



Acoplamento via Guia de Onda com Cavidades Ópticas

Murilo F. Oliveira* and Thiago P. Mayer Alegre†

Departamento de Física Aplicada, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil

O acoplamento eficiente de luz, embora indispensável para inúmeras áreas da física, ainda representa um grande desafio em muitos experimentos. O presente projeto visa o estudo de um método de acoplamento de alta eficiência, para o qual será necessário que o aluno aprenda os princípios básicos de guia de ondas ópticas em sistemas com baixo e alto contraste de índice de refração. Além disso, o aluno terá contato com a teoria de modos acoplados, a fim de desenvolver um acoplador eficiente utilizando fibra afunilada cônica para acoplar luz em guias de ondas pré-fabricados e acoplados a cavidades ópticas integradas em silício.

31 de Agosto, 2021

INTRODUÇÃO

O acoplamento eficiente de luz para dentro e fora de cavidades ópticas integradas é uma tarefa difícil, porém essencial em áreas como a fotônica, optomecânica e a ótica quântica. Atualmente, inúmeros são os métodos de acoplamento, cada qual possuindo vantagens e desvantagens. O presente projeto propõe ao aluno o estudo de um método de acoplamento utilizando fibras ópticas afuniladas [1, 2], o qual possui alta eficiência ($> 95\%$) e uma grande largura de banda ótica.

Nesse método, aproxima-se a fibra afunilada do guia de onda, criando uma região de interação, na qual através do alargamento adiabático do guia de onda ao longo do seu eixo de propagação altera-se seu índice de refração efetivo. Isso, por sua vez, faz com que ocorra a transferência total da energia da fibra para o guia de onda. Em seguida, pode-se acoplar o guia de onda com uma cavidade ótica simplesmente trazendo-o para dentro do campo próximo da cavidade.

Dessa forma, o projeto visa a familiaridade do aluno com os princípios básicos de guia de ondas ópticas em sistemas com baixo e alto contraste de índice de refração, além do contato com a teoria de modos acoplados. Tendo como objetivo o desenvolvimento de um acoplador eficiente usando uma fibra afunilada cônica.

ESTUDOS DE GUIAMENTO

A parte inicial do projeto dedicou-se ao estudo do guiamento de ondas eletromagnéticas, ou seja, estudou-se o

comportamento dessas ondas quando confinadas no interior de guias de ondas com geometrias distintas, neste resumo, no entanto, serão apresentados somente os estudos referentes aos guias de onda dielétricos.

Cilíndrico dielétrico

Primeiramente devemos nos atentar à simetria, ou seja, dada a configuração do sistema é mais conveniente tratá-lo com a utilização de coordenadas cilíndricas. Ademais, ao considerarmos o objeto de estudo do problema; ondas monocromáticas que se propagam pelo guia de onda, vemos que é possível separar as dependências de z e t , tal que:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}(\rho, \theta, z, t) &= \tilde{\mathbf{E}}_0(\rho, \theta)e^{i(kz - \omega t)} \\ \tilde{\mathbf{H}}(\rho, \theta, z, t) &= \tilde{\mathbf{H}}_0(\rho, \theta)e^{i(kz - \omega t)}\end{aligned}\quad (1)$$

Agora, lembremos que os campos de interesse, assim como qualquer onda eletromagnética devem obedecer às equações de Maxwell. Considerando, neste caso, que a onda encontra-se em um meio dielétrico sem correntes ou cargas livres:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{D} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = i\mu_0 \omega \mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \varepsilon_0 n^2(\rho) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -i\varepsilon_0 n^2(\rho) \omega \mathbf{E}\end{aligned}$$

