



# **Análise Envoltória de Dados Aplicada à Avaliação do Desempenho Relativo no Cumprimento dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da ONU**

**Luiza Alexandro Ferraz**  
l202437@dac.unicamp.br

**Orientadora: Profa. Dra. Priscila Cristina Berbert Rampazzo**  
Faculdade de Ciências Aplicadas

## **RESUMO**

Em 2016, a Agenda 2030 das Nações Unidas para o Desenvolvimento Sustentável foi apresentada em um documento com 17 objetivos e 169 metas que deverão ser cumpridas pelos países membros da ONU ao longo dos próximos 14 anos. Vários países já adotaram estratégias ou políticas públicas com o intuito de cumprir as metas da agenda da ONU. O intuito deste projeto é primeiramente identificar de que forma a Análise Envoltória de Dados (DEA), metodologia de Pesquisa Operacional, pode ser utilizada no processo de avaliação do desempenho relativo dos países no cumprimento dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável. Foram estudados diversos modelos da abordagem DEA. Após a definição do modelo e dos parâmetros, o problema foi modelado matematicamente e resolvido por um *solver* em linguagem de Programação Python.

**PALAVRAS CHAVE.** ODS, Pesquisa Operacional, Análise Envoltória de Dados.

## **1. Introdução**

A Pesquisa Operacional [Winston, 2004] se dedica a solucionar problemas em diversas áreas, através de métodos quantitativos eficientes de matemática, computação, teoria da probabilidade ou estatística; aplicados na resolução de problemas de tomada de decisão. Estes métodos nos permitem otimizar os processos e analisar eficiências, resultando na melhoria do controle e cumprimento de metas.

A Análise Envoltória de Dados, em inglês *Data Envelopment Analysis* (DEA) [de Mello et al., 2005], é uma ferramenta de tomada de decisão multicritério, a qual mensura a eficiência de unidades produtivas, as DMUs (do inglês *Decision Making Units*), através de modelos matemáticos. Essa avaliação é feita a partir da relação dos recursos (*inputs*) e resultados obtidos (*outputs*).

Este projeto tem como objetivo sugerir uma forma de avaliar o desempenho dos países em relação ao cumprimento das metas dos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) [ONU, 2015], sob uma ótica comparativa da relação entre o consumo de recursos e a geração de resultados. Inicialmente, será realizada uma pesquisa sobre os ODS, através do estudo dos relatórios, documentos temáticos e seus indicadores, de modo a prover elementos que viabilizem o estudo proposto. O desenvolvimento desbalanceado em mercados econômicos crescentemente integrados pode ter reflexos para todos os países, resultando, por exemplo, em correntes migratórias e escassez de recursos naturais [Rafaeli, 2009]. Isto evidenciou a importância do tema: desenvolvimento sustentável. Nos ODS, estabeleceu-se a importância de cada nação refletir a respeito de propostas para



as soluções de problemas sociais, econômicos e ambientais. A proposta é que uma ferramenta matemática quantitativa possa gerar alguma contribuição possibilitando análises e o desenvolvimento de estudos mais avançados nesta temática, que assume um papel destacado na agenda política dos países nos próximos anos. Destaca-se ainda o fato de que órgãos governamentais do Brasil já vêm utilizado a mesma metodologia em outras aplicações [TCU, 2018].

## 2. Análise Envolvória de Dados

O primeiro modelo DEA, o CCR - Modelo dos Multiplicadores [Charnes et al., 1978], serviu de base para a construção dos demais modelos. Para calcular a eficiência de cada DMU, o modelo considera que estas unidades utilizam múltiplos recursos (entradas) e produzem resultados (saídas). Os parâmetros (informações conhecidas) são:  $x_{ik}$  : *input*  $i$  da  $k$ -ésima DMU e  $y_{jk}$  : *output*  $j$  da  $k$ -ésima DMU [de Mello et al., 2005]. Neste modelo, as variáveis de decisão, que representam a importância das saídas e das entradas na obtenção da eficiência, são definidas como:  $v_i$  : pesos dos *inputs* e  $u_j$  : pesos dos *outputs*. Desta forma, podemos escrever a eficiência de determinada DMU  $o$ , juntamente com as restrições de acordo com o modelo matemático [de Mello et al., 2005] orientado a *Input*, tendo como possibilidade a diminuição dos *inputs* (entradas) para uma DMU ineficiente se tornar eficiente:

$$\text{Max } Eff_o = \sum_{j=1}^s u_j \cdot y_{jo} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^r v_i \cdot x_{io} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^s u_j \cdot y_{jk} - \sum_{i=1}^r v_i \cdot x_{ik} \leq 0 \quad \forall k \quad (3)$$
$$v_i, u_j \geq 0 \quad \forall i, \forall j$$

