

Análise computacional de metamateriais acústicos do tipo tubo lateral e ressonador de Helmholtz

Palavras-Chave: Ressonadores, Metamaterial acústico, Método da matriz de transferência.

Autores:

Higor G. Pozza, UNICAMP

Prof. Dr. José M. C. Dos Santos, UNICAMP

INTRODUÇÃO

Silenciadores são elementos de controle de ruído decorrente de exaustão, refrigeração ou ventilação de máquinas e equipamentos industriais. Os silenciadores podem ser passivos ou ativos, dependendo de como é feita a atenuação da onda sonora. Os ressonadores do tipo tubo lateral (LT) e Helmholtz (HR) são utilizados como dispositivos passivos para o controle de ruído em sistemas de ventilação industrial, bem como em automóveis (Munjal, 1987; Barron, 2002). Esses ressonadores são eficientes para o controle de ruídos em baixa frequência e consistem em um pequeno tubo lateral conectado ao duto principal ou um pequeno tubo lateral conectado ao duto principal e uma cavidade em sua outra extremidade (Seo e Kim, 2005).

Estudos mais recentes apontam para materiais e estruturas acústicas artificiais, conhecidas como metamateriais, que consistem em subestruturas dispostas periodicamente (ou não) e que apresentam propriedades não encontradas nas estruturas naturais (Li e Zhang, 2016). A Figura 1 mostra dois tipos de metamateriais com ressonância local (RL): (a) duto circular uniforme acoplado a um ressonador do tipo tubo lateral; e (b) duto circular uniforme acoplado a um ressonador de Helmholtz.

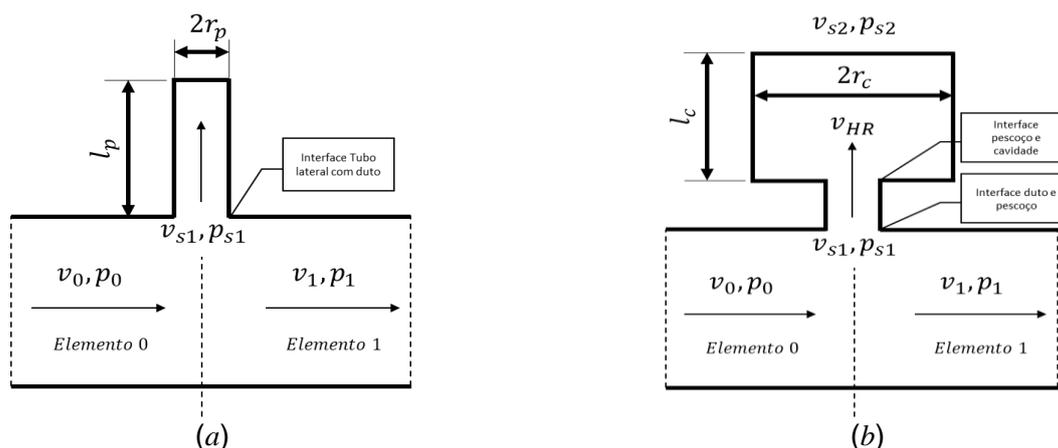


Figura 1 – Esquema de metamateriais acústicos do tipo ressonância local: (a) duto circular uniforme acoplado a um tubo lateral; e (b) duto circular uniforme acoplado com um ressonador de Helmholtz.

Os *band gaps* (ou bandas de parada) são faixas de frequências, onde a perda de transmissão sonora (*transmission loss* – TL) é mais elevada que a perda esperada para um único ressonador e se originam de dois efeitos que podem ocorrer simultaneamente no sistema duto-

ressonador: ressonância local do próprio ressonador, que depende da sua geometria; e o espalhamento de Bragg, decorrente da periodização dos ressonadores (Li e Shen, 2016).

Com o intuito de descrever o comportamento do sistema acoplado, diversos métodos analíticos e numéricos têm sido estudados, entre eles o método da matriz de transferência (Singh et al., 2008; Wang e Mak, 2012), que consiste em estabelecer uma relação linear entre a entrada e saída do sistema duto-ressonador para as grandezas pressão acústica e velocidade da partícula. A conveniência desse método permite que diferentes arranjos, tais como série e paralelo para o sistema duto-ressonador sejam estudados com relativa facilidade.

A fim de manter a concisão e devido à limitação de espaço disponível, neste texto nos restringiremos à modelagem, resultados simulados de TL e análises referentes apenas ao metamaterial do tipo duto-Ressonador de Helmholtz (HR).

