



## Opto-eleto-mecânica: Interação luz e som em materiais piezo-elétricos

Palavras-Chave:[Opto-mecânica],[Piezo-elétrico],[Guia-de-Onda]

Autores:

Luiz Henrique Peres Siqueira [UNICAMP]

Prof. Dr. Gustavo S. Wiederhecker (orientador) [UNICAMP]

### 1 Introdução

A elucidação das Equações de Maxwell na segunda metade do século XIX concretizou todo o conhecimento necessário para se compreender a propagação de ondas eletromagnéticas, e a utilização deste tipo de onda para comunicação foi encarada com grande potencial. Com a invenção do laser, a busca por confecção e aperfeiçoamento de canais ópticos para transmitir informação se destacou entre as linhas de pesquisa de diversas localizações do mundo.

Quando comparados com canais elétricos, canais ópticos apresentam notável superioridade. Além da grande diferença de largura de banda, fatores como atenuação, custo, interferência e segurança contribuem para isto.

A área de Fotônica (ramo que arca com as questões envolvidas em utilizar meios ópticos para fins de comunicação), apesar de já bem estabelecida, apresenta diversas oportunidades e muito terreno à ser explorado. O investimento no campo tem se tornado cada vez mais notável, e os resultados têm se mostrado extremamente compensadores. Desta forma, a importância de estudos e aplicações do que foi tratado neste processo de Iniciação Científica são evidentes, tanto para quem os fazem, quanto para quem os incentiva.

Neste contexto, este resumo visa sintetizar os trabalhos realizados nesta Iniciação Científica (IC). Infelizmente, diante da pandemia e das inconveniências geradas pela COVID-19, não houve possibilidade de encontros presenciais em laboratório para exercer as atividades práticas previstas pelo projeto submetido, assim como os encontros de orientação foram prejudicados. Dito isso, o trabalho desenvolvido até agora foi majoritariamente de caráter teórico, com a implementação de recursos computacionais de simulação (*COMSOL Multiphysics*).

Diante das expectativas do projeto e as limitações estabelecidas, o melhor caminho encontrado foi de estudo teórico de Dispersão em Guias de Onda e verificação de resultados utilizando o *COMSOL Multiphysics*, e é sobre detalhes deste estudo que se baseia o material abordado neste trabalho de Iniciação Científica.

## 2 Material Abordado

### 2.1 Considerações Sobre Reflexão Interna Total

O conceito mais fundamental que permite a existência de guias de onda é a Reflexão Interna Total (RIT), fenômeno este em que a luz é completamente refletida em uma superfície dielétrica. Desta forma, o estudo de RIT antecedeu a análise de dispersão de guias propriamente dito.

Um dos aspectos essenciais estudados sobre este assunto nesta IC foi a descrição de onda do fenômeno de RIT. Levando em consideração a Lei de Snell, tem-se que  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$  e é possível perceber que para ângulos de incidência maiores que  $\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$ , não há luz refratada, de modo que toda luz é refletida.

Tendo em conta a descrição espacial da onda incidente e refratada de uma onda plana TE (Figura 4), é possível concluir que, na ocorrência de RIT, as ondas refratadas são *Ondas Evanescentes*, pois decaem exponencialmente fora do núcleo do guia. Este comportamento está presente em todos guias de onda ópticos.

Outra característica de RIT é a mudança de fase entre a onda refletida e incidente, chamada Fase de *Goos-Hänchen*. Estas diferenças de fase nos permitem concluir que existem ângulos de propagação que são proibidos dentro do guia devido à interferência destrutiva. Desta forma, já é possível deduzir que somente certos modos discretos de propagação podem ser guiados em um guia de onda óptico.

### 2.2 Guias de Onda

A primeira estrutura de guia de onda óptico analisada foi a Planar. Estes são os guias mais simples, consistindo de uma camada com alto índice de refração ( $n_f$ ) entre duas camadas com índices menores ( $n_c$  e  $n_s$ ). O guia é infinito no plano  $yz$  com uma altura  $h$  finita na direção  $x$ , como mostrado na Figura 4. O estudo desta estrutura mais simples serviu de base para entender guias mais complexos estudados posteriormente.

