

# Análise de um coração por analogia elétrica

**Palavras-Chave:** Análise exergetica, Coração, Analogia hidráulica-elétrica.

**Autores:**

**Maria Júlia Cristofolletti de Souza [FEM - Unicamp]**

**Prof. Dr. Carlos Eduardo Keutenedjian Mady (orientador) [FEM - Unicamp]**

---

## INTRODUÇÃO:

Doenças relacionadas ao sistema cardiovascular causam a maioria das mortes das pessoas em sua idade mais produtiva [1] e, sendo assim, o entendimento do fluxo de sangue através de modelagem e simulação é de grande interesse da saúde mundial, sendo foco de inúmeros trabalhos e aplicações para diagnóstico e tratamento de doenças cardíacas.

Esse trabalho utiliza modelos de analogia elétrica-hidráulica do sistema cardiovascular para se estudar as trocas de energia do coração e outros componentes durante o ciclo cardíaco. A metodologia baseia-se nas curvas de pressão e volume da aorta que são obtidas através do modelo de *Windkessel* [2] com um analogia elétrica-hidráulica, em que os vasos sanguíneos são vistos como tubos cilíndricos com características resistivas e elásticas. Obtendo a curva, é possível estudar as transferências de energia e exergia que são resultantes do bombeamento do coração [3].

O objetivo é a obtenção do modelo de analogia elétrica do coração para a análise das características energéticas deste e assim poder tratar dos aspectos de eficiência do coração durante o ciclo cardíaco [4] e até mesmo de corações sujeitos à doenças cardíacas, como a Doença de Chagas, entendendo as perdas que ocorrem devido a todas as entradas e saídas do sistema cardiovascular em termos de energia e exergia e, assim, compreender a eficiência das trocas energéticas no coração e nos vasos sanguíneos por todo o corpo durante o ciclo cardíaco.

## METODOLOGIA:

O coração é a única fonte de energia atuante no sistema circulatório, porém não deve ser considerado como uma bomba independente pois é um complexo órgão que funciona em conjunto com o restante do sistema cardiovascular. Segundo [5] pode-se descrevê-lo coração como uma provedora de pressão que depende de tempo, volume e fluxo. Sua representação pode ser vista na Figura 1.

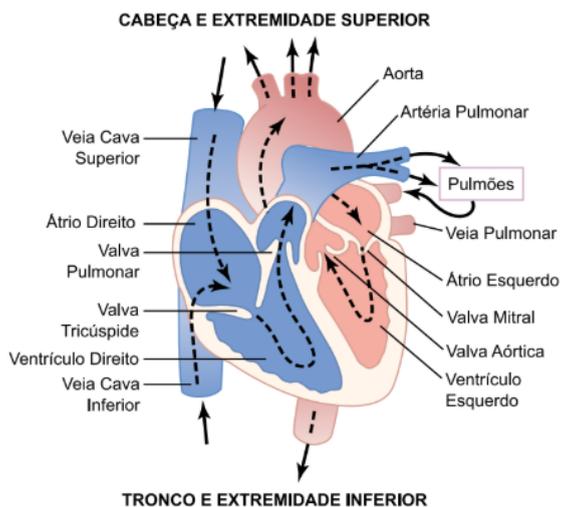


Figura 1. Representação do coração. Retirado de [6]

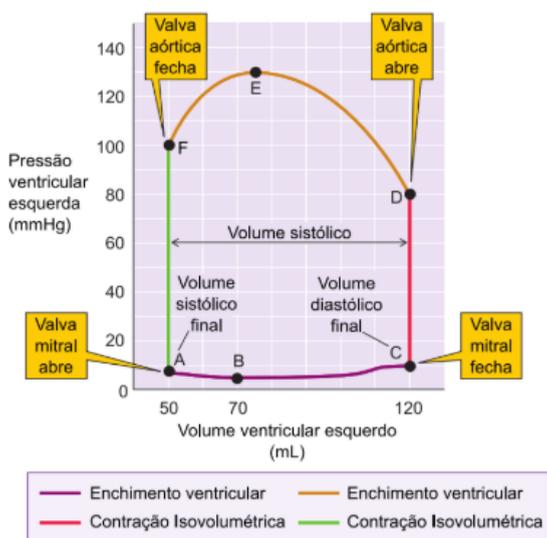


Figura 2. Curva pressão-volume do ventrículo esquerdo no ciclo cardíaco. Retirado de [4].