METODOLOGIA

Neste trabalho foram obtidos resultados simulados via MATLAB® baseados em abordagens propostas na literatura. Inicialmente, foram realizados testes para a verificação dos códigos gerados, por meio da comparação dos resultados presentes na literatura com os resultados obtidos. Foram estudadas diferentes geometrias, para os ressonadores de Helmholtz. Arranjos de ressonadores em série (diferentes posições ao longo do comprimento do duto) e em paralelo (mesma posição ao longo do comprimento, porém distribuídos ao redor do duto) foram avaliados quanto a perda de transmissão (TL).

Método da Matriz de Transferência

O Método da matriz de transferência (TMM) assume que apenas ondas planas se propagam no meio analisado, cuja validade está limitada a frequências inferiores à *frequência de corte* dada por $f_c = (1.8412c)/(2\pi a)$ (Sing, 2008). Para incluir a dissipação do ar, um número de onda complexo é introduzido, $\hat{k} = k(1 - j\eta)$, onde η é fator de perda, $k = \omega/c$ é o módulo do número de onda, ω é a frequência angular, c a velocidade do som no ar e j a unidade imaginária. Uma correção do comprimento físico dos dutos, devido ao seu tipo de extremidade (com ou sem flanges) no acoplamento do duto com outro elemento é também introduzido. Para obter o modelo completo do sistema duto-HR pelo TMM o esquema da Figura 1b pode ser dividido em 3 elementos acústicos: (1) segmento do duto antes do HR, (2) segmento do duto após o HR e (3) o ressonador de Helmholtz. Do livro do Munjal (2014), o modelo de TMM de um duto acústico circular de comprimento L pode ser escrito como a relação da pressão acústica (p_r) e velocidade de volume (v_r) entre a entrada ($\{p_0 \ v_0\}^T$) e a saída ($\{p_L \ v_L\}^T$) do duto, dada por:

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\hat{k}l_{eff}) & j\frac{\rho c}{S}\sin(\hat{k}l_{eff}) \\ j\frac{S}{\rho c}\sin(\hat{k}l_{eff}) & \cos(\hat{k}l_{eff}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_d} \begin{Bmatrix} p_L \\ v_L \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

onde $l_{eff} = L + 0,6a$ é o comprimento efetivo do duto, dado pela soma do comprimento real com um fator de correção que depende do diâmetro, a , do duto principal e \mathbf{T}_d é a matriz de transferência do duto. O modelo TMM de um ressonador HR pode ser obtido usando a abordagem de impedância (Sing, 2008), onde a relação entre dois pontos imediatamente antes e depois do ressonador pode ser expressa por:

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_r} & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{hr}} \begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

onde $Z_r = -jZ_c \cot(kH)L + Z_h$ é a impedância acústica do HR, com $Z_c = \rho c / S$ sendo a impedância da cavidade, $Z_h = (\rho c / S)[0,0072 + jk(h + 0,75d)]$ sendo a impedância dos pescoço com as correções das extremidades e \mathbf{T}_{hr} é a matriz de transferência do HR. O modelo do metamaterial do sistema acoplado (duto-HR) é obtido multiplicando-se as matrizes de transferência de cada elemento conforme o seu acoplamento, neste caso teremos:

$$\mathbf{T}_{dhr} = \mathbf{T}_{d1} \mathbf{T}_{hr} \mathbf{T}_{d2} \quad (3)$$

onde \mathbf{T}_{d1} e \mathbf{T}_{d2} são as matrizes de transferência dos segmentos do duto antes e depois do HR. A fim de aumentar a atenuação do ruído com o sistema duto-HR, arranjos desse sistema em série e paralelo são propostos. Os arranjos são compostos por dois ou mais HRs distribuídos em série ao longo do comprimento do duto, enquanto os em paralelo são distribuídos na direção circunferencial do duto. Desta forma, as matrizes de transferência do sistema com n HRs em série e N HRs em paralelo podem ser escritas, respectivamente, por:

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_d \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{r1}} & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{hr1}} \mathbf{T}_d \cdots \mathbf{T}_d \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{rn}} & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{hrn}} \mathbf{T}_d \begin{Bmatrix} p_n \\ v_n \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_d \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{N}{Z_r} & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{hrN}} \mathbf{T}_d \begin{Bmatrix} p_L \\ v_L \end{Bmatrix}. \quad (5)$$