Para estudo dos modos de propagação permitidos, foi necessário resolver a equação de onda (equação 1) levando em conta condições de contorno para o caso da estrutura planar. Considerando o caso TE, a direção de propagação é  $\hat{z}$ , o Campo Elétrico é polarizado na direção  $\hat{y}$ .

$$\nabla^2 E_y + k_0^2 n_i^2 E_y = 0 \quad (1)$$

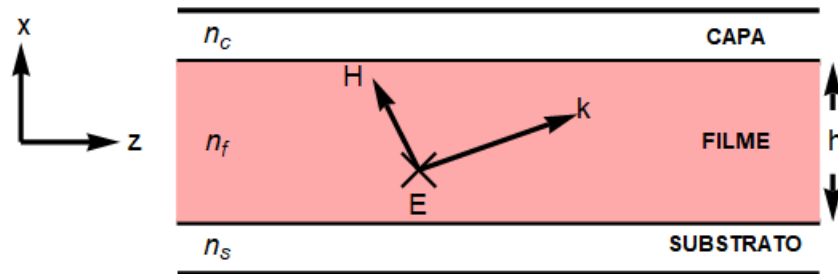


Figure 1: Guia de Onda Planar com a propagação de um modo TE (*Transverse Elétric*), que consiste em uma onda em que o Campo Elétrico não possui componente longitudinal na direção  $\hat{z}$ .

No caso,  $n_i =, n_f, n_c, n_s$  dependendo da localização, conforme indicado na Figura 4. Considerando a geometria do guia, deduz-se um *ansatz* dado pela equação 2.

$$E_y(x, z) = E_y(x)e^{-i\beta z} \quad (2)$$

Em que  $\beta$  é a constante de propagação na direção  $\hat{z}$ . Para condução de luz no guia de onda, precisamos satisfazer  $k_0 n_s < \beta < k_0 n_f$  (assumindo que  $n_s \geq n_c$ ), de modo que ocorra RIT nas duas interfaces do guia. Dentro do guia, a solução será oscilatória, e decairá exponencialmente no substrato e capa.

Utilizando as soluções adquiridas com o *ansatz* e empregando condições de contorno apropriadas, deduz-se a equação 3:

$$\tan(h\kappa_f) = \frac{\gamma_s + \gamma_c}{k_f \left[ 1 - \frac{\gamma_c \gamma_s}{\kappa_f^2} \right]} \quad (3)$$

Esta equação é transcendental e precisa ser resolvida por meio de métodos numéricos. Nesta,  $\gamma = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_i^2}$  e  $\kappa = \sqrt{k_0^2 n_i^2 - \beta^2}$ . Dessa forma, a equação em questão estabelece os possíveis valores de  $\beta$  que correspondem aos modos de propagação TE permitidos no guia óptico.

Em seguida, foram estudados guias de onda cilíndricos. Nestes, a luz é guiada em um núcleo circular de alto índice de refração, envolvido por uma capa de menor índice (Figura 2). Lidando com guias reais, o problema se torna 2D, e desta forma teremos 2 números de modo associados à cada modo de propagação.

Assim como é feito para o guia planar, para achar os modos de propagação de um guia circular precisa-se solucionar a equação de onda 4.

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

Porém, a equação 4 não pode ser separada em três componentes distintas, pois as componentes transversais do campo elétrico são acopladas. Desta forma, a resolução deste problema é mais complexa, e precisamos trabalhar com coordenadas cilíndricas.

O argumento que facilita a resolução de guias de onda ópticos bidimensionais é que a componente longitudinal do campo não se acopla com as outras componentes. Encontrando uma solução para  $E_z$ , podemos utilizar as equações de Maxwell para solucionar as componentes  $E_\theta$  e  $E_r$ .

Empregando o procedimento padrão de separação de variáveis, é assumido que  $E_z(r, \phi, z) = R(r)\Phi(\phi)e^{-i\beta z}$ . Encontra-se soluções tal que dentro do meio de propagação de luz (núcleo), temos um campo elétrico oscilante ( $J_\nu$ ), e fora dele (capa) temos um campo de decaimento ( $K_\nu$ ), como era de se esperar. A resolução do problema nos retorna a Equação Característica 5 para o guia cilíndrico.