Para poder analisar os modelos cardiovasculares a abordagem mais utilizada é a analogia elétrica, que consiste no modelo de parâmetros concentrados mais utilizado para se construir os modelos [1]. Através da Tabela 1 pode-se entender melhor as relações entre os elementos do circuito elétrico e sua analogia hidráulica.

O movimento dos músculos do coração ocorre em duas fases: a sístole (fase de contração) e diástole (fase de relaxamento ou repouso). Esse processo faz com que o sangue saia do ventrículo esquerdo para a artéria aorta e, em seguida, para o resto do corpo [6]. O ciclo cardíaco pode ser melhor visto através de uma curva pressão e volume, como apresentada na Figura 2.

Analisando essa curva matematicamente é possível obter uma aproximação do trabalho do coração no bombeamento do sangue com uma análise termodinâmica com relação a energia que é transferida ao longo do corpo com a passagem do sangue para levar os nutrientes para todos os tecidos e órgãos.

Para obter essa curva utiliza-se o Modelo de *Windkessel* introduzido por Frank Otto [2] em 1899, em que é proposto que os vasos sanguíneos têm uma relação de funcionamento parecida com uma bomba, a *Windkessel*, utilizada por bombeiros alemães, o modelo pode ser observado na Figura 3. O modelo baseia-se das diferenças de fluxo e pressão de diferentes partes do sistema cardiovascular. Porém, para funcionar, necessita de muitas simplificações para obedecer a lei de *Poiseuille*, de forma que, os vasos sanguíneos são considerados como tubos flexíveis.

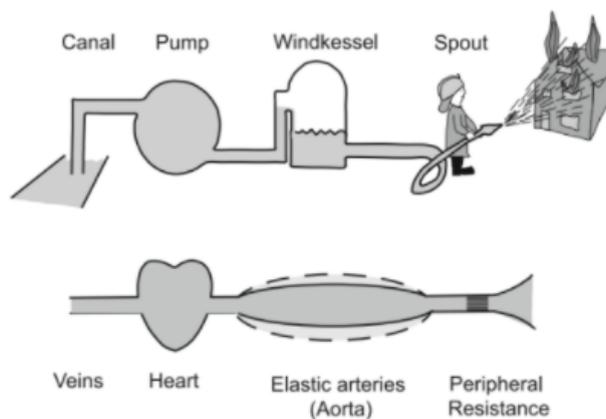


Figura 3. Conceito do *Windkessel*. Retirado de [6].

Tabela 1. Analogia do sistema cardiovascular com circuito elétrico. Retirado de [7].

Cardiovascular System	Electronic Circuit & Symbols	Equation Relations For Electrical Circuit	Equation Relations For Cardiovascular System
Vessel Resistance ( $R_c$ )	Electrical Resistance ( $R_e$ ) 	$v = I R_e$	$P = F R_c$
Vessel Compliance ( $C_c$ )	Capacitance ( $C_e$ ) 	$C_e \frac{dv}{dt} = I$	$C_c \frac{dp}{dt} = F$
Blood inertia ( $L_c$ )	Inductance ( $L_e$ ) 	$L_e \frac{dl}{dt} = v$	$L_c \frac{dF}{dt} = P$
Valve	Diode 	$I = \begin{cases} 0 & \text{if } v < 0 \\ \frac{v}{R_e} & \text{if } v \geq 0 \end{cases}$	$F = \begin{cases} 0 & \text{if } P < 0 \\ \frac{P}{R_c} & \text{if } P \geq 0 \end{cases}$

O modelo de *Windkessel* pode ser apresentado com 2, 3 e 4 elementos, sendo este o mais sofisticado que apresenta uma correlação maior com a curva real. Os modelos são representados em sua forma de analogia elétrica na Figura 4.

