

Simulação computacional em Python de raios cósmicos ultraenergéticos pelo método de Monte Carlo e análise dos dados do Observatório Pierre Auger

Mateus Z. Rennó¹
Carola Dobrigkeit²

Palavras Chave: Raios cósmicos, Simulação de Monte Carlo, Python.

Introdução

Na primeira metade do século XX, o estudo de raios cósmicos permitiu a descoberta de diversas novas partículas na Física como o pósitron e o méson pi (CIRKEL-BARTELT, 2008). Além disso, surgiram múltiplas colaborações para ampliar essa área de pesquisa, como a Colaboração Pierre Auger, que conta com forte participação brasileira. Com o aumento desse campo de estudo, a Física Computacional se apresentou como uma ferramenta importante e útil para decifrar a energia, a direção e o fluxo das astropartículas.

O Observatório Pierre Auger está localizado na Argentina, na cidade de Malargüe. Em sua extensão, ele tem dois tipos de detectores: os de superfície (SD) e os de fluorescência (FD), além de ter sido expandido com a instalação de antenas para detecção de sinais de rádio e detectores subterrâneos para medir os sinais de múons. Os detectores de superfície são ativados quando as partículas os atingem, já os detectores de fluorescência consistem de telescópios que medem a luz emitida no céu pelo choque das partículas com moléculas de nitrogênio (BONCIOLI, 2014). Assim, o observatório coleta dados de raios cósmicos ultraenergéticos (energia acima de 10^{17} eV) desde 2004 e estaremos utilizando esses dados para nossa análise.

Por conseguinte, estudamos nessa pesquisa o comportamento dos raios cósmicos ultraenergéticos e as formas de simulá-los computacionalmente. Para isso, utilizamos o Método Monte Carlo, a fim de criar um modelo computacional para descrever a energia das astropartículas que chegam à Terra para, então, comparar a nossa simulação com os dados providos pelo observatório.

Revisão de Literatura: Variáveis Aleatórias

Eventos na Ciência podem ser classificados em dois tipos: determinísticos ou aleatórios. Os determinísticos são estudados no campo teórico com o auxílio da Física Matemática, enquanto os aleatórios necessitam de experimentos e simulações estatísticas para serem descritos e entendidos.

Um exemplo de evento randômico é a previsão da posição de uma esfera³ após ela ser lançada de uma rampa. Existem muitos fatores que podem influenciar o resultado: o atrito da esfera com a rampa, pequenas variações na posição de lançamento, rotação do objeto, pequenas imperfeições na rampa, entre outros que não conhecemos. Assim, esse evento pode ser classificado como aleatório e a posição final é classificada como uma variável aleatória. Uma forma de determinar o valor dessa variável é repetindo o experimento diversas vezes e utilizar uma Função de Densidade de Probabilidade para obter um valor médio com uma incerteza associada (VUOLO, 1996). Contudo, no contexto de raios cósmicos, é inviável repetir o experimento, uma vez que o estudo é observacional, trazendo, assim, a necessidade de construir uma simulação para tal evento.

Para trabalharmos com variáveis aleatórias, precisamos analisar sua distribuição e, para isso, definimos uma função de distribuição acumulada contínua (como no caso dos raios cósmicos) por $F_x(a) := \int_{-\infty}^a f(x)dx$, em que, aplicando o conceito de probabilidade, $f(x)$ é uma função de densidade de probabilidade (ROSS, 2009).

É interessante notar que, quando fazemos um gráfico da frequência relativa por variável aleatória, nós estamos analisando uma distribuição de dados. Normalmente, variáveis aleatórias seguem distribuições teóricas chamadas

¹Discente do IFGW – Unicamp.

²Docente do IFGW – Unicamp, orientadora.