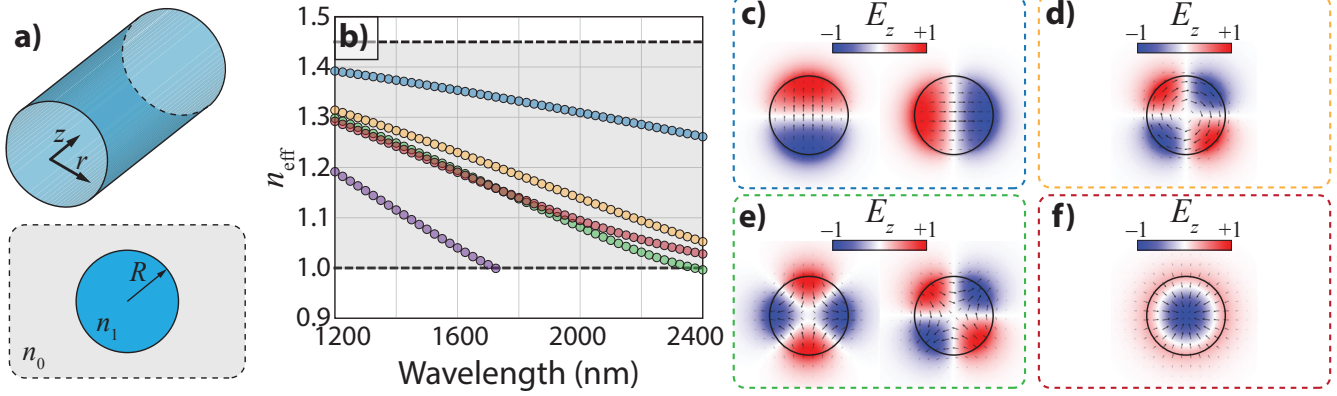


FIG. 1. **Guia de onda cilíndrico dielétrico.** **a)** Representação do guia de onda dielétrico. **b)** Dispersão do índice de refração efetivo (n_{eff}) em função do comprimento de onda para um guia de onda de circular dielétrico com $R = 1000$ nm preenchido com um material de índice de refração de $n_1 = 1.45$ e envolto por um material com índice de refração $n_0 = 1.0$. **c)-f)** Perfil dos campos elétricos para os primeiros modos confinados, onde as setas representam a orientação do campo elétrico no *plano xy*.

Aplicando sucessivamente as equações de Maxwell ao formato de onda desejado (Eq. 1) é possível encontrar equações para as componentes E_ρ , E_θ , H_ρ e H_θ em função de E_z e H_z e ainda equações diferenciais para E_z e H_z (Eq.2), cuja solução poderá ser obtida por separação de variáveis:

$$\begin{cases} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \left(\frac{\omega n(\rho)}{c} \right)^2 - k^2 \right] E_z = 0 \\ \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \left(\frac{\omega n(\rho)}{c} \right)^2 - k^2 \right] H_z = 0 \end{cases} \quad (2)$$

De forma a facilitar o entendimento e notação, tome $k_0 = \frac{\omega}{c}$ e $n_{\text{eff}} = \frac{k}{k_0}$, de forma que possamos escrever as constantes das equações 2 como:

$$\left(\frac{\omega n(\rho)}{c} \right)^2 - k^2 = k_0^2 [n^2(\rho) - n_{\text{eff}}^2] \equiv k_i$$

Para o cálculo que se segue é importante ter em mente os limites teóricos de nosso sistema (Fig. 1a)); por um lado, os campos podem estar completamente confinados no guia de onda, fazendo com que $n_{\text{eff}} \approx n_1$. Por outro, a onda pode estar completamente dispersa pelo espaço fora do guia de forma que $n_{\text{eff}} \approx n_0$. Dessa forma, sabemos que $n_0 < n_{\text{eff}} < n_1$ e essa informação, por sua vez, nos dá um conhecimento vital a cerca do sinal de k_i .

A partir de separação de variáveis, vemos que a parte da solução referente à variável ρ dependerá do sinal de k_i , uma vez que sendo esse positivo ($n(\rho) = n_1 \Rightarrow \rho < R$) as soluções serão dadas pelas funções de Bessel de primeiro J_m e segundo Y_m tipos e caso seja negativo ($n(\rho) = n_0 \Rightarrow \rho > R$) serão dadas pelas funções de Bessel modificadas de primeiro I_m e de segundo K_m tipos.