Desta forma, para cada DMU, um problema de Programação Linear [Winston, 2004] representado pelas equações (1), (2) e (3) deverá ser resolvido. Também é possível considerar o modelo matemático orientado a *Output*, tendo como possibilidade o aumento dos *outputs* (saídas) para uma DMU ineficiente se tornar eficiente, com alteração na função-objetivo (1) para  $Eff_o = \frac{1}{\sum_{i=1}^r v_i \cdot x_{io}}$  e na restrição (2) para  $\sum_{j=1}^s u_j \cdot y_{jo} = 1$ .

A partir do CCR, é possível, com a adição de mais uma variável, chegar no modelo denominado BCC [de Mello et al., 2005]. Ao contrário do CCR, o qual trabalha com retorno constante de escala, ou seja, qualquer variação nos insumos *inputs*, leva a uma variação proporcional nos produtos, *outputs*, o BCC trabalha com retorno variável de escala, assim um aumento nos *inputs*, pode não variar proporcionalmente os *outputs*.

Na primeira etapa da pesquisa, foram realizados estudos dos principais modelos que compõem a metodologia *DEA*. Os modelos foram implementados em linguagem de programação *Python* em ambiente de desenvolvimento Google Colab, importando o pacote *ortools*. O *OR-Tools* [OR-Tools, 2019] é uma biblioteca de código aberto utilizada para escrever os modelos de otimização. Após a modelagem, utilizamos o solver *GLOP* para resolver o problema.

### 2.1. Sobre os ODS

Em 2015 foi aprovada pela Organização das Nações Unidas (ONU) a Agenda de 2030 sobre o desenvolvimento Sustentável<sup>1 2</sup>, que se refere a 17 Objetivos a serem alcançados pelos países signatários até o ano de 2030 para promover o desenvolvimento sustentável e uma sociedade mais

<sup>1</sup><https://brasil.un.org/pt-br/sdgs>

<sup>2</sup><https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/>



igualitária e justa, assim como, produzindo um menor impacto ambiental. Existem 17 desafios, entretanto, muitos deles são relacionados e possuem intersecções. Os desafios são: 1. Erradicação da pobreza; 2. Fome zero e agricultura sustentável; 3. Saúde e bem-estar; 4. Educação e qualidade; 5. Igualdade de gênero; 6. Água potável e saneamento; 7. Energia limpa e acessível; 8. Trabalho decente e crescimento econômico; 9. Indústria, inovação e infraestrutura; 10. Redução das desigualdades; 11. Cidades e comunidades sustentáveis; 12. Consumo e produção responsável; 13. Ação contra a mudança global do clima; 14. Vida na água; 15. Vida terrestre; 16. Paz, justiça e instituições eficazes; 17. Parcerias e meios de implementação.

## 2.2. Sobre os Indicadores de Desenvolvimento

Para calcular a eficiência dos países no cumprimento das ODSs da ONU serão usados indicadores de desenvolvimento presentes no banco de dados do site do Banco Mundial<sup>3</sup> que são discutidos abaixo.

