



UM ESTUDO SOBRE REDES NEURAIS MORFOLÓGICAS PARA CLASSIFICAÇÃO DE PADRÕES

Palavras-chave: Aprendizado de máquinas, redes neurais morfológicas, classificação de padrões.

Autores/as:

*Luana Felipe de Barros*¹ – IC/Unicamp

E-mail: luana.barros@live.com

Prof. Dr. Marcos Eduardo Ribeiro do Valle Mesquita (Orientador) – IMECC/Unicamp

E-mail: valle@ime.unicamp.br

1 Introdução

Redes neurais artificiais (RNAs, do inglês *artificial neural networks*) são estruturas matemáticas parcialmente inspiradas no cérebro humano, onde as unidades básicas de processamento são os neurônios (Haykin, 2009). Uma das primeiras abordagens para o reconhecimento de padrões das RNAs foi a rede *Perceptron* (Haykin, 2009). O perceptron (linear) é composto por uma camada de neurônios de entrada e uma camada de neurônios de saída, totalmente conectadas entre si e ponderados por pesos sinápticos. Cada neurônio de saída corresponde à uma unidade que computa uma soma ponderada dos pesos sinápticos e os valores de entrada. Em seguida, aplica uma função de ativação *hard limiter* à soma. Essas operações são tradicionalmente utilizadas em RNAs clássicas.

As redes neurais morfológicas, introduzidas por Ritter and Sussner (1996), são uma nova classe de redes neurais construídas usando a álgebra de imagens. A álgebra de imagens é uma teoria que unifica várias técnicas de processamento de imagens, incluindo álgebra linear tradicional, a álgebra minimax e a morfologia matemática (Ritter et al., 1990). Resumidamente, uma rede neural morfológica realiza uma operação elementar de morfologia matemática em cada neurônio, possivelmente seguida da aplicação de uma função de ativação (Sussner and Esmi, 2011). Em termos algébricos, as operações de multiplicação e adição são substituídas por adição e máximo (ou mínimo), respectivamente, nas redes neurais morfológicas. Essa substituição implica que o cálculo da rede morfológica seja não linear antes da aplicação do limiar. Consequentemente, as propriedades das redes neurais

¹Bolsista de Iniciação Científica do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

morfológicas são drasticamente diferentes daquelas dos modelos tradicionais de redes neurais (Ritter and Sussner, 1996).

Um dos primeiros modelos de redes neurais morfológicas para classificação de padrões, introduzido por Ritter e Sussner, foi o perceptron morfológico de camada única (SLMP, do inglês *single-layer morphological perceptron*) (Ritter and Sussner, 1996). Resumidamente, a SLMP realiza ou uma dilatação ou uma erosão da morfologia matemática em tons de cinza seguida da aplicação de uma função *hard-limiter*. O processo de treinamento da SLMP consiste em encontrar as pesos sinápticos de modo que cada amostra seja classificada de forma binária – 0 ou 1, por exemplo. É importante destacar que, geometricamente, a fronteira de decisão de um SMLP corresponde à uma “quina” que separa as duas classes. A Figura 1a ilustra a fronteira de decisão de uma rede SMLP determinada usando o conjunto de dados sintéticos *MakeMoons*.

Dependendo da distribuição dos dados no espaço das características das amostras, a fronteira de decisão pode não ser suficiente para separar as amostras de cada classe. Portanto, uma extensão da rede SLMP chamada SLMP de hiper-caixa apresenta uma alternativa muito simples para superar algumas das limitações da SLMP simples (Sussner, 1998). O treinamento da SLMP de hiper-caixa tem por objetivo encontrar a menor hiper-caixa que contém todas as amostras da classe 0. Portanto, a fronteira de decisão é definida agora por uma caixa, onde no interior as amostras são da classe 0, e no exterior da classe 1 (ver Figura 1b).

O SLMP foi subsequentemente estendido e generalizado por muitos pesquisadores. Por exemplo, Sussner and Esmi (2011) introduziram o perceptron morfológico com camada competitiva (ver Figura 1c). Essa rede possui arquitetura de múltiplas camadas, sendo usada neste trabalho com a sigla MLMP, do inglês *multi-layer morphological perceptron*. A rede MLMP não depende da ordem no qual os dados de treinamento são apresentados. Contudo, tal como os modelos morfológicos anteriores, o treinamento do perceptron morfológico com camada competitiva termina apenas quando todos os dados de treinamento são corretamente classificados. Logo, é possível que a rede termine com um sobre-treinamento (*overfitting*) do conjunto de dados.