³A posição de uma esfera não é, na verdade, rigorosamente randômica, pois poderíamos calculá-la se soubéssemos todas as condições de contorno. Contudo, como isso é inviável, ela pode ser classificada como randômica.

de distribuições mães, como a distribuição normal, exponencial, binomial, de Poisson, entre outras. Conhecendo a distribuição mãe, nós podemos prever os comportamentos dos dados (BONAMENTE, 2017).

Os valores obtidos para as variáveis aleatórias são chamados de números randômicos. Infelizmente, números verdadeiramente randômicos são de difícil obtenção, podendo ser encontrados em decaimentos atômicos ou em outros fenômenos naturais que são randômicos. Por essa razão, define-se os números pseudorrandômicos, que são suficientes para nossa simulação. Eles, por sua vez, são gerados por um algoritmo que utiliza uma semente inicial para criar um novo número e uma nova semente, que é utilizada de forma recursiva. Na nossa pesquisa, utilizamos o gerador Mersenne Twister MT19937 no Python para gerar tais números.

Revisão de Literatura: Raios Cósmiticos

Os raios cósmicos são partículas como prótons e outros núcleos atômicos, gerados em eventos astrofísicos galácticos ou extragalácticos, como explosões de estrelas.

De maneira geral, a chegada de partículas na Terra se dá por meio de chuviscos atmosféricos: uma astropartícula de alta energia (o raio cósmico) entra na atmosfera terrestre e se choca com elementos contidos nela, dando origem a partículas mais leves de forma recursiva, que chegam ao solo (CRONIN, 2014). Utilizando detectores de superfície espalhados por 3000 km² e telescópios de fluorescência, o Observatório Pierre Auger consegue fazer a detecção dos raios cósmicos de mais alta energia (BONCIOLI, 2014).

O seu fluxo em função da energia se mostra por uma lei de potência quebrada (ABRAHAM et al., 2010). De maneira simplificada, podemos assumir que sua função de densidade de probabilidade é dada por

$$f(E)dE = AE^{-\gamma}dE, \quad (1)$$

em que A é uma constante e γ varia em relação ao espectro de energia utilizado. Na figura 1, é possível ver o gráfico experimental dessa relação em escala logarítmica.

Podemos notar que raios cósmicos de energias maiores têm fluxos significativamente menores, o que explica a extensão quilométrica dos observatórios construídos para observá-los. Além disso, é possível perceber quatro⁴ pontos de alteração do fator γ chamados de primeiro e segundo joelho, tornozelo e peito do pé. Para raios cósmicos ultraenergéticos, podemos considerar $\gamma = 3,26 \pm 0,04$ antes do tornozelo e, após ele, $\gamma = 2,59 \pm 0,02$ (ABRAHAM et al., 2010).

Simulação e análise dos dados de energias

Uma simulação é uma transcrição em termos computacionais de um certo evento, levando em consideração uma quantidade suficiente de fatores que o geram (KALOS; WHITLOCK, 2009). Nesse projeto, utilizamos o Método de Monte Carlo para gerar números randômicos seguindo leis pré-determinadas, a fim de representar os dados do experimento. Desta forma, podemos criar um modelo matemático que pode ser utilizado para prever o comportamento do sistema.