No entanto, que as funções de Bessel de segundo tipo Y_m e modificada de primeiro tipo I_m divergem, respectivamente para $\rho \rightarrow 0$ e para $\rho \rightarrow \infty$, sendo, portanto, incompatíveis com o nosso problema.

$$\begin{aligned} E_z(\rho \leq R) &= C_1 \cos(m\theta + \phi) J_m \left(\rho k_0 \sqrt{n_1^2 - n_{\text{eff}}^2} \right) \\ E_z(\rho > R) &= D_1 \cos(m\theta + \phi) K_m \left(\rho k_0 \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_0^2} \right) \\ H_z(\rho \leq R) &= C_2 \sin(m\theta + \phi) J_m \left(\rho k_0 \sqrt{n_1^2 - n_{\text{eff}}^2} \right) \\ H_z(\rho > R) &= D_2 \sin(m\theta + \phi) K_m \left(\rho k_0 \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_0^2} \right) \end{aligned}$$

Note que foi escolhida a utilização de $\sin(m\theta + \phi)$ ao invés de $A \sin(m\theta) + B \cos(m\theta)$ para a solução da EDO de Θ , isso foi feito de forma a explicitar a perpendicularidade dos campos E e H através da utilização dos senos e cossenos.

Aplicamos agora as condições de fronteira de forma a obtermos relações entre as constantes:

$$\begin{aligned} \vec{n} \times [\vec{E}^+ - \vec{E}^-] &= 0 \\ \vec{n} \times [\vec{H}^+ - \vec{H}^-] &= 0 \\ \vec{n} \cdot [n_0^2 \vec{E}^+ - n_1^2 \vec{E}^-] &= 0 \\ \vec{n} \cdot [\vec{H}^+ - \vec{H}^-] &= 0 \end{aligned}$$

Usando as duas primeiras:

$$D_1 = C_1 \frac{J_m(R\rho)}{K_m(Rq)} \quad D_2 = C_2 \frac{J_m(R\rho)}{K_m(Rq)}$$

Onde, de modo a simplificar a notação, utilizou-se:

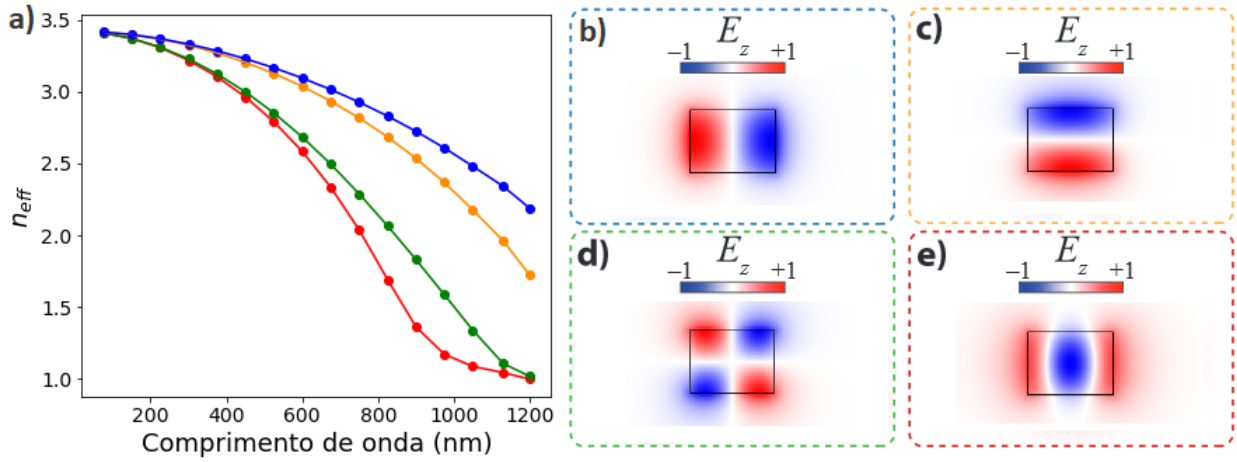


FIG. 2. a) Dispersão do índice de refração efetivo (n_{eff}) em função do comprimento de onda para guia de onda de dimensões $220 \text{ nm} \times 300 \text{ nm}$ preenchido com material de índice de refração $n_1 = 3.48$ e envolto por material de índice de refração $n_0 = 1.0$. b)-e) Perfil dos campos elétricos para os quatro primeiros modos confinados.