Além dos algoritmos de treinamento apresentados no parágrafo anterior, que podem ser classificados como heurísticas gulosas, o treinamento de redes neurais morfológicas foram formulados como problemas de otimização. Por exemplo, Pessoa and Maragos (2000) usaram funções impulso para evitar a não-diferenciabilidade das operações de máximo e mínimo presentes no neurônio morfológico. Usando as ideias de Pessoa e Maragos, de A. Araújo (2011) propôs uma rede híbrida morfológica/linear chamada *perceptron dilatativo-erosivo* (DEP, do inglês *dilation-erosion perceptron*) que foi treinada usando um método de máxima descida (ver Figura 1f). De um modo similar, Mondal et al. (2019) apresentaram uma rede híbrida, chamada rede morfológica densa (MDN, do inglês *Morphological Dense Network*), que é treinada usando um algoritmo de máxima descida estocástico (ver Figura 1d).

Ainda, Sussner and Campiotti (2020) apresentaram uma máquina de aprendizado extremo morfológica/linear (HLM-ELM, do inglês *hybrid morphological/linear extreme learning machine*) composta por uma camada de neurônios morfológicos seguida de uma camada linear que é treinada usando o método dos quadrados mínimos (ver Figura 1e). Baseado no trabalho de Charisopoulos and Mara-

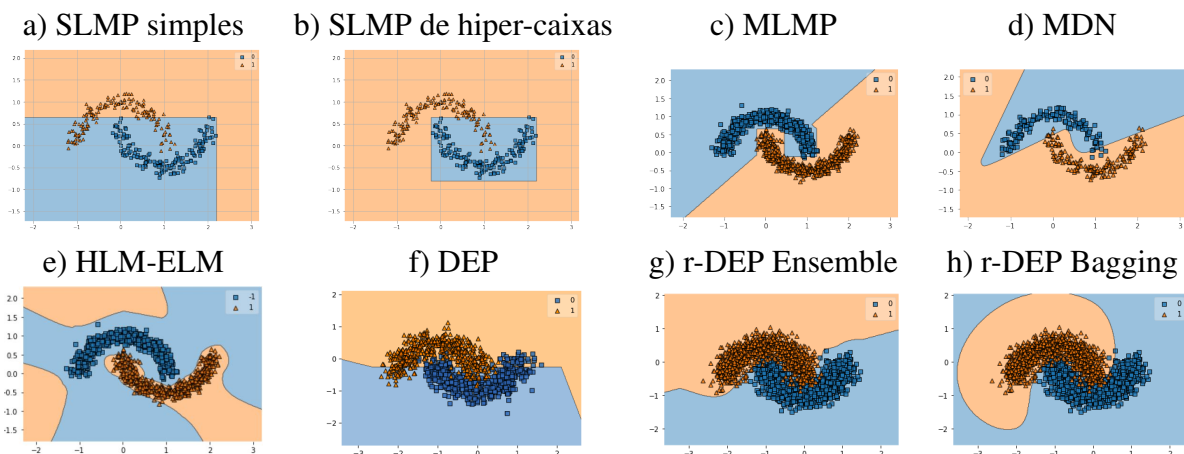


Figura 1: Fronteiras de decisão no conjunto de dados sintético *MakeMoons*.