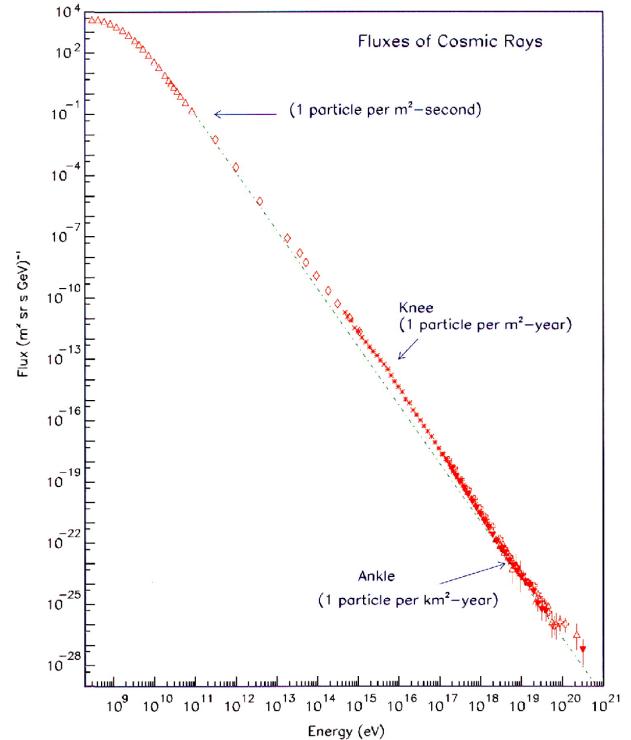


Figura 1: Fluxo de Raios Cósmiticos em função da energia em escala loglog. Figura retirada de Bietenholz (2011).

⁴Infelizmente, a escala da figura 1 permite apenas a identificação do primeiro joelho e do tornozelo.

Utilizando o gerador Mersenne Twister MT19937 da biblioteca *numpy* do Python, é possível gerar números aleatórios⁵ que seguem a distribuição uniforme $g(u) = 1, u \in (0, 1)$. Podemos moldar nossa geração de números randômicos para uma distribuição qualquer $h(x)$, $x \in (x_0, x_f)$ igualando as funções de distribuição acumulada conforme

$$\int_0^{u^*} g(u)du = \int_{x_0}^{x^*} h(x)dx. \quad (2)$$

No caso dos raios cósmicos ultraenergéticos, consideramos que seu fluxo segue a relação 1 com $\gamma \simeq 2,59$ e que as energias vão de um valor inicial E_0 até o infinito (ABRAHAM et al., 2010). Podemos, portanto, normalizar a função:

$$\int_{E_0}^{\infty} f\left(\frac{E}{\text{eV}}\right) d\left(\frac{E}{\text{eV}}\right) = 1 \Rightarrow A = \frac{(E_0)^{1,59}}{0,6289}.$$

Utilizando a equação 2, obtemos a relação

$$E^* = \frac{E_0}{(u^*)^{0,6289}}, \quad (3)$$

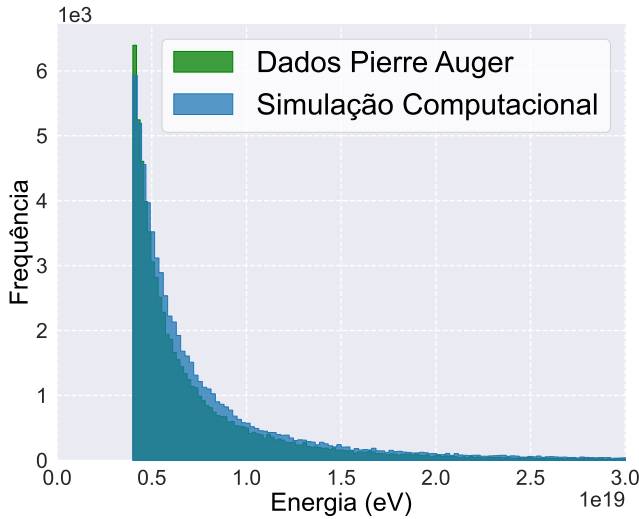


Figura 2: Simulação de energias de raios cósmicos e comparação com dados do Observatório Auger. Para melhorar a visualização, colocamos um limite máximo no eixo x de $3 \cdot 10^{19}$ eV.

que pode ser utilizada para gerar valores aleatórios de energias de raios cósmicos ultraenergéticos.

A Colaboração Pierre Auger nos providenciou 70214 dados de energias de raios cósmicos de ordem de grandeza de majoritariamente 10^{18} eV. Para manter uma uniformidade, optamos por gerar 70214 números aleatórios para a simulação. Utilizando E_0 como a menor energia dos dados, montamos a figura 2 e, após uma análise, percebemos que a simulação representa bem os dados experimentais mesmo com a simplificação de $\gamma = 2,59$.