A efetividade do controle de ruído do sistema acústico pode ser medida por sua habilidade em aumentar a perda de transmissão (TL). A TL pode ser obtida diretamente da matriz de transferência do sistema como:

$$TL = \frac{20}{N} \log \left| \frac{(T_{11} + \frac{S}{\rho c} T_{12} + \frac{\rho c}{S} T_{21} + T_{22})}{2} \right|, \quad (6)$$

onde T_{mn} denota os elemento na m -ésima linha e n -ésima coluna da matriz de transferência do metamaterial.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Um código computacional do TMM foi construído em ambiente Matlab. Um exemplo de verificação foi usado para calcular a TL dos sistemas duto-HR com arranjos em série e paralelo, onde $L = 0,1$ m, $a = 0,05$ m, $d = 0,01$ m, $h = 0,025$ m, $H = 0,0485$ m, $D = 0,04$ m, $\rho = 1,2041$ kg/m³ e $c = 343,0$ m/s, $\eta = 0$.

A Figura 2 mostra as TLs calculadas por TMM (Matlab) para os arranjos do metamaterial duto-HR em série com $n = \{1, \dots, 3\}$, e em paralelo com $N = \{1, \dots, 4\}$. Quando comparadas com os resultados obtidos por Seo e Kim (2005) apresentam boa concordância, verificando assim, o código implementado. Estes resultados, também demonstram que, aumentando-se o número de ressonadores, a perda de transmissão é aumenta, produzindo valores de TL irreais. Baseado nesta observação Wang e Mak (2012) propuseram a perda de transmissão média, $\overline{TL} = TL / N_c$, onde N_c é o número de HRs utilizados no metamaterial. Baseado nesta abordagem o exemplo da Fig. 2 foi recalculado para $n = N = \{1, \dots, 4\}$ HRs em série e paralelo. A Figura 3 mostra que os resultados das \overline{TL} s apresentam valores mais razoáveis quando comparados aos das TLs anteriores. Nestas, observa-se ainda que o principal efeito do aumento do número de ressonadores no metamaterial com HRs em série é aumentar a largura do band gap em torno da

frequência de ressonância do HR, enquanto no metamaterial em paralelo a largura do banda gap e amplitude da TL são aumentados.

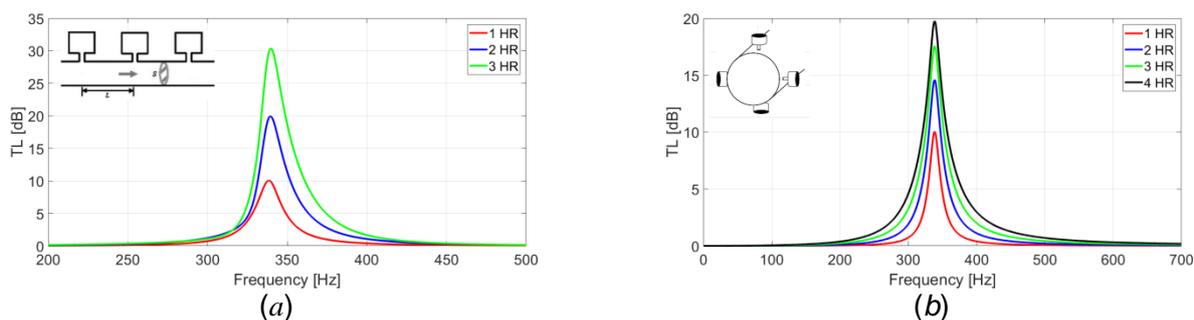


Figura 2 – Verificação da perda de transmissão (TL) de arranjos do sistema ducto-HR em: (a) série; e (b) paralelo.

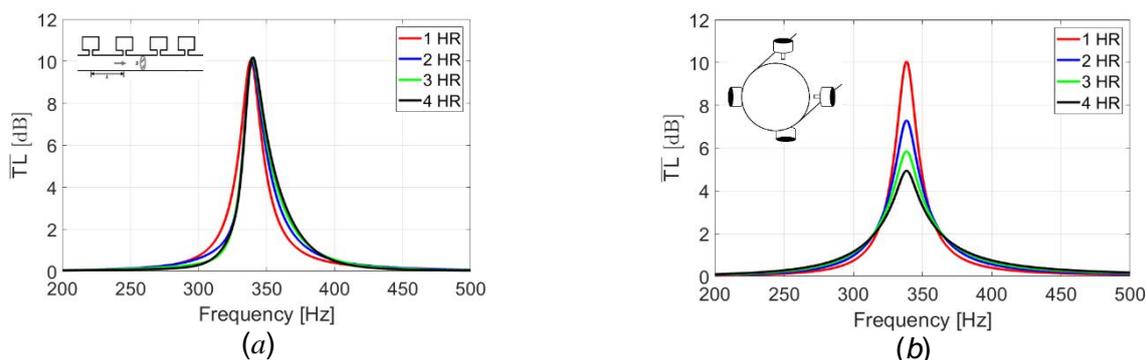


Figura 3 – Perda de transmissão média (\overline{TL}) de arranjos do sistema ducto-HR em: (a) série; e (b) paralelo.