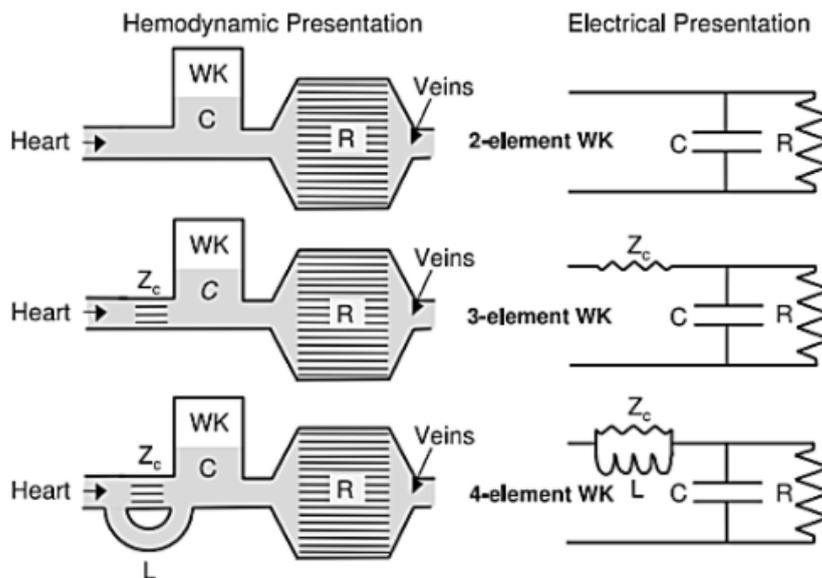


Figura 4. Modelos *Windkessel* de 2,3 e 4 elementos. Retirado de [8].

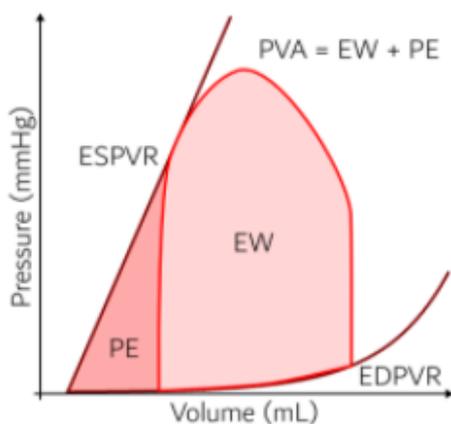


Figura 5. Representação esquemática do ciclo cardíaco (Extraído de [4])

O Modelo de *Windkessel* foi utilizado para se obter as curvas de pressão e fluxo de sangue de forma a se fazer uma análise similar à mostrada na Figura 5, em que PVA é a área do gráfico através da qual pode-se relacionar o trabalho do coração, indicado como EW na figura, e a energia potencial do coração, indicada como PE na figura.

Após a obtenção das curvas de pressão e volume é aplicado uma análise termodinâmica com utilização da Primeira Lei da Termodinâmica e de um modelo exérgico do coração, como apresentado pelas Equações 1 e 2.

$$\frac{dE_{VC}}{dt} = \sum_{\epsilon} \dot{m}_{\epsilon} \left( h_{\epsilon} + gz_{\epsilon} + \frac{V_{\epsilon}^2}{2} \right) - \sum_{\zeta} \dot{m}_{\zeta} \left( h_{\zeta} + gz_{\zeta} + \frac{V_{\zeta}^2}{2} \right) + \dot{Q}_{VC} - \dot{W}_{VC} \quad \text{Equação 1}$$

$$\frac{dB_{VC}}{dt} = \sum_{\epsilon} \dot{m}_{\epsilon} \left( b_{\epsilon} + gz_{\epsilon} + \frac{V_{\epsilon}^2}{2} \right) - \sum_{\zeta} \dot{m}_{\zeta} \left( b_{\zeta} + gz_{\zeta} + \frac{V_{\zeta}^2}{2} \right) + \sum_k \dot{Q}_k \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) - \dot{W}_{VC} - \dot{B}_d \quad \text{Equação 2}$$

