

# A Dispersão de Velocidade Grupo em Microcavidades Ópticas e Produção Pentas de Frequência

**Palavras chave:** Microcavidades, dispersão, índice de refração efetivo.

**Aluna:** Pâmella de Alvarenga Souza

**Orientador:** Prof. Dr. Gustavo da Silva Wiederhecker

LPD - Photonicamp

Instituto de Física Gleb Wataghin – UNICAMP

## 1 Introdução

O foco da iniciação científica foi o aprendizado acerca do comportamento óptico em microcavidades e características relacionadas à produção de pentas de frequência. A importância dos pentas de frequência é notável em múltiplas áreas, desde seu uso para medição de distância nos estudos astronômicos, análise de composição de químicos, até na comunicação de base fotônica, sendo de alto interesse o aprimoramento de precisão na sua produção. Ao longo do ano, foi feita principalmente familiarização teórica com relação ao funcionamento de microcavidades ópticas, propagação e dispersão de sinal óptico em guias de onda. Também foram feitas simulações desses fenômenos, pois as atividades experimentais foram suspensas na pandemia.

## 2 Teoria

### 2.1 Microrressonadores Ópticos

Microrressonadores ópticos são estruturas construídas para "aprisionamento temporário" de sinal óptico por meio de recirculação da luz.

Esse aprisionamento é relacionado a alguns fatores do sinal, por exemplo a sua frequência. É um sistema que possibilita manipulações no sinal óptico. As manipulações dependerão da engenharia do ressonador [1, 2]. A Figura 1 apresenta esquemas dos principais ressonadores estudados, relacionando-os pelas suas compatibilidades.

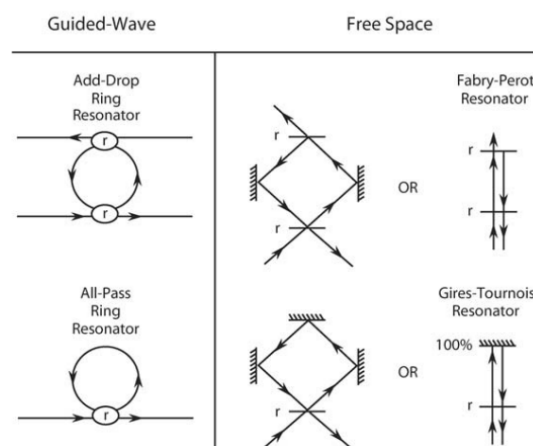


Figura 1: Microrressonadores de espaço livre e seus equivalentes em adaptação para tecnologia planar. À direita, ressonadores de espaço livre, que consistem de espelhos planos posicionados de maneira paralela ou perpendicular entre si, com espaço livre entre eles. À esquerda, os esquemas dos ressonadores anel (estruturas aplicáveis em tecnologia planar) sem nenhum espaço entre os componentes, mas com sinais de saída equivalentes aos ressonadores de espaço livre [2].

## 2.2 Ressonadores de Espaço Livre

Os ressonadores de espaço livre foram os primeiros a existir e dois principais exemplos se encontram na Figura 1. Sua estrutura consiste em espelhos dispostos de forma a aprisionar a luz em seu interior por meio de recirculação e, para os ressonadores de Fabry-Perot e Gires-Tournois, os sinais de saída previstos são como apresentados na Figura 2. As frações finais de energia transmitida e refletida são dadas por  $R = jF^2$  e  $T = jt^2$ , em que  $F$  e  $t$  são a refletividade complexa e a transmissividade complexa do ressonador, de modo que  $R + T = 1$  [1]. Os comportamentos de refletância e transmitância de cada um dos ressonadores de espaço livre são apresentados nas Figuras 2(a) e 2(c).