$$p = k_0 \sqrt{n_1^2 - n_{\text{eff}}^2} \quad q = k_0 \sqrt{n_{\text{eff}}^2 - n_0^2}$$

Podemos ainda utilizar as outras condições de fronteira de maneira a encontrarmos a equação de dispersão dos modos;

$$\frac{m^2}{R^2} \left[\frac{1}{q^2} + \frac{1}{p^2} \right] \left[\left(\frac{n_0}{n_1} \right)^2 \frac{1}{q^2} + \frac{1}{p^2} \right] = \left[\frac{K'_m(Rq)}{qK_m(Rq)} + \frac{J'_m(Rp)}{pJ_m(Rp)} \right] \left[\left(\frac{n_0}{n_1} \right)^2 \frac{K'_m(Rq)}{qK_m(Rq)} + \frac{J'_m(Rp)}{pJ_m(Rp)} \right]$$

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Fibra ótica

Na Fig. 1 são apresentadas as simulações do guia de onda cilíndrico (de raio $1 \mu\text{m}$) dielétrico preenchido com sílica usando o software Comsol[®]. Note que a Fig. 1 b) possui duas linhas tracejadas em $n_{\text{eff}} = 1.45$ e em $n_{\text{eff}} = 1.0$. Isso foi feito de modo a demonstrar que à medida que o comprimento de onda aumenta e, portanto, o n_{eff} diminui, observa-se que o modo está cada vez menos confinado e, conseqüentemente, o n_{eff} observado pelo modo será cada vez mais próximo de n_0 , sem nunca ser menor que este.

O contrário também é verdadeiro, ou seja, a medida que o comprimento de onda diminui e, portanto, o n_{eff} aumenta, observa-se que o modo encontra-se cada vez mais confinado no interior do guia de onda de forma que o n_{eff} aproxima-se cada vez mais de n_1 , sem nunca ser maior que este.

Guia de onda

Já na Fig. 2 são apresentadas as simulações do guia de onda retangular (de dimensões $220 \text{ nm} \times 300 \text{ nm}$) dielétrico preenchido com silício. Note que, da mesma forma como ocorre para o fibra ótica, na Fig. 2 b) também vemos que para comprimentos de onda pequenos os modos estão basicamente confinados no guia, enquanto que para comprimentos cada vez maiores o modo possui n_{eff} cada vez mais próximo de n_0 .

Note que, neste caso não foi demonstrada a obtenção analítica das equações, porém o processo é muito similar ao feito anteriormente para o guia cilíndrico.

Acoplamento

A partir deste momento, estudaremos sistemas que não são compostos somente por um guia de onda, mas sim por ambos os guias de onda vistos até este momento; a fibra ótica e o guia de onda retangular dielétrico. O objetivo desse estudo é entender como os modos do sistema serão alterados a partir de mudanças nas dimensões dos guias.

As figuras Fig. 3 a) e b) nos mostram que para larguras pequenas do guia de onda retangular, os modos são virtualmente idênticos aos modos da fibra ótica. No entanto é possível notar que o aumento no tamanho do guia faz com que o modo deixe de estar confinado somente na fibra e passe a ser compartilhado entre a fibra e guia. É possível observar inclusive que para larguras maiores, existem modos que estão contidos apenas no guia de onda.