Assim como no caso planar, são necessários métodos gráficos e numéricos para resolver esta equação. Como existem dois graus de liberdade quando tratamos de um guia cilíndrico, as soluções da equação de onda são indexadas por dois números de modo,  $\nu$  e  $m$ . O valor  $m$  é chamado de número de modo radial, indicando assim o número de nós radiais existentes na distribuição de campos, e  $\nu$  é denominado número de modo angular, que indica o número de nós angulares existentes na distribuição.

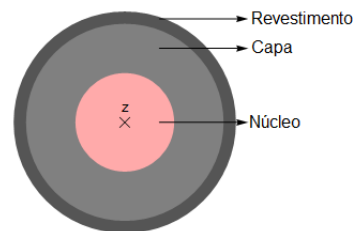
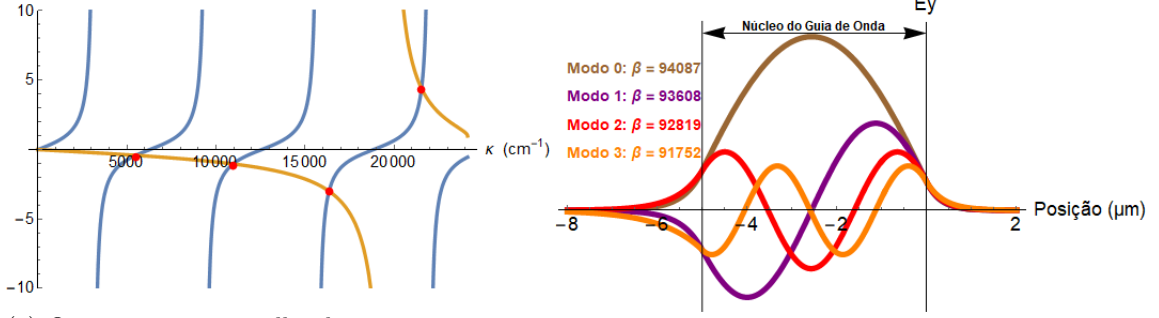


Figure 2: Visão Transversal de um Guia de Onda Cilíndrico



(a) Os pontos em vermelho designam as intersecções dos dois lados da Equação 3, e portanto os valores de  $\kappa_f$  associados à cada modo. Em azul, é traçada a função  $\tan(h\kappa_f)$  e em laranja,

$$\frac{\gamma_s + \gamma_c}{k_f \left[ 1 - \frac{\gamma_c \gamma_s}{\kappa_f^2} \right]}.$$

(b) Soluções de cada modo correspondente aos valores de  $\beta$  achados, em  $(cm)^{-1}$ . Como o guia de onda é assimétrico ( $n_s \neq n_c$ ), as soluções são levemente antissimétricas também. Os modos são nomeados conforme o número de nós que a solução possui.

$$\frac{\beta^2 \nu^2}{a^2} \left[ \frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\kappa^2} \right]^2 = \left[ \frac{J'_\nu(\kappa a)}{\kappa J_\nu(\kappa a)} + \frac{K'_\nu(\gamma a)}{\gamma K_\nu(\gamma a)} \right] \cdot \left[ \frac{k_0^2 n_n^2 J'_\nu(\kappa a)}{\kappa J_\nu(\kappa a)} + \frac{k_0^2 n_c^2 K'_\nu(\gamma a)}{\gamma K_\nu(\gamma a)} \right] \quad (5)$$

A equação característica para o guia cilíndrico permite a existência de quatro diferentes tipos de modo (TE, TM, EH e HE), enquanto a do guia planar permite somente dois (TE e TM).

Para o caso em que  $\nu$  é zero, obtém-se modos TE ou TM. Caso  $\nu \neq 0$ , os valores de  $\beta$  correspondem à modos com valores não nulos de  $H_z$  e  $E_z$ . Estes modos são chamados de Modos Híbridos que podem ser EH ou HE, dependendo da magnitude relativa dos campos magnéticos e elétricos longitudinais.

### 3 Simulações

Diante da impossibilidade de encontros presenciais em laboratório, não foi possível desenvolver a parte experimental prevista no projeto. Para contornar isso, resolvemos substituir esta parcela por meio da implementação de recursos de simulação, para fins de verificar os resultados obtidos analiticamente, assim como explorar outras utilidades do software.