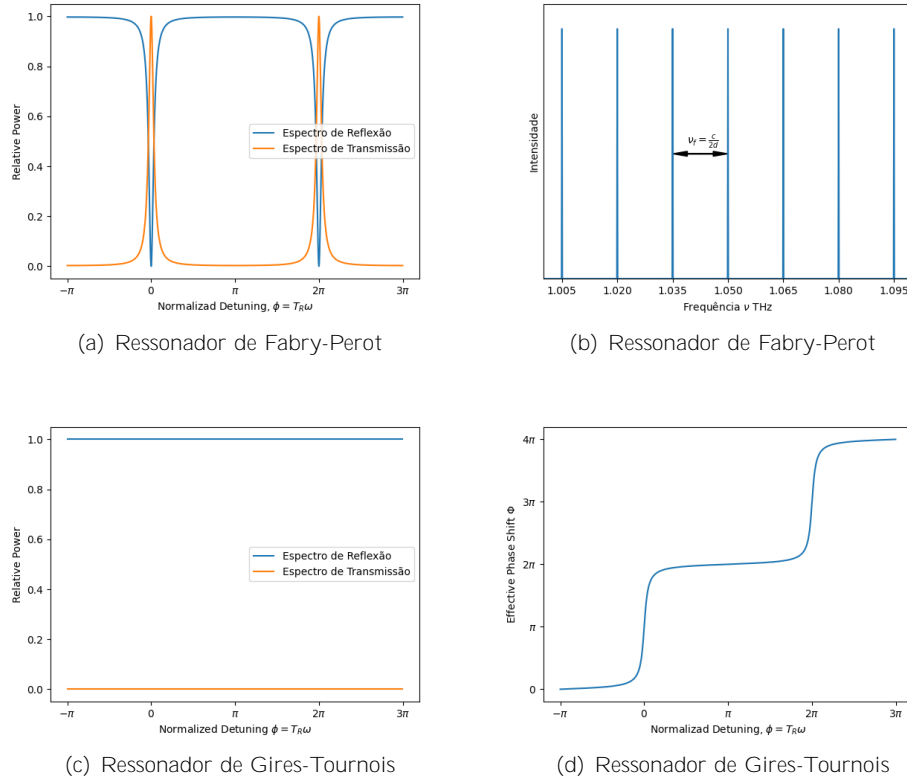


Figura 2: Gráficos representativos do comportamento de ressonadores de espaço livre para  $r = 0.9$ . (a) Espectros de reflexão e transmissão para um ressonador de Fabry-Perot com espelhos iguais ( $r_1 = r_2$ ). (b) Sinal de saída transmitido pelo espelho de fundo de um ressonador de Fabry-Perot em condições ideais (frequências bem definidas em bem espaçadas). (c) Espectros de reflexão e transmissão para um ressonador de Gires-Tournois ( $r_1 = 1$  e  $r_2 = r$ ). (d) Mudanças de fase efetivas da luz captada saindo do primeiro espelho de um ressonador Gires-Tournois [3].

É notável, pelo sinal de saída do ressonador de Fabry-Perot, que esse é a ferramenta que viabiliza a produção dos desejados pentes de frequência, sendo que o distanciamento entre os pentes é, em circunstâncias ideais, dado por  $\nu_F = \frac{c}{2d}$ , sendo  $d$  a largura de cavidade e  $c$  a velocidade de propagação da luz dentro da mesma.

O acúmulo de fase total, ao final da circulação [2]:

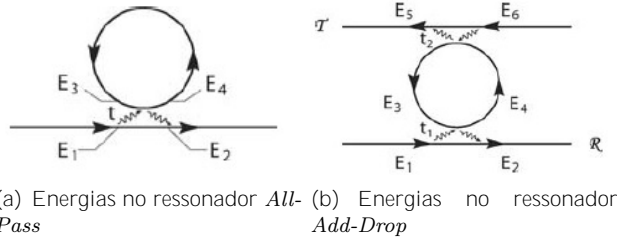
$$= \phi + 2\arctan\left(\frac{r \sin \phi}{1 - r \cos \phi}\right) \quad (1)$$

em que  $\phi = Z$  é a fase em que se encontra a onda [1].  $\phi = T_R \omega$  é o shift acumulado em uma única volta, sendo  $T_R = n_{eff} \frac{L}{c}$  o tempo de viagem na cavidade, para frequência  $\omega$ . Apesar de esse tipo de estrutura ser adequado à produção de pentes de frequência a primeiro momento, há um problema: as tecnologias planar-integradas, usadas hoje, não são compatíveis com estruturas de espaços livres. Por isso, surge a necessidade de adaptação. Essa adaptação leva aos ressonadores anel [1].

### 2.2.1 Ressonadores anel

Esses são estruturas construídas com guias de onda, moldados para a condução circular da luz, de modo a proporcionar interferências construtivas por ressonâncias e são compatíveis com a tecnologia planar integrada.

Um ressonador anel equivalente à adaptação do ressonador de Gires-Tournois é o ressonador *All-Pass Ring* (Figura 1). Quando a luz evanescente do anel amplificador é captada de volta pelo guia de onda, pode-se analisar o sinal de saída do guia em comparação com o sinal de entrada. Assim, são quatro energias a serem consideradas ( $E_1; E_2; E_3; E_4$ ) e dois principais coeficientes: *cross-coupling coefficient* ( $t$ ) e *self-coupling coefficient* ( $r$ ).