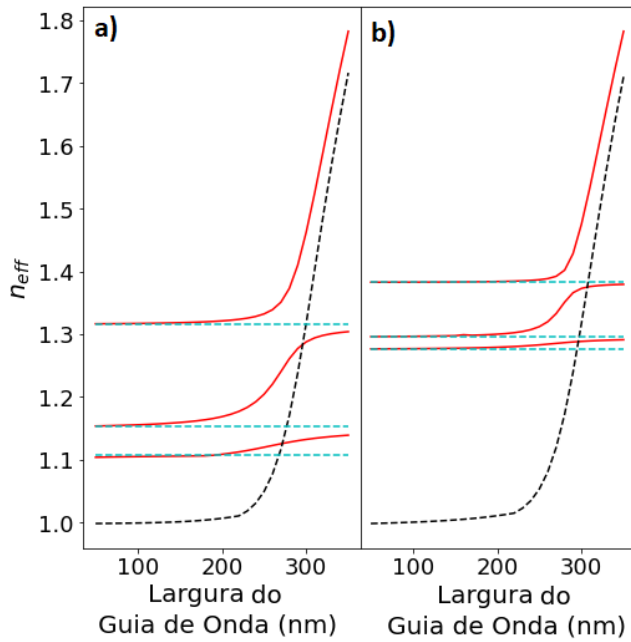


FIG. 3. Simulações para os menores modos da fibra ótica sem a presença do guia (linhas tracejadas azuis) e do modo fundamental do guia de onda sozinho (linha tracejada preta). Além disso, é mostrado também três modos acoplados do sistema contendo ambos os guias de ondas (linhas vermelhas). **a)** Simulação feita com fibra ótica de raio $0.8 \mu\text{m}$. **b)** Simulação feita com fibra ótica de raio $1.2 \mu\text{m}$.

FABRICAÇÃO DO TAPERS

Como é possível observar através das diferenças existentes entre as figuras Fig. 3 a) e b), o raio da fibra ótica também influencia fortemente nos modos do acoplamento. Dessa forma, se desejamos obter o melhor acoplamento possível, é primordial que consigamos produzir fibras com tamanhos variados.

Nesse sentido, podemos utilizar as fibras óticas tipo *taper* [3], que são formadas por um processo de pré-derretimento e tração de fibras convencionais, de forma a causar um afunilamento local. Ao final do processo, os *tapers* podem atingir diâmetros da ordem de poucos microns, possibilitando o acoplamento evanescente do modo guiado da fibra com o guia de onda.

A técnica utilizada na fabricação de *tapers* consiste em aquecer uma porção de fibra monomodo e esticá-la para que seu diâmetro seja reduzido. Na Fig. 4 é mostrada a montagem já estabelecida em nosso laboratório. A chama oscila unidirecionalmente definindo uma zona quente na fibra e, a partir do controle da extensão desta zona é possível ajustar o comprimento da cintura e o diâmetro do *taper*.

Além disso, é importante termos uma transição adiabática entre as partes não tracionada e alongada do *taper*. Essa condição é necessária, pois parte do modo

da fibra é perdido nos caso em que a transição é muito abrupta. Dessa forma, torna-se primordial o controle tanto do diâmetro da cintura como do formato da zona de transição.

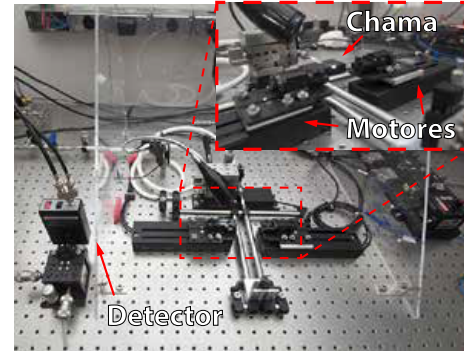


FIG. 4. **Fabricação de *taper***; Montagem experimental para fabricação de fibra tipo *taper* existente no grupo. O aluno irá aprender a usar esta montagem para fabricar os *tapers* necessários para seus experimentos.

Atualmente, nosso laboratório tem a capacidade de produzir *tapers* mantendo a largura da zona quente constante. Por conseguinte, devemos estudar o formato resultante de tal processo, a fim de verificar se a condição de transição adiabática é satisfeita.

Os cálculos que se seguem utilizarão em grande parte resultados obtidos na referência [4], sendo assim, na Fig. 5 são mostrados os parâmetros e o sistema a serem considerados nos cálculos.

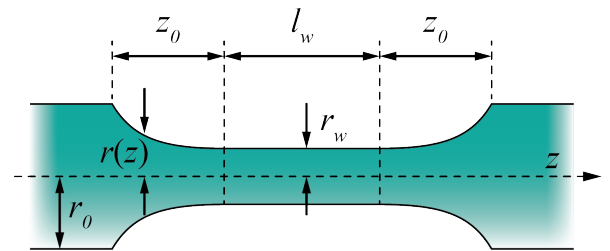


FIG. 5. Figura retirada da referência [4] mostrando os parâmetros utilizados nos cálculos do perfil de fibra óticas tipo *taper*.

