

FANTÁSTICO MUNDO MATEMÁTICO

Palavras-Chave: MATEMÁTICA, PROBABILIDADE, CRIPTOGRAFIA

Autores/as:

Emilly Vitória Coimbra Machado/ E.E. Dr Telêmaco Paioli Melges

Prof. Dr. José Régis Azevedo Varão Filho/UNICAMP

INTRODUÇÃO:

Abordamos alguns temas que nos levaram a pensar sob uma perspectiva diferente daquela que conhecíamos. No projeto falamos sobre: área de figuras planas; o problema da ponte; indução matemática; números complexos; função exponencial; logaritmo; as sete pontes de Königsberg. Entretanto, queremos enfatizar três temas especificamente. São eles:

- **Hotel de Hilbert:** Paradoxo envolvendo o infinito, no qual um hotel com infinitos quartos está sempre lotado, mas mesmo assim sempre há vaga para mais um hóspede. Nesse tema, trabalhos com conjuntos e subconjuntos, além das ideias de domínio, contradomínio e imagem.
- **Probabilidade:** Nada mais é do que a chance de um evento acontecer. Um exemplo é o lançamento de uma moeda.
- **Criptografia:** É uma maneira de codificar algum dado específico, que não pode ser de livre acesso. Um método conhecido se dá através da codificação usando matrizes, mudando a forma na qual a informação é escrita.

METODOLOGIA:

As aulas do PIBIC foram bastante interativas e dinâmicas, abertas para expressarmos nossos raciocínios e opiniões.

Dando ênfase ao que foi dito na introdução, escolhemos três temas que consideramos principais, sendo eles: Hotel de Hilbert, Probabilidade e Criptografia.

Quando aprendemos sobre o Hotel de Hilbert, primeiro vimos uma apresentação em slides que começava com o slogan do hotel "Estamos sempre lotados, mas sempre temos um quarto para você", que nos deixou muito instigados pelo assunto. Respondemos algumas perguntas baseadas no conceito de infinito e o slide terminou com a frase de efeito: "Alguns infinitos são maiores que outros". Após isso, assistimos o vídeo que explicava detalhadamente como funcionava este hotel, vídeo postado no canal do M3 Matemática Multimídia <https://youtu.be/BsS0Kt1f8QY>. Depois comentamos e opinamos sobre.

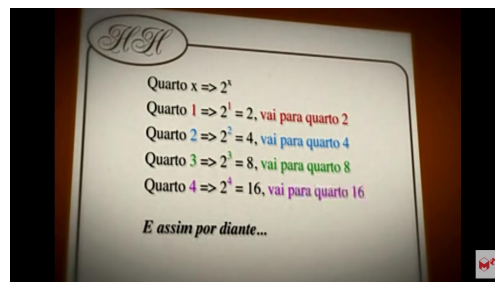


Figura 1: vídeo do canal M3 sobre hotel de Hilbert

Em probabilidade vimos uma apresentação em slides que explicava sobre a matéria, acompanhado de problemas que solucionamos. Logo após, assistimos um vídeo, também do M3 (<https://youtu.be/E5Ais7qIDrk>). Nele havia uma situação- problema, que nos levou ao experimento dinâmico Cara ou Coroa, onde cada um em sua casa jogou uma moeda 10 vezes, enquanto a Jessica marcava quantas vezes caíam para cada lado, para sabermos a probabilidade que solucionava o problema do vídeo.

A slide de probabilidade com a fórmula
$$\frac{C_2^4 + C_3^4 + C_4^4}{\text{casos possíveis}} = \frac{C_2^4 + C_3^4 + C_4^4}{16}$$
 e uma pilha de moedas douradas no canto inferior esquerdo.

Figura 2: vídeo sobre probabilidade do canal M3

Em Criptografia vimos um pouco sobre as matrizes. O Giovanni, convidado especial, nos trouxe um slide divertido, falando um pouco sobre a ciência da computação, programação e linguagens de programação, após isso tivemos que montar uma matriz que deveria ser decodificada por nossos colegas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Hotel de Hilbert:

O paradoxo do Hotel de Hilbert é um experimento mental matemático sobre conjuntos infinitos apresentado pelo matemático alemão David Hilbert (1862-1943). É chamado de paradoxo pois o resultado é contra-intuitivo. O paradoxo gira em torno de um hotel de infinitos quartos onde sempre está lotado, porém sempre há como alocar mais hóspedes. Sempre que um hóspede chegava, o gerente conseguia uma vaga deslocando cada hóspede de seu quarto atual para o seguinte. Quando um ônibus com infinitos passageiros chega ao hotel, o gerente consegue, mesmo assim, vagas para todos. Mas, desta vez, cada hóspede irá ser deslocado para um quarto cujo o número é equivalente a dois elevado ao número de seu quarto atual, de modo que todos os quartos de números ímpares estejam vagos, conseguindo, assim, infinitas vagas para os infinitos novos hóspedes:

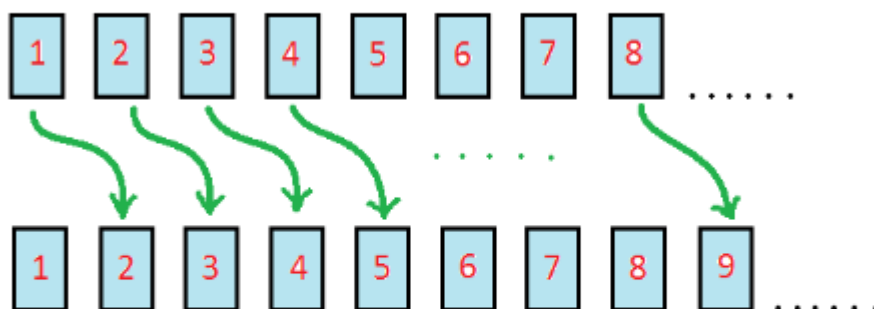


Figura 3: alocação de hóspedes no hotel de Hilbert

Probabilidade:

A área da Matemática que investiga a chance de ocorrência de um evento é denominada teoria das probabilidades e teve sua origem no século XVII, na tentativa de responder a questões ligadas aos jogos de azar. Atualmente, a teoria das probabilidades é aplicada em múltiplos aspectos da vida social e da pesquisa científica, como na previsão meteorológica, na análise especulativa da economia mundial e do mercado financeiro ou no estabelecimento dos possíveis efeitos colaterais dos medicamentos.

Alguns conceitos essenciais para o campo da teoria das probabilidades são:

- **Experimentos aleatórios:** Todo experimento que, quando repetido várias vezes e sob as mesmas condições, apresenta, entre as possibilidades, resultados imprevisíveis.
- **Espaço Amostral (S):** É o conjunto de todos resultados possíveis de um experimento aleatório.
- **Evento (E):** É todo subconjunto de um espaço amostral de um experimento aleatório.

Criptografia:

Criptografia é a prática de codificar e decodificar dados. Quando os dados são criptografados, é aplicado um algoritmo para modificá-los de modo que eles não tenham mais o formato original e, portanto, não possam ser lidos. Os dados só podem ser decodificados ao formato original com o uso de uma chave de decifração específica.

Existem experimentos usando matrizes, em que se é formulado palavras criptografadas utilizando uma matriz invertível, com o objetivo de descriptografar uma palavra que outra pessoa teria criptografado inicialmente, utilizando a matriz inversa daquela usada no processo de codificação.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
U	V	W	X	Y	Z	espaço	.	,	?
$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

Tabela 1: Exemplo de associação entre letras e vetores.

CONCLUSÕES:

Nesse último semestre tivemos novas experiências fora do campo da matemática em si, em que incluímos o conhecimento de outras matérias que utilizavam na prática a matemática. Tivemos diversas aulas com convidados que nos mostraram um pouco de suas respectivas matérias estudadas e seus conhecimentos, além de aulas que tivemos espelhadas em curiosidades nossas de outros assuntos da matemática e que foram desenvolvidas a partir de nossas preferências, onde a Jessica nossa monitora trazia documentos e aulas exclusivas para nós.

Em particular, dos temas apresentados anteriormente, acrescentamos as considerações a seguir:

Hotel de Hilbert : Entendemos que a solução para conseguir mais vagas no hotel é deslocar cada hóspede de seu quarto atual para o seguinte. Com isso começamos a compreender melhor a noção do que é o infinito.

Probabilidade: Dentre todos os assuntos abordados no PIBIC, “probabilidade” é o tema mais presente em nosso cotidiano, apresentando uso diários de cálculos de formas intuitivas .

Criptografia: Esta ferramenta para comunicação acaba sendo essencial, caso queira deixá-la segura na presença de terceiros. O método estudado de criptografia, foi a de matrizes, embora não seja a única forma de criptografar uma mensagem.

BIBLIOGRAFIA

MELO, Alison Marcelo Van Der Laan. Hotel de Hilbert. Série Matemática na Escola, Projeto Matemática Multimídia.

BARICHELLO, Leonardo. FIRER, Marcelo. TOREZZAN, Cristiano. Mensagens Secretas com Matrizes. Projeto Matemática Multimídia.