(a) Energias no ressonador All-Pass (b) Energias no ressonador Add-Drop

Figura 3: Esquema representativo das energias usadas para cálculos de transmissão e intensidade nos ressonadores anel [2].

Assim como os fatores de transmissividade e refletividade dos espelhos planos, aqui tem-se que  $r^2 + t^2 = 1$ . A luz que circula no interior do anel é definida como uma relação de proporção com a luz que entra, dependendo apenas da capacidade de transmissão de amplitude do material do anel  $a$  e da *single-pass phase shift* ( $= T_R!$ ):  $E_3 = ae^i E_4$ . Após denominadas as energias do sistema, é possível fazer análises por meio da comparação das intensidade: um deles é o fator de ganho ( $B$ ). Esse é o fator que quantifica o aumento de intensidade da luz dentro do ressonador, devido às interferências construtivas de luz recirculante. Ao plotar o fator de ganho  $B$  em função de  $\phi$  é possível notar um sinal de saída como o apresentado na Figura 4(b), que é um sinal de saída correspondente ao pente de frequência obtido como sinal de saída de um ressonador de Fabry-Perot em **circunstâncias não-ideias**. A definição dos picos de pente de frequência dependerá de fatores como a amplitude  $a$ . **Para o caso ideal  $a = 1$ , teria-se um pente de frequência perfeito.**

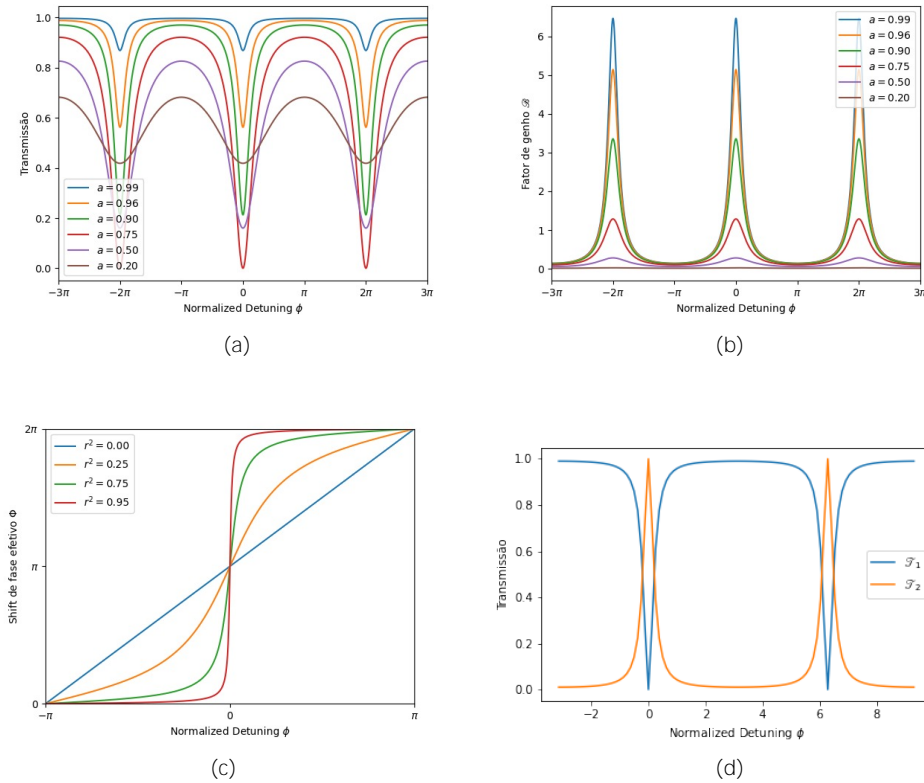


Figura 4: (a) Sinal de saída no guia de onda de um ressonador All-Pass para amplitudes de transmissão  $a < 1$ ,  $r = 0.75$ . (b) Fator de ganho (aumento de intensidade) do sinal óptico em um ressonador All-Pass para  $a < 1$ ,  $r = 0.75$ . (c) Efeito do valor de  $r$  na taxa de variação de shift de fase efetivo em um ressonador All-Pass. Se trata dos pontos de ressonância onde ocorrem os "degraus" da figura 2(d). (d) Os sinais de transmissão  $T_1$  e  $T_2$  são equivalentes aos coeficientes de reflexão  $R$  e  $T$  do gráfico 2(a), mostrando a compatibilidade do paralelo entre sinal refletido no Fabry-Perot com o sinal captado no guia de onda ADD e entre sinal transmitido Fabry-Perot com sinal captado no guia de onda DROP, no ressonador Add-Drop[3].