Zona quente de largura constante

Primeiramente, considere a largura da zona quente como sendo L_0 , de forma que, em razão desta ser constante ao longo de todo o processo, a largura final da zona quente e, conseqüentemente, a largura da cintura do *taper* será $l_w = L_0$.

Podemos, então, encontrar a função para o raio:

$$\begin{aligned} r(x) &= r_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^x \frac{d\bar{x}}{L(\bar{x})} \right] \\ &= r_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \int_0^x \frac{d\bar{x}}{L_0} \right] \\ &= r_0 \exp \left[-\frac{x}{2L_0} \right] \end{aligned}$$

onde a primeira equação é obtida através dos pressupostos de que o volume da fibra deve ser conservado e de que a fibra mantém o formato cilíndrico durante todo o processo. [4] [5]

Portanto teremos como raio final:

$$r = r_0 \exp \left[-\frac{x}{2L_0} \right]$$

Aplicamos agora a Lei da Distância (Eq. 3), que trata-se de uma lei de conservação de comprimento da fibra [4]:

$$2z(x) + L(x) = x + L_0 \quad (3)$$

$$2z(x) + L_0 = x + L_0 \Rightarrow z(x) = \frac{x}{2} \Rightarrow x(z) = 2z$$

Dessa forma, descobrimos que o comprimento da zona de transição (z_0) será metade da elongação total (x_0). E, finalmente, podemos encontrar o raio como função do parâmetro z (ver Fig.5), ou seja, o formato da zona de transição do *taper*:

$$r(x) = r_0 \exp \left[-\frac{x}{2L_0} \right] \Rightarrow r(z) = r_0 \exp \left[-\frac{z}{L_0} \right]$$

Sendo assim, é possível observar que o *taper* obtido possui zona de transição exponencial dependente de L_0 , isto é, a transição da fibra não-elongada para a cintura é mais suave para processos com maior largura de zona quente. Isso é importante, pois quanto mais suave é a transição, menores são as perdas de potência ótica.

Nesse sentido, já foi iniciada a fabricação e os testes de alguns *tapers* que seguem esse padrão de fabricação e os resultados, embora ainda preliminares, parecem indicar que os *tapers* possuem baixa perda ($\approx 1.9\text{dB}$). Sendo assim, parece ser possível que consigamos obter um acoplamento de alta eficiência [1] a partir do processo de fabricação já instalado no laboratório.

CONCLUSÃO

No presente trabalho foi estudado, tanto em teoria quanto em simulações, a dispersão de modos óticos através de guias de ondas com geometrias e materiais distintos. Além disso, explorou-se o acoplamento entre guias de onda quando estes têm suas dimensões alteradas, possibilitando ao aluno o entendimento das características principais de um acoplamento eficiente. Por fim, de forma conseguir o melhor acoplamento possível entre os guias, estudou-se o processo de fabricação de fibras óticas tipo *taper*, objetivando compreender os métodos de produção para uma fibra com alto índice de acoplamento, mas que também possua transição adiabática para a cintura.

* m203898@dac.unicamp.br

† alegre@unicamp.br

- [1] S. Gröblacher, J. T. Hill, A. H. Safavi-Naeini, J. Chan, and O. Painter, *Applied Physics Letters* **103** (2013), 10.1063/1.4826924, arXiv:1309.1181.
- [2] C. P. Michael, M. Borselli, T. J. Johnson, C. Chrystal, and O. J. Painter, *Optics Express* **15**, 4745 (2007), arXiv:0702079 [physics].
- [3] J. C. Knight, G. Cheung, F. Jacques, and T. A. Birks, *Optics Letters* **22**, 1129 (1997).
- [4] T. A. Birks and Y. W. Li, *J. Lightwave Technol* **10**, 432 (1992).
- [5] Para mais detalhes, a referência [4] oferece a dedução completa da fórmula utilizada.