Simulação e análise dos dados de fluxo por energia

Para trabalharmos com o fluxo por energia, nós utilizamos dados de raios cósmicos de ordem de grandeza entre 10^{16} e 10^{20} eV disponibilizados publicamente pelo Pierre Auger, que podem ser acessados neste hiperlink. Para normalizar nossa simulação a eles, foi primeiro necessário calcular a integral numérica dos dados. Para isso, utilizamos a regra de Simpson (RUGGIERO; LOPES, 1997) pela

função `integrate.simpson` da biblioteca *scipy* do Python, encontrando o valor de $I_{\text{dados}} \simeq 8,101 \times 10^7 \text{ eVm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$.

Assim, foi feita a normalização da equação 1:

$$\int_{E_0}^{\infty} f\left(\frac{E}{\text{eV}}\right) d\left(\frac{E}{\text{eV}}\right) = I_{\text{dados}} \Rightarrow A = \frac{1}{0,6289} (E_0)^{1,59} I_{\text{dados}}.$$

Utilizando a simulação de energia encontrada na equação 3, foi possível montar a figura 3a. Nesse gráfico, simulamos 10^6 dados, sendo que E_0 foi a energia inicial obtida experimentalmente. Assim, foi possível perceber que a curva converge para a energia máxima detectada. Analisando a figura 3b, podemos perceber que, ao gerar esse alto número de energias, a maioria delas ainda se mantém na ordem de 10^{16} eV, sobrando poucas para prever a tendência dos dados. Além disso,

⁵É comum utilizar o termo “aleatório” para números pseudoaleatórios.

observamos que a aproximação de $\gamma = 2,59$ não permite que nossa simulação descreva as variações de inclinação do fluxo por energia.