A transmissividade para ambos os ressonadores, nos dois tipos, também é equivalente, como pode ser visto com uma breve comparação entre as Figuras 2 e 4 (lembrando que a Figura 2 está considerando situação ideal e a Figura 2 considera mais fatores). Também há compatibilidade entre os shifts de fase efetivos. Para o ressonador All-Pass:

$$= + + \arctan \frac{r \sin}{a r \cos} + \arctan \frac{r \sin}{1 r \cos} \Big|_{a=1} + + 2 \arctan \frac{r \sin}{1 r \cos} \quad (2)$$

Portanto, é possível fazer uma adaptação do ressonador Gires-Tournois para a compatibilidade com tecnologia

planar integrada. No entanto, os ressonadores anel também têm mais "ruídos" a serem considerados. Dois outros fatores a serem considerados são:

$$T_D = \frac{d}{d\omega} = T_R \quad (\text{Delay de Grupo}) \quad GDD = \frac{d^2}{d\omega^2} = T_R^2 \quad (\text{Dispersão de Delay de Grupo}) \quad (3)$$

A derivada primeira do shift de fase efetivo em relação à frequência é chamada de sensibilidade de fase, e quantifica o quão acentuada é a transição de fase nos pontos de ressonância do gráfico de saída do ressonador (vide Figura 4(c)). Essa transição implica em um atraso para obtenção do sinal de cavidade captável. Uma vez que o tempo de vida de cavidade é dependente da frequência, ocorre um delay diferente cada frequência, o que pode gerar distorção nos sinais de saída do ressonador (fenômeno chamado de dispersão de delay de grupo).

### 2.2.2 Propagação em guias de onda

Assim como há dispersão de delay de grupo nos ressonadores anel, há dispersão de pacotes de frequência dentro dos guias de onda. Um meio dispersivo consiste em um meio dielétrico cuja densidade de polarização  $\mathbf{P}$  induzida por um campo elétrico aplicado  $\mathbf{E}$  ocorre de maneira não-instantânea, havendo um delay de resposta. Assim, as equações de Maxwell em um meio dielétrico dispersivo são dadas por:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (4)$$

Em que:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \mathbf{P} = \epsilon_0 \chi(\omega) \mathbf{E} \quad \chi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(t) e^{-j\omega t} dt = \epsilon_0 (1 + \chi(\omega)) \quad (5)$$

sendo  $\chi(\omega)$  a susceptibilidade elétrica do meio (veja que é dependente da frequência),  $\epsilon_0$  a constante de permissividade elétrica do vácuo e  $\epsilon$  a permissividade elétrica no meio material. O índice de refração que um sinal óptico sofre em um meio é determinado pela razão da permissividade elétrica do material pela permissividade elétrica no vácuo, de modo que:

$$n = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}} = (1 + \chi(\omega))^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Unindo essa relação ao fato de que a velocidade de propagação da luz em um meio é inversamente proporcional ao índice de refração desse, tem-se que:

$$c = \frac{c_0}{n(\omega)} = c(\omega) \quad (7)$$

sendo  $c_0$  a velocidade de propagação da luz no vácuo. Ou seja, a velocidade com a qual um sinal óptico se desloca dentro de um meio material dielétrico dispersivo (que é o caso dos guias de onda em geral), depende da frequência desse sinal óptico. Isso quer dizer que o comportamento de um sinal óptico composto por múltiplas frequências (policromático) inserido em um guia de onda será, ao longo do tempo, "espalhado" ao longo do guia.

A propagação de um pulso em um meio desse tipo é governada pela equação:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t}\right) A(z; t) + \frac{j}{2} A(z; t) \frac{D}{4} \frac{\partial^2 A(z; t)}{\partial t^2} = 0 \quad (8)$$

que é possível de ser obtida a partir da equação de onda unida a alguns recursos matemáticos, como expansão em Taylor, Teorema de convolução e condição de Equação Paraxial de Helmholtz. Na equação,  $D = \frac{3}{c_0^2} \frac{d^2 n}{d\omega^2}$  referencia a taxa de dispersão de grupo do pacote de onda,  $v$  a velocidade de grupo (que costuma ser a velocidade média do centro do pacote de onda) e  $\alpha$  o coeficiente de absorção do meio [1].