- **Pobreza e Desigualdade:** Este grupo de indicadores é bastante importante e se relaciona com os outros, pois a pobreza não é somente a falta de bens materiais, como também, a má alimentação, falta de educação, saneamento básico, entre outros.
- **População:** Este grupo de indicadores possui dados relacionados à população, gênero, educação, trabalho, saúde; são relevantes para medir a qualidade de vida das pessoas em geral, além de ser importante para outros indicadores como calcular taxas *per capita*. Há diversos indicadores de dinâmica populacional, de educação, trabalho, saúde, gênero.
- **Meio ambiente:** Este grupo de indicadores está relacionado a pegada ambiental deixada por cada país, seja na biodiversidade, na qualidade da água ou no aquecimento global. Esse tópico é muito relevante no âmbito das ODSs pois a conservação do meio ambiente é de fundamental importância para atingir um desenvolvimento sustentável.
- **Economia:** Esse grupo de indicadores também é extremamente relevante para entender o crescimento do país e do mundo economicamente, além de também estar relacionado a outros fatores como crescimento ou erradicação da pobreza.
- **Estado e Mercado:** O mercado privado é de fundamental importância para o crescimento econômico, geração de rendas e de emprego. Entretanto o governo deve regulamentar sua atividade e providenciar serviços. Esse tópico é muito relevante para muitas ODSs ligadas ao setor econômico e de trabalho.
- **Interligações globais:** Este último grupo de indicadores e mede as interligações entre os países, como os fluxos econômicos, o comércio entre países e a movimentação de pessoas.

Esses dados poderão ser relacionados às ODSs e dessa forma será possível analisar como têm impacto na eficiência do cumprimento das mesmas por cada país.

## 3. Seleção dos indicadores para DEA

No processo de seleção dos indicadores utilizados será necessário muito cuidado com os dados (*inputs* e *outputs*) e países (DMUs) escolhidos, de forma que as comparações sejam realizadas de forma justa e o método possa ser aplicado corretamente. Além disso, muitos países não atualizaram as informações na base de dados, por isso, muitos estudos não são viáveis, apesar de parecerem interessantes na teoria. Além disso, devido à pandemia do COVID 19 e das implicações desta como as necessidades de quarentena e o isolamento e distanciamento social, a coleta de dados dos anos de 2020 e a atualização dos dados de 2019 foi prejudicada.

<sup>3</sup><https://datatopics.worldbank.org/world-development-indicators>



Já em relação à seleção das DMUs, estas serão referentes aos países signatários. Entretanto os países estão em diferentes estágios de desenvolvimentos e de riqueza e, conforme descrito em [Dyson et al., 2001] as DMUs precisam ser homogêneas, por esse motivo não é indicado, ou justo, compará-los todos juntos.

Para a seleção dos indicadores foi realizada uma análise inicial para definir quais grupos de indicadores estariam relacionados a cada ODS. Neste primeiro estudo, o foco foi no ODS 4: Educação igualdade. Quatro países foram selecionados: Austrália, Alemanha, França, Holanda, Noruega e Suécia. E na comparação, três indicadores foram coletados, sendo dois *inputs*: Produto Interno Bruto (GDP) e Gastos do governo com educação; e um *output*: Matriculados no primário. Este estudo permitiu análises iniciais, validação do modelo e visualização gráfica. Os países selecionados pertencem ao grupo de países desenvolvidos (buscando a homogeneidade entre as DMUs) e os dados selecionados são dados iniciais disponibilizados no site do Banco Mundial.

#### 4. Apresentação dos Resultados

O modelo DEA escolhido foi o CCR orientado a *outputs*. Isso porque não faz sentido, para este problema, sugerir para uma DMU ineficiente reduzir os *inputs* (Produto Interno Bruto (GDP) e Gastos do governo com educação) para se tornar eficiente. Ao invés disso, propõe-se sugerir metas para aumento do *output* (Matriculados no primário), para que uma DMU ineficiente se torne eficiente. A Tabela 1 apresenta as eficiências de cada DMU, para o caso de estudo.

Eficiência	
Australia	96.95
Germany	100.00
France	90.71
Netherlands	100.00
Norway	100.00
Sweden	100.00

Tabela 1: Eficiência de cada DMU.