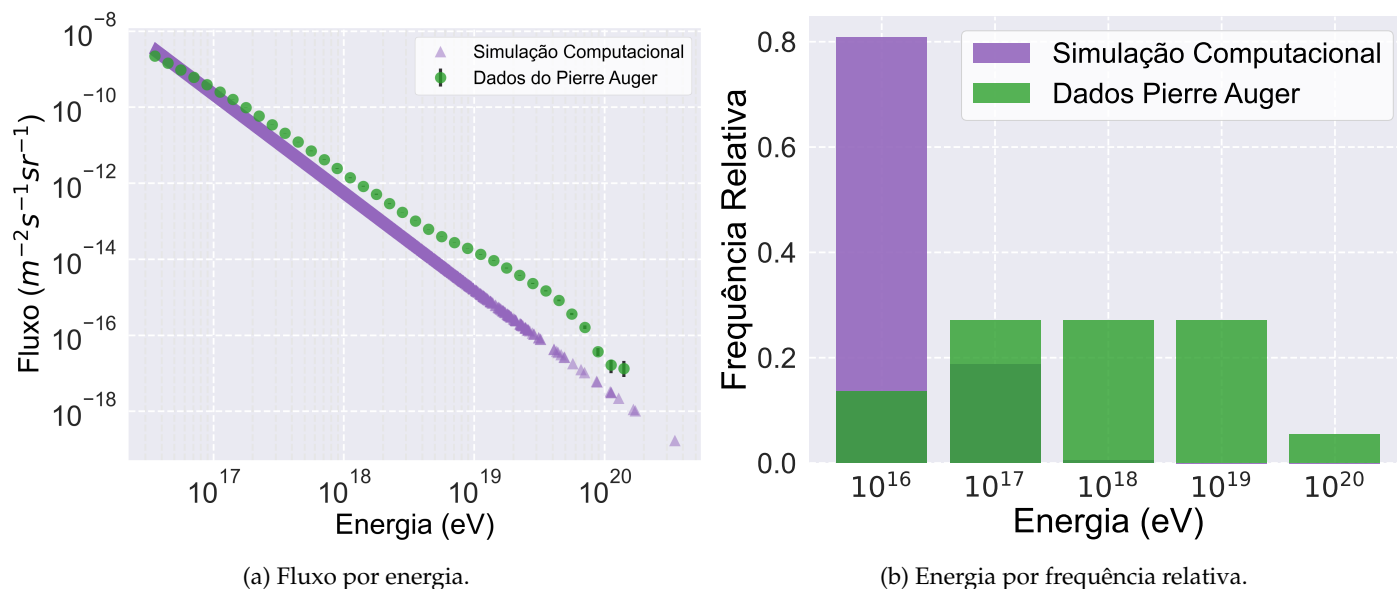


Figura 3: Comparação dos dados do Observatório Pierre Auger com as simulações computacionais. Fizemos simulações para 10^6 dados para utilização em (a) e em (b).

Conclusão

A criação de modelos computacionais para o estudo de raios cósmicos tem se mostrado uma ferramenta eficiente para a evolução do campo de Astrofísica de Partículas e de toda a Física. Modelos mais complexos, que levem em conta a variação de γ e a quantidade de raios cósmicos que chegam à Terra, poderão auxiliar no entendimento da energia e do fluxo das astropartículas. Nos próximos meses, nossa pesquisa será dedicada à procura de anisotropia em pequena e média escala angular, aplicando testes estatísticos de busca de correlação entre as direções dos raios cósmicos e testes de correlação de suas direções com as de objetos astrofísicos que constam em catálogos e que podem ser potenciais fontes de astropartículas.

Referências

- ABRAHAM, J. et al. Measurement of the energy spectrum of cosmic rays above 10^{18} eV using the Pierre Auger Observatory. *Physics Letters, Section B: Nuclear, Elementary Particle and High-Energy Physics*, v. 685, n. 4-5, p. 239–246, 2010. ISSN 03702693. DOI: 10.1016/j.physletb.2010.02.013. arXiv: 1002.1975.
- BIETENHOLZ, W. Cosmic rays and the search for a Lorentz invariance violation. *Physics Reports*, Elsevier B.V., v. 505, n. 5, p. 145–185, 2011. ISSN 03701573. DOI: 10.1016/j.physrep.2011.04.002. arXiv: 0806.3713. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2011.04.002>>.
- BONAMENTE, M. *Statistics and Analysis of Scientific Data*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 323. ISBN 978-1-4939-6570-0. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4939-6572-4>>.

BONCIOLI, D. Cosmic ray composition studies with the Pierre Auger Observatory. **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment**, Elsevier, v. 742, p. 22–28, 2014. ISSN 01689002. DOI: 10.1016/j.nima.2013.12.009. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2013.12.009>>.

CIRKEL-BARTELT, V. History of astroparticle physics and its components. **Living Reviews in Relativity [electronic only]**, Max-Planck-Gesellschaft, Albert-Einstein-Institut, v. 11, article–no, 2008.

CRONIN, J. W. From spontaneous ionization to subatomic physics: Some vignettes from cosmic ray history. **Astroparticle Physics**, Elsevier B.V., v. 53, n. 100, p. 6–18, 2014. ISSN 09276505. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2013.04.003. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.astropartphys.2013.04.003>>.

KALOS, M. H.; WHITLOCK, P. A. **Monte Carlo methods**. Darmstadt, Alemanha: John Wiley & Sons, 2009.

ROSS, S. **Probabilidade: um curso moderno com aplicações**. Boston, Massachusetts, EUA: Bookman Editora, 2009.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. d. R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. São Paulo, Brasil: Makron Books do Brasil, 1997.

VUOLO, J. H. **Fundamentos da teoria de erros**. São Paulo, SP, Brasil.: Editora Blucher, 1996.