## 3 Resultados

Os planos que constam no projeto de iniciação científica objetivavam a realização de medidas experimentais de características dispersivas e construtivas de microcavidades ópticas. Como não foi possível a realização de atividades experimentais devido à pandemia, a aluna realizou algumas simulações em software Comsol para análise de características dispersivas desses componentes. Os gráficos foram plotados por meio do uso de linguagem python, na plataforma Jupyter Notebook, para processamento dos dados de simulação exportados pelo software simulador.

A Figura 5 mostra que diferentes geometrias de microrressonadores de um mesmo material implicam em comportamentos de dispersão de sinal óptico bastante distintos. O anel ressonador referente às Figuras 5(a) e 5(c) possui um raio de 25  $\mu m$ , envoltória de sílica ( $SiO_2$ ) de 8vs8  $\mu m$  e núcleo de  $SiN$  com 1  $\mu m$  de altura e largura variada nos valores indicados no gráfico. O anel ressonador referente às Figuras 5(b) e 5(d) possui um raio de 50  $\mu m$ , envoltória e núcleo composto pelos mesmos materiais do anel anterior, mas dessa vez com 5vs5  $\mu m$  para a envoltória e 0.8  $\mu m$  para a altura do núcleo.

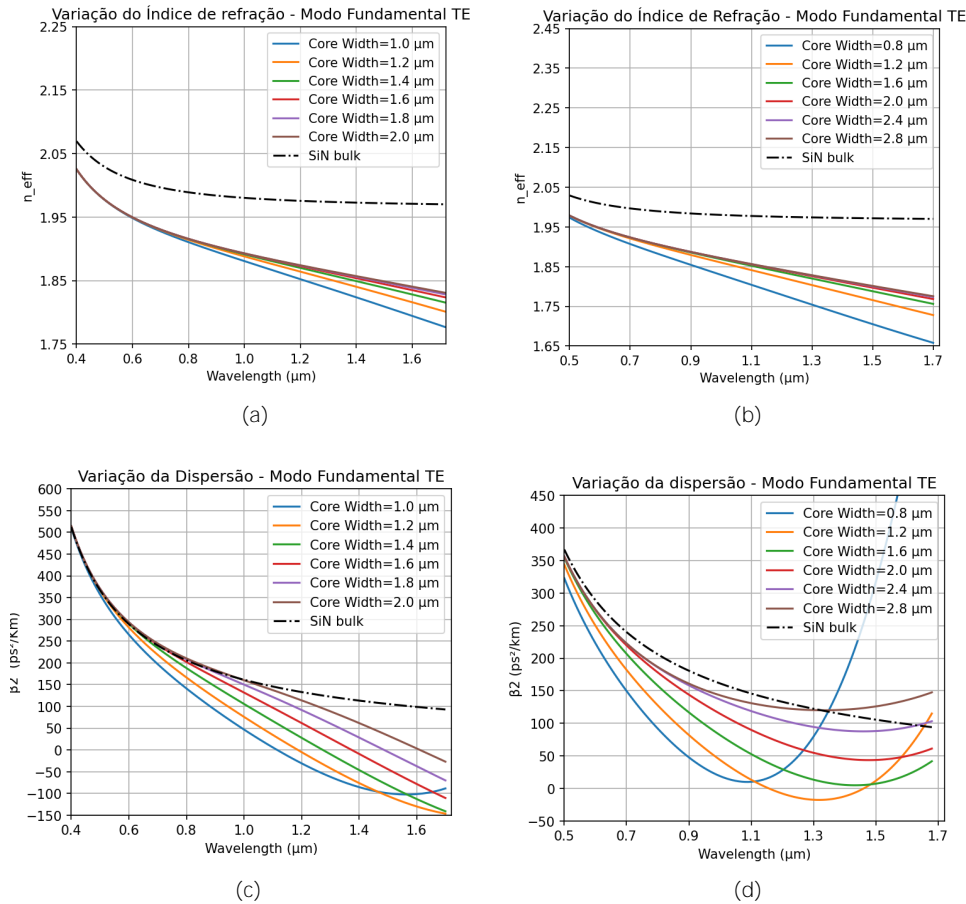


Figura 5: a) Variação do índice efetivo (índice de refração dependente do comprimento de onda) para um anel ressonador de raio = 25  $m$ . b) Variação do índice efetivo