

## FANTÁSTICO MUNDO MATEMÁTICO

**Palavras-Chave: MATEMÁTICA, PROBABILIDADE, CRIPTOGRAFIA**

**Autores/as:**

**Igor Gabriel de Lima/ E.E Tenista Maria Esther A. Bueno**

**Prof. Dr. José Régis Azevedo Varão Filho/UNICAMP**

---

### INTRODUÇÃO:

Abordamos alguns temas que nos levaram a pensar sob uma perspectiva diferente daquela que conhecíamos. No projeto falamos sobre: área de figuras planas; o problema da ponte; indução matemática; números complexos; função exponencial; logaritmo; as sete pontes de Königsberg. Entretanto, queremos enfatizar três temas especificamente. São eles:

- **Hotel de Hilbert:** Paradoxo envolvendo o infinito, no qual um hotel com infinitos quartos está sempre lotado, mas mesmo assim sempre há vaga para mais um hóspede. Nesse tema, trabalhos com conjuntos e subconjuntos, além das ideias de domínio, contradomínio e imagem.
- **Probabilidade:** Nada mais é do que a chance de um evento acontecer. Um exemplo é o lançamento de uma moeda.
- **Criptografia:** É uma maneira de codificar algum dado específico, que não pode ser de livre acesso. Um método conhecido se dá através da codificação usando matrizes, mudando a forma na qual a informação é escrita.

### METODOLOGIA:

As aulas do PIBIC foram bastante interativas e dinâmicas, abertas para expressarmos nossos raciocínios e opiniões.

Dando ênfase ao que foi dito na introdução, escolhemos três temas que consideramos principais, sendo eles: Hotel de Hilbert, Probabilidade e Criptografia.

Quando aprendemos sobre o Hotel de Hilbert, primeiro vimos uma apresentação em slides que começava com o slogan do hotel "Estamos sempre lotados, mas sempre temos um quarto para você", que nos deixou muito instigados pelo assunto. Respondemos algumas perguntas baseadas no conceito de infinito e o slide terminou com a frase de efeito: "Alguns infinitos são maiores que outros". Após isso, assistimos o vídeo que explicava detalhadamente como funcionava este hotel, vídeo postado no canal do M3 Matemática Multimídia <https://youtu.be/BsS0Kt1f8QY>. Depois comentamos e opinamos sobre.

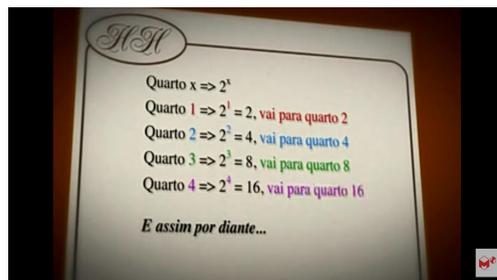


Figura 1: vídeo do canal M3 sobre hotel de Hilbert

Em probabilidade vimos uma apresentação em slides que explicava sobre a matéria, acompanhado de problemas que solucionamos. Logo após, assistimos um vídeo, também do M3 (<https://youtu.be/E5Ais7qIDrk>). Nele havia uma situação- problema, que nos levou ao experimento dinâmico Cara ou Coroa, onde cada um em sua casa jogou uma moeda 10 vezes, enquanto a Jessica marcava quantas vezes caíam para cada lado, para sabermos a probabilidade que solucionava o problema do vídeo.

A slide de probabilidade com a fórmula  $\frac{C_2^4 + C_3^4 + C_4^4}{\text{casos possíveis}} = \frac{C_2^4 + C_3^4 + C_4^4}{16}$ . Abaixo da fórmula há uma pilha de moedas douradas.
$$\frac{C_2^4 + C_3^4 + C_4^4}{\text{casos possíveis}} = \frac{C_2^4 + C_3^4 + C_4^4}{16}$$

Figura 2: vídeo sobre probabilidade do canal M3

Em Criptografia vimos um pouco sobre as matrizes. O Giovanni, convidado especial, nos trouxe um slide divertido, falando um pouco sobre a ciência da computação, programação e linguagens de programação, após isso tivemos que montar uma matriz que deveria ser decodificada por nossos colegas.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO:

### Hotel de Hilbert:

O paradoxo do Hotel de Hilbert é um experimento mental matemático sobre conjuntos infinitos apresentado pelo matemático alemão David Hilbert (1862-1943). É chamado de paradoxo pois o resultado é contra-intuitivo. O paradoxo gira em torno de um hotel de infinitos quartos onde sempre está lotado, porém sempre há como alocar mais hóspedes. Sempre que um hóspede chegava, o gerente conseguia uma vaga deslocando cada hóspede de seu quarto atual para o seguinte. Quando um ônibus com infinitos passageiros chega ao hotel, o gerente consegue, mesmo assim, vagas para todos. Mas, desta vez, cada hóspede irá ser deslocado para um quarto cujo o número é equivalente a dois elevado ao número de seu quarto atual, de modo que todos os quartos de números ímpares estejam vagos, conseguindo, assim, infinitas vagas para os infinitos novos hóspedes:

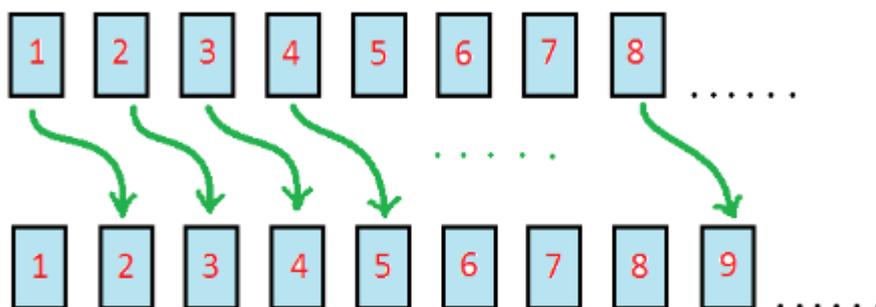


Figura 3: alocação de hóspedes no hotel de Hilbert

### Probabilidade:

A área da Matemática que investiga a chance de ocorrência de um evento é denominada teoria das probabilidades e teve sua origem no século XVII, na tentativa de responder a questões ligadas aos jogos de azar. Atualmente, a teoria das probabilidades é aplicada em múltiplos aspectos da vida social e da pesquisa científica, como na previsão meteorológica, na análise especulativa da economia mundial e do mercado financeiro ou no estabelecimento dos possíveis efeitos colaterais dos medicamentos.

Alguns conceitos essenciais para o campo da teoria das probabilidades são:

- **Experimentos aleatórios:** Todo experimento que, quando repetido várias vezes e sob as mesmas condições, apresenta, entre as possibilidades, resultados imprevisíveis.
- **Espaço Amostral (S):** É o conjunto de todos resultados possíveis de um experimento aleatório.
- **Evento (E):** É todo subconjunto de um espaço amostral de um experimento aleatório.

### Criptografia:

Criptografia é a prática de codificar e decodificar dados. Quando os dados são criptografados, é aplicado um algoritmo para modificá-los de modo que eles não tenham mais o formato original e, portanto, não possam ser lidos. Os dados só podem ser decodificados ao formato original com o uso de uma chave de decifração específica.

Existem experimentos usando matrizes, em que se é formulado palavras criptografadas utilizando uma matriz invertível, com o objetivo de descriptografar uma palavra que outra pessoa teria criptografado inicialmente, utilizando a matriz inversa daquela usada no processo de codificação.

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>	<b>I</b>	<b>J</b>
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>	<b>N</b>	<b>O</b>	<b>P</b>	<b>Q</b>	<b>R</b>	<b>S</b>	<b>T</b>
$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
<b>U</b>	<b>V</b>	<b>W</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>	<b>espaço</b>	<b>.</b>	<b>,</b>	<b>?</b>
$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

**Tabela 1:** Exemplo de associação entre letras e vetores.

## CONCLUSÕES:

Nesse último semestre tivemos novas experiências fora do campo da matemática em si, em que incluímos o conhecimento de outras matérias que utilizavam na prática a matemática. Tivemos diversas aulas com convidados que nos mostraram um pouco de suas respectivas matérias estudadas e seus conhecimentos, além de aulas que tivemos espelhadas em curiosidades nossas de outros assuntos da matemática e que foram desenvolvidas a partir de nossas preferências, onde a Jessica nossa monitora trazia documentos e aulas exclusivas para nós.

Em particular, dos temas apresentados anteriormente, acrescentamos as considerações a seguir:

**Hotel de Hilbert** : Entendemos que a solução para conseguir mais vagas no hotel é deslocar cada hóspede de seu quarto atual para o seguinte. Com isso começamos a compreender melhor a noção do que é o infinito.

**Probabilidade**: Dentre todos os assuntos abordados no PIBIC, “probabilidade” é o tema mais presente em nosso cotidiano, apresentando uso diários de cálculos de formas intuitivas .

**Criptografia**: Esta ferramenta para comunicação acaba sendo essencial, caso queira deixá-la segura na presença de terceiros.O método estudado de criptografia, foi a de matrizes, embora não seja a única forma de criptografar uma mensagem.

## BIBLIOGRAFIA

MELO, Alison Marcelo Van Der Laan. Hotel de Hilbert. Série Matemática na Escola, Projeto Matemática Multimídia.

BARICHELLO, Leonardo. FIRER, Marcelo. TOREZZAN, Cristiano. Mensagens Secretas com Matrizes. Projeto Matemática Multimídia.