## RESULTADOS E DISCUSSÃO:

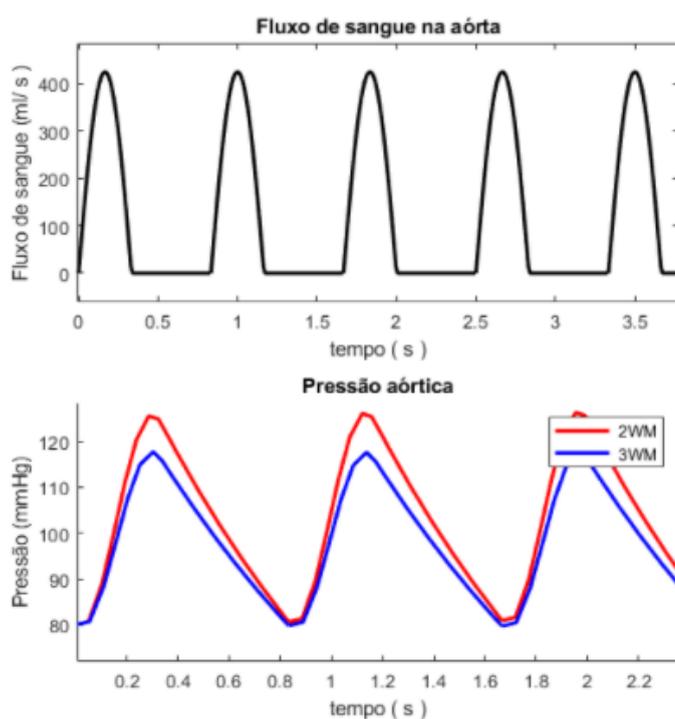


Figura 6. Curvas pressão-volume obtidas com o modelo.

Através da modelagem do sistema cardiovascular foram obtidas as seguintes curvas de pressão e fluxo de sangue para um coração saudável, apresentadas na Figura 5. Com o modelo de 3 elementos vemos que houve uma queda no pico da curva de pressão, levando a valores inferiores à 120 mmHg, que se aproxima de casos reais, mas ainda se mantém a mesma forma da curva em relação à frequência de bombeamento aplicada pelo fluxo de sangue. Vemos que o valor do pico do fluxo não se alterou muito e que o

tempo em que ocorre a entrada desse fluxo de sangue está de acordo com o nosso modelo, assim, pode-se fazer uso desses valores para se analisar o ciclo cardíaco

## CONCLUSÕES:

O estudo do coração, do sistema cardiovascular e dos Modelos de *Windkessel* resultou em uma boa aplicação de uma simulação de ciclo cardíaco para obtenção de curvas pressão-volume necessárias para seguir com a análise termodinâmica do sistema cardiovascular à partir do funcionamento do coração.

---

## BIBLIOGRAFIA

- [1] HASSANI, K.; NAVIDBAKHS, M., ROSTAMI, M., et al. **Simulation of the cardiovascular system using equivalent electronic system**. Biomedical Papers-Palacky University in Olomouc, 150(1):105, 2006.
- [2] FRANK, Otto. **Die Grundform des Arteriellen Pulses**. 1899.
- [3] BURKHOFF, D. **Mechanical properties of the heart and its interaction with the vascular system**. Cardiac Physiol., 1, 01 2011.
- [4] ROLL, J. B.; BORGES, M. L.; MADY, C. E. K.; OLIVEIRA-JUNIOR, S. - **Exergy Analysis of the Heart with a Stenosis in the Arterial Valve**. Entropy 21 (6), p. 563, 2019.
- [5] DANIELSEN, M.; OTTESEN, J. T. - **Describing the Pumping Heart as a Pressure Source**. J. theor. Biol., vol. 212, p.71-81, 2001.
- [6] GUYTON, Arthur C; HALL, John E. **Textbook of Medical Physiology**. Elsevier Saunders, 2006.p. 1116. ISBN 9781437700602.
- [7] NAIK, Ketan B., BHATHAWALA. P. H. **Mathematical modelling and simulation of human systemic arterial system**. Int J Eng Innovative Technol, 4(1), 2014.
- [8] HOFFMAN, J. I.; SPAAN, J. A. - **Pressure-flow relations in coronary circulation**. Physiological Reviews, vol. 70 (2), p. 331-390, 1990.