Como pode ser analisado através da Tabela 1, as DMUs *Australia* e *France* não são totalmente eficientes. Analisando a variável dual associada à restrição de igualdade, verifica-se que, para que se tornem eficientes, *Australia* deve aumentar seu *output* em 3% e *France* deve aumentar seu *output* em 10%. Além disso, também é possível obter os melhores *benchmarks* para cada uma das DMUs ineficientes, isso também é feito analisando o valor das variáveis duais. O maior valor, em módulo, das variáveis duais associadas às restrições de desigualdade (conjunto de restrições (3) do modelo), referentes a cada uma das DMUs, indicam o *benchmark* de cada DMU ineficiente (para as DMUs eficientes, seus *benchmarks* seriam elas próprias). Para a *Australia*, o *benchmark* é *Germany*, com dual 0.824087 (contra 0.175229 para *Netherlands*). Para a *France*, o *benchmark* é *Netherlands*, com dual 0.593565 (contra 0.490830 para *Germany*). Esse fato pode ser melhor observado graficamente (Figura 1).

Estudos com dois *inputs* e um *output* permitem a análise gráfica da fronteira de eficiência. O eixo das ordenadas apresenta a fração  $\frac{Input2}{Output}$  e o eixo das abcissas apresenta a fração  $\frac{Input1}{Output}$ . Essa representação auxilia na identificação e na visualização de quais DMUs fazem parte da fronteira de eficiência, com eficiência igual a 100% e quais DMUs são não eficientes [de Mello et al., 2005].

Esse tipo de análise é importante pois conseguimos validar o modelo e analisar quais são os *benchmarks* das DMUs ineficientes. A reta entre as DMUs ineficientes até a origem do plano de coordenadas permite encontrar qual o alvo da DMU ineficiente (intersecção com a fronteira). O gráfico também pode confirmar os valores obtidos para as variáveis duais. Quanto maior o valor

da variável dual, maior a importância da DMU eficiente associada como referência para a DMU o ineficiente e sob análise.

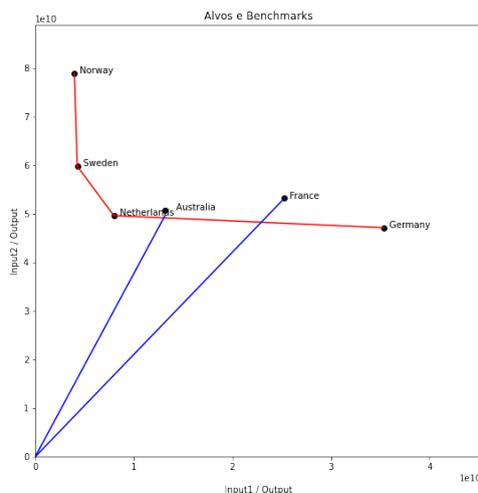


Figura 1: Alvos e benchmarks.

## 5. Conclusão

É importante ressaltar que os resultados obtidos através da DEA apresentam um índice. Deste modo, o método não aponta decisões ou políticas para melhoria dos resultados das DMUs. Os resultados devem ser analisados levando em consideração as características de cada DMU, considerando suas singularidades e pontos que podem afetar os níveis de eficiência. Destaca-se ainda, a importância da escolha correta de *inputs* e *outputs* e de como isto pode influenciar os níveis de eficiência relativa das DMUs. Destaca-se também, que métodos quantitativos como este podem auxiliar pesquisas nas mais diversas áreas.

## Referências

- Charnes, A., Cooper, W. W., e Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6):429–444.
- de Mello, J. C. C. B. S., Meza, L. A., Gomes, E. G., e Neto, L. B. (2005). Curso de análise de envoltória de dados. XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional.
- Dyson, R. G., Allen, R., Camanho, A. S., Podinovski, V. V., Sarrico, C. S., e Shale, E. A. (2001). Pitfalls and protocols in DEA. *European Journal of Operational Research*, p. 245–259.
- ONU (2015). 17 objetivos para transformar nosso mundo. <https://nacoesunidas.org/pos2015/>.
- OR-Tools, G. (2019). Route. schedule. plan. assign. pack. solve. or-tools is fast and portable software for combinatorial optimization. <https://developers.google.com/optimization/>.
- Rafaeli, L. (2009). A análise envoltória de dados como ferramenta para avaliação do desempenho relativo. Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- TCU (2018). Análise envoltória de dados em auditorias. Tribunal de Contas da União.
- Winston, W. L. (2004). *Operations Research*. Brooks/Cole (Thomson), United States, 4<sup>a</sup>ed. edition.