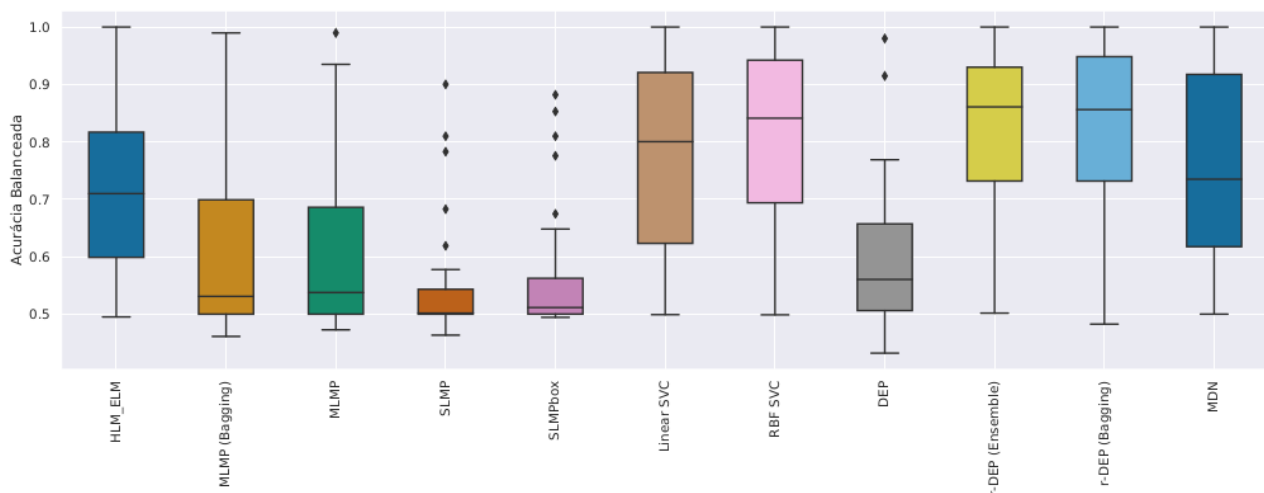


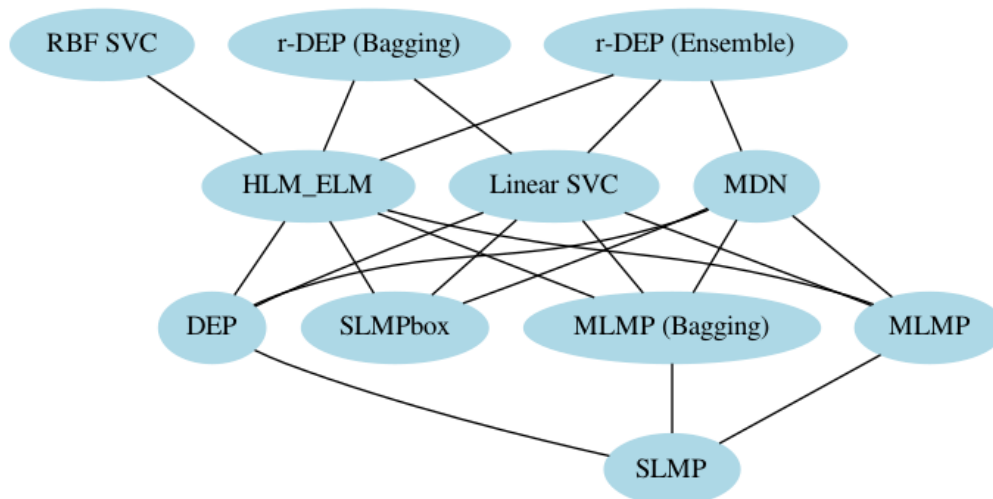
Figura 2: Diagrama de caixa da acurácia balanceada pelos classificadores binários.

gos (2017), Valle (2020) combinou máquinas de suporte vetorial para classificação (SVC, do inglês *Support Vector Classification*) com o modelo DEP para problemas de classificação binária. Nesse caso, o treinamento do modelo morfológico DEP é efetuado resolvendo um problema de otimização convexo-côncavo, criando então o Perceptron Dilativo-Erosivo Reduzido (r-DEP) (ver Figuras 1g e 1h).

2 Resultados

Para avaliar o desempenho geral dos modelos baseados em redes neurais morfológicas, consideramos 30 problemas de classificação binária disponíveis no repositório OpenML (disponível em <https://www.openml.org/>). Além disso, lidamos com dados ausentes usando o comando `SimpleImputer` da biblioteca `sklearn` em `python`. A lista de base de dados foi a mesma utilizada em Valle (2020). Para avaliar quantitativamente os métodos calculamos a acurácia balanceada combinada com a técnica de validação cruzada estratificada com 5 pastas (*5-folds*). Em seguida, calculamos a média da acurácia balanceada das 5 pastas para cada classificador em cada base de dados.

