica se deu por meio do *software* de parametrização tridimensional – *Rhinoceros*. É um programa CAD que usa o modelo matemático, conhecido como NURBS – *Non Uniform Rational Basis Spline*, regularmente utilizado em programas gráficos para gerar e representar curvas e superfícies, ou seja, é um programa baseado em geometria. Sendo assim, está habilitado a modelar qualquer objeto, mobiliário, arquiteturas ou designs. Esse *software* conta com uma série de *plugins*, que dentre eles, foi utilizado ao longo do desenvolvimento do projeto, o *Grasshopper* – ferramenta de programação visual que serve para desenvolver modelos tridimensionais através de algoritmos e parâmetros de alteração, além de gerenciar e organizar o fluxo de informações.

Com isso, para a investigação do Modelo Performativo, todo o desenvolvimento da estrutura conceitual da Cúpula Geodésica, análoga ao biomimetismo de uma concha Madrepérola, foi feito utilizando o *plugin* de

análise estrutural chamado *Karamba 3D*, escolhido pelo critério da interoperabilidade. O objetivo é otimizar e gerar dados quantitativos para análise de desempenho estrutural, observando e monitorando os esforços de tração, e principalmente de compressão, já que internamente, para as estruturas compostas por arcos, como no caso das cúpulas, são diretamente afetados por esforços de compressão, podendo causar instabilidade estrutural. Outro fator que pode influenciar na avaliação da capacidade de resistência dessa estrutura, é a força crítica de flambagem, muito recorrente nos arcos, pois devido a sua formação ser executada por peças esbeltas cuja área de seção transversal é menor em relação ao seu comprimento, quando submetida a esforços de compressão, a mesma tende a sofrer um acúmulo de flexão, podendo rachar ou até mesmo romper a estrutura. Desse modo, foi de interesse, primeiramente, garantir que o projeto da Cúpula Geodésica fosse capaz de suportar seu peso próprio, bem como os esforços. Assim, as Estruturas Geodésicas permitem a construção de cúpulas para diversas aplicações, desde de pequeno porte, como no caso das residências, ou para grande porte, como de uso industrial ou planetários.

Nesse estudo, buscamos a aplicação da forma gerada com base em critérios de desempenho por meio de uma análise pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), que permitiu investigar de forma abrangente, a condição de suporte sobre o comportamento da cúpula, fixando dois parâmetros: espessura e curvatura. Nesse método, usando a análise fornecida pelo *Karamba 3D*, possibilitou mapear os pontos de máxima tensão. Com isso, os estudos de caso estão centrados em cúpulas para uso residencial, e foram dividido em três tipos de modelo para comparação: um domo genérico, um domo simétrico sem o uso de tirantes, composto apenas por barras de aço horizontais, e um modelo de domo simétrico com tirantes.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

O *Karamba 3D* é totalmente incorporado ao ambiente de modelagem paramétrico do *Grasshopper*. Assim, as propriedades físicas do modelo da cúpula, bem como as propriedades mecânicas do material podem ser determinadas em conjunto. Antes de realizar a análise, os seguintes parâmetros foram considerados: os elementos estruturais são formados por 16 segmentos metálicos contínuos, juntamente com 31 peças circulares de aço (*Figura 3*). Conta com um suporte principal, que age travando toda a estrutura na coroa da cúpula. Foi considerada uma carga pontual, conforme tabela abaixo, no ponto de travamento da estrutura que se distribui ao longo de toda a cúpula.

Tabela 1: Tensão-deformação

Esforços Solicitantes	Carga Máxima (MPa)
Fck (Força de Compressão)	140
Fct (Força de Tração)	8,2

Tabela 1 – Carga pontual gerando esforços de compressão e de tração. Valores indicados pelo *Karamba 3D*, formulados de acordo com a Lei de tensão-deformação.

Todos os modelos contam com uma área superficial de 530 m^2 , tendo por medidas um diâmetro igual à 15 m e uma altura de $7,5 \text{ m}$, que de acordo com o *Biodome Sizes*, são medidas base para uma residência, de até dois andares, em formato de Cúpula Geodésica.

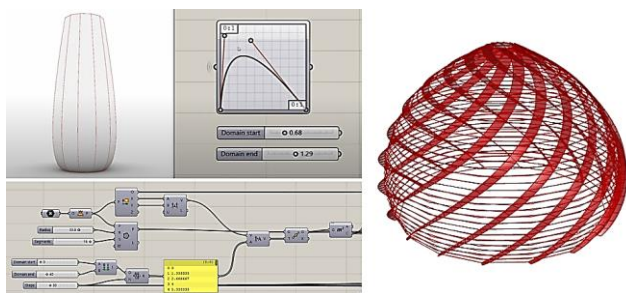


Figura 3 – Geometria do Domo Geodésico usando o software de modelagem 3D Rhinoceros 7.0

É válido ressaltar que as estruturas compostas por arcos, como no caso das cúpulas, internamente, são afetadas pelos esforços de compressão, levando à instabilidade estrutural. Contudo, esse estudo obteve com sucesso bons resultados

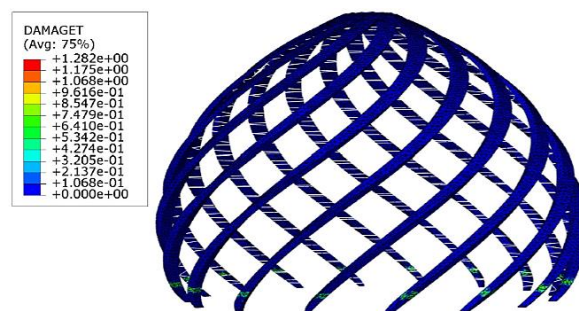
proporcionado pelo biomimetismo da estrutura, já que sua forma radial conseguiu, de maneira uniforme e eficiente, conduzir o acúmulo de compressão axial para as extremidades da cúpula, evitando-se o fenômeno de Flambagem. Portanto, a integridade estrutural sobre cada modelo da Cúpula Geodésica, apresentados abaixo, conduzem à estabilidade da estrutura, uma vez que a atuação da força crítica de flambagem foi praticamente nula ao longo de todo o caminhamento da cúpula. Do mesmo modo, foi possível alcançar com êxito a resistência total da estrutura, mostrado na tabela abaixo.

Tabela 2: Cargas Máxima Suportadas

Modelo de Estudo	Carga Máxima (MPa)
Domo Genérico	57,70
Simétrico Sem Tirante	81,16
Simétrico Atirantado	378,61

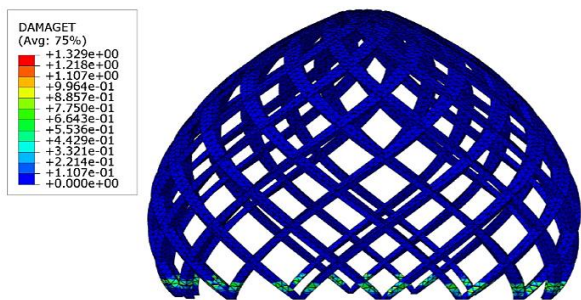
Tabela 2 – Carga máxima suportada por cada modelo de Cúpula Geodésica.

Os resultados das análises são mostrados nas tabelas e gráficos abaixo. A primeira versão: domo genérico, bem como o modelo simétrico sem tirantes, apresentaram capacidade de carga próximas, respectivamente, entre 10 e 15 vezes o peso próprio da estrutura.



Domo Genérico	
Área (A)	529,9 m^2
Volume (V)	883,1 m^3
Espessura (V/A)	16,67 cm
Carregamento Máximo (P)	57,70 KN/m^2
Peso Próprio (g)	5,60 KN/m^2
Fator de Resistência	10,30

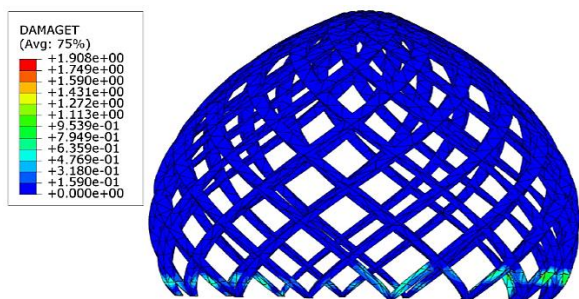
Tabela 3 – Análise gráfica e numérica do Domo Genérico. Capacidade de carga próximas de 10x o peso próprio.



Domo Simétrico Sem Tirante		
Área (A)	529,9	m^2
Volume (V)	883,1	m^3
Espessura (V/A)	16,67	cm
Carregamento Máximo (P)	81,16	KN/m^2
Peso Próprio (g)	5,60	KN/m^2
Fator de Resistência	14,49	

Tabela 4 – Análise gráfica e numérica do Domo Simétrico Sem Tirantes. Capacidade de carga próximas de 15x o peso próprio.

Por fim, o modelo simétrico com tirantes apresentou uma resistência muito superior, de 68 vezes o peso próprio. Isso ocorreu devido à grande rigidez desse modelo, que utilizou de uma treliça espacial associada aos tirantes horizontais, o que contribuiu para evitar a flambagem dos elementos estruturais.



Domo Simétrico Atirantado (com Tirantes)		
Área (A)	529,9	m^2
Volume (V)	883,1	m^3
Espessura (V/A)	16,67	cm
Carregamento Máximo (P)	378,61	KN/m^2
Peso Próprio (g)	5,60	KN/m^2
Fator de Resistência	67,59	

Tabela 5 – Análise gráfica e numérica do Domo Simétrico Com Tirantes. Capacidade de carga próximas de 68x o peso próprio.

Além disso, o modelo simétrico sem tirante (Tabela 4) apresentou uma melhor distribuição das tensões. Nas figuras acima, pode-se notar que a região danificada se distribui por uma área maior em relação ao domo genérico

(Tabela 3). Isso ocorre devido uma maior rigidez desse domo simétrico, que proporciona maior resistência à flambagem.

CONCLUSÕES:

Portanto, nos modelos de análise foi proposto uma analogia com o *BioDesign* para otimização das formas arcadas de estruturas geodésicas. Com isso, segundo a análise dos resultados obtidos para os casos estudados, foi constatado que, a atribuição dessa forma atingiu com êxito os critérios para integridade estrutural das cúpulas geodésicas, pois foi possível, por meio de dados quantitativos, averiguar seu fator de resistência, uma vez que, para todos os modelos vistos, atingiu uma capacidade de carga média de, aproximadamente, 31 vezes o peso próprio da estrutura. Ademais, a distribuição das forças críticas de flambagem foram minimizadas pelos elementos estruturais (tirantes) utilizados. Assim, foi possível otimizar o modelo proposto e obter um bom desempenho estrutural.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS:

- [01] Benyus, J. M. **Biomimética: Inovação Inspirada pela Natureza**, 6ª Ed., Pensamento-Cultrix, São Paulo, 1997.
- [02] Fuller, R. B. Applewhite, E.J. **Synergetics: Explorations in the Geometry of Thinking**. Macmillan, New York, 1975.
- [03] Forlani. M. Cristina. **Materiali Strutture Forme**. Firenze: Alinea, 1983.
- [04] Otto, Frei. **Architecture et Bionique Constructions Naturelles**, Denges: Editions Delta & Spes SA. Institut Fur Leichte Flachentragwerke, 1982.
- [05] Santos, C. **O Desenho Como Processo de Aplicação da Biomimética na Arquitetura e no Design**. Revista TÓPOS. V.4, pg. 144–192. Universidade Estadual Paulista Presidente Prudente, 2010.
- [06] Thompson, D. W. **On Growth and Form**. 1ª Ed., Cambridge University Press, 1961.