O software utilizado foi o *COMSOL Multiphysics*, que utiliza do Método dos Elementos Finitos para fazer simulações. Para o caso de interesse desta IC, o software foi utilizado para simular a dispersão de guias de onda ópticos, e comparar estes resultados com àqueles obtidos numericamente.

Para fins de demonstrar este procedimento, cabe colocar aqui os resultados obtidos pelo software do mesmo exemplo tratado no relatório parcial.

Considerando um guia planar tal que  $n_f = 1.5$ ,  $n_s = 1.45$  e  $n_c = 1.4$  representam respectivamente os índices de refração do núcleo, capa e substrato, de largura  $h = 5\mu m$ , para um feixe de  $\lambda = 1\mu m$ . A análise numérica (Figuras 3b e 3a) permite achar quatro modos TE caracterizados pelos valores de  $\beta=94087, 93608, 92819$  e  $91752(cm)^{-1}$

Resolvendo o mesmo problema utilizando o *COMSOL Multiphysics*, obtivemos valores de  $\beta=94084, 93607, 92815$  e  $91753 (cm)^{-1}$ , resultados satisfatórios quando comparados ao resultado analítico.

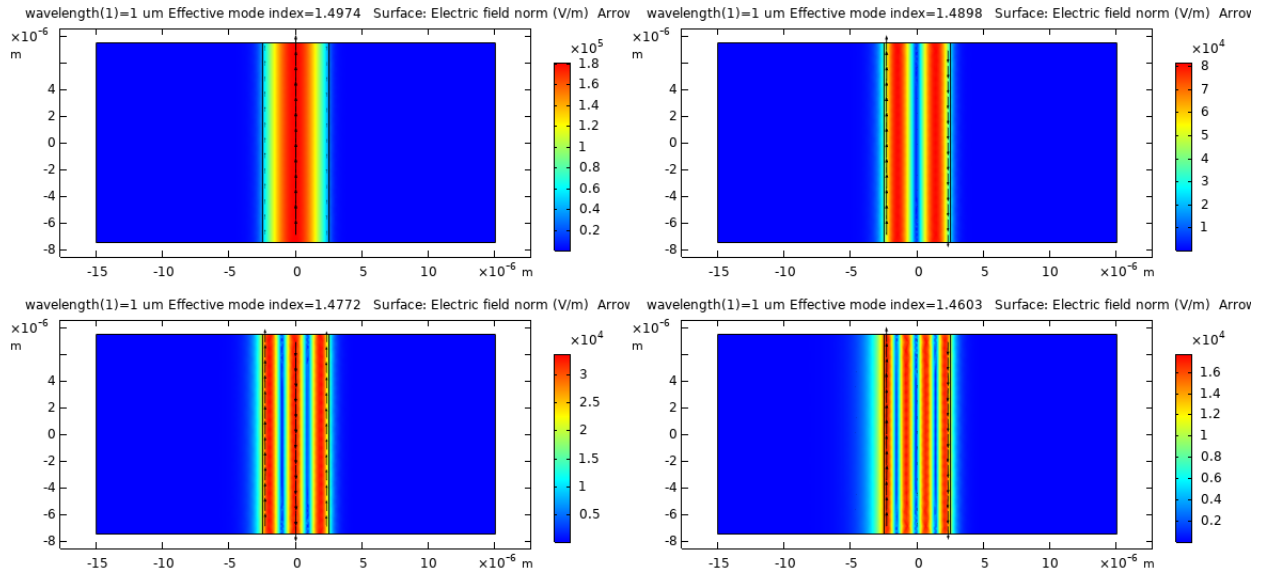


Figure 4: Visualizando modos TE de um guia planar, da esquerda para direita, de cima para baixo, temos: Modo  $TE_0$  (fundamental) ,equivalente à  $\beta=94084$ ,  $TE_1$  associado à  $\beta=93607$ ,  $TE_2$  à  $\beta=92815$  e  $TE_3$  com  $\beta=91753$ , em  $(cm)^{-1}$ .

## 4 Bibliografia

- OKAMOTO,K.*Fundamentals of optical waveguides*. Academic press, 2006.  
 POLLOCK,C. LIPSON,M.*Integrated photonics*, volume 20. Springer, 2003.  
 FOWLES.G.*Introduction to modern optics*. Courier Corporation, 1989