Além dos classificadores baseados em redes neurais morfológicas descritos na seção anterior,



Hasse diagram of Wilcoxon signed-rank test
(confidence level at 99.0%)

Figura 3: Diagrama de Hasse comparando os classificadores.

incluímos em nossa comparação a técnica de *bagging* para o modelo MLMP, visto que o mesmo é muito sensível a valores discrepantes. No entanto, essa técnica não demonstrou melhora significativa no desempenho do modelo. Ainda, incluímos os classificadores SVC com *kernels* linear e RBF, respectivamente.

A Figura 2 apresenta o diagrama de caixa obtido com as acurácias balanceadas dos classificadores nas 30 bases de dados consideradas. Com isso, podemos inferir que os classificadores SLMP e SLMP de hiper-caixas são mais suscetíveis a sobre-treinamento, pois se adequam demais aos dados de treinamento, incluindo valores discrepantes. Ainda, é possível observar que para essas bases de dados de classificação binária, os modelos RBF-SVC e r-DEP quando aplicados a técnica de *ensemble* (Linear SVC e RBF SVC) e *bagging* (RBF SVC) tiveram desempenho médio superiores aos demais, cerca de 85% de acertos. Confirmamos o desempenho superior dos modelos RBF-SVC e r-DEP usando testes estatísticos. Especificamente, a Figura 3 apresenta o diagrama de Hasse construído aplicando o teste de Wilcoxon com nível de confiança 99%. Aqui, SLMPbox corresponde ao SLMP de hiper-caixas. Nessa figura, uma aresta informa que o método no vértice acima superou estatisticamente o modelo no vértice abaixo. Note que os modelos SVC RBF bem como o r-DEP *bagging* e *ensemble* superaram os demais classificadores.

3 Conclusão

Este trabalho apresentou uma breve revisão de diversos modelos de redes neurais morfológicas. Sobretudo, foi apresentado um estudo comparando o as diferentes abordagens em 30 problemas de classificação binária. O experimento computacional mostrou que os classificadores RBF SVC e r-DEP com as estratégias *bagging* e *ensemble* tiveram resultados competitivos e melhores que os demais modelos.

Referências

- V. Charisopoulos and P. Maragos. Morphological Perceptrons: Geometry and Training Algorithms. In J. Angulo, S. Velasco-Forero, and F. Meyer, editors, *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing*, pages 3–15, Cham, 2017. Springer International Publishing.
- R. de A. Araújo. A class of hybrid morphological perceptrons with application in time series forecasting. *Knowledge-Based Systems*, 24(4):513–529, 2011. doi: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2011.01.001>.
- S. Haykin. *Neural Networks and Learning Machines*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 3rd edition, 2009.
- R. Mondal, S. Santra, and B. Chanda. Dense Morphological Network: An Universal Function Approximator, 2019.
- L. F. C. Pessoa and P. Maragos. Neural networks with hybrid morphological/rank/linear nodes: a unifying framework with applications to handwritten character recognition. *Pattern Recognition*, 33:945–960, 2000.
- G. X. Ritter and P. Sussner. An Introduction to Morphological Neural Networks. In *Proceedings of the 13th International Conference on Pattern Recognition*, pages 709–717, Vienna, Austria, 1996.
- G. X. Ritter, J. N. Wilson, and J. L. Davidson. Image Algebra: An Overview. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 49(3):297–331, 1990.
- P. Sussner. Kernels for Morphological Associative Memories. In *Proceedings of the International ICOSA/IFAC Symposium on Neural Computation*, pages 79–85, Vienna, 1998.
- P. Sussner and I. Campiotti. Extreme learning machine for a new hybrid morphological/linear perceptron. *Neural Networks*, 123:288–298, 2020. doi: <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2019.12.003>.
- P. Sussner and E. L. Esmi. Morphological Perceptrons with Competitive Learning: Lattice-Theoretical Framework and Constructive Learning Algorithm. *Information Sciences*, 181(10):1929–1950, 2011. doi: [10.1016/j.ins.2010.03.016](https://doi.org/10.1016/j.ins.2010.03.016).
- M. E. Valle. Reduced Dilation-Erosion Perceptron for Binary Classification. *Mathematics*, 8(4):512, 2020.