Um exemplo final consiste na obtenção de um metamaterial composto pela combinação de quatro arranjos longitudinais, com HRs igualmente espaçados e frequências naturais diferentes ($h = \{0,050; 0,075; 0,100; 0,125\}$ m), na circunferência do ducto. A Figura 4 mostra que esta combinação série e paralelo produz uma TL média com band gap mais largo, gerado pela combinação das frequências naturais dos ressonadores e com uma atenuação razoável.

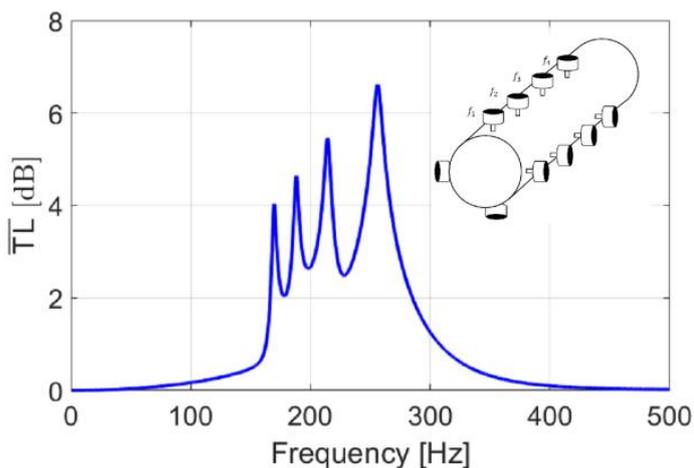


Figura 4 – Perda de transmissão média (\overline{TL}) da combinação de arranjos do sistema ducto-HR em: série e paralelo.

CONCLUSÕES

Baseado nos resultados obtidos pode-se concluir que o acoplamento adequado dos ressonadores de Helmholtz no metamaterial acústico pode fornecer uma perda de transmissão em uma banda

larga de frequências com atenuação significativa do ruído. Em trabalhos futuros, pode-se investigar mais detidamente as interfaces das conexões, bem como a disposição espacial dos arranjos e HRs, além da validação experimental dos resultados obtidos. Sem dúvida, estes são resultados preliminares e mais pesquisas precisam ser conduzidas, mas os resultados obtidos mostram-se auspiciosos.

BIBLIOGRAFIA

BARRON, R. F. **“Industrial noise control and acoustics”**, Nova Iorque: Marcel Dekker, Inc., 2002

MUNJAL, M. L. **“Acoustics of ducts and mufflers”**, Nova Iorque: John Wiley & Sons, Inc., 2014

SINGH, S.; HANSEN, C. H.; HOWARD, C. Q. **“A detailed tutorial for evaluating in-duct net acoustic power transmission in a circular duct with an attached cylindrical Helmholtz resonator using transfer matrix method”** *In*: ‘Acoustics and sustainability: How should acoustics adapt to meet future demands?’, 2008, Deakin Management Centre, Geelong, Victoria, Austrália, 24 a 26 de Novembro de 2008. Disponível em: https://acoustics.asn.au/conference_proceedings/AAS2008/papers/p9.pdf.

ZHANG, Y.; YU, D.; SHEN, H.; WEN, J. **“Acoustic band gap characteristics of one-dimensional pipe periodically installing double Helmholtz resonators”**, *In*: ‘The 21st International Congress on Sound and Vibration’, 2014, Beijing, China, 13 a 17 de julho de 2014.

SEO, S. H.; KIM, Y. H. **“Silencer design by using array resonator for low-frequency band noise reduction”**, *The Journal of Acoustic Society of America*, EUA, Vol. 118, No. 4, pg. 2332-2338, Outubro de 2005. DOI: 10.1121/1.2036222. Disponível em: <https://doi.org/10.1121/1.2036222>.

WANG, X.; MAK, C. M. **“Wave propagation in a duct with a periodic Helmholtz resonators array”**, *The Journal of Acoustic Society of America*, EUA, Vol. 131, No. 2, pg. 1172-1182, Fevereiro de 2012. DOI: 10.1121/1.3672692. Disponível em: <https://doi.org/10.1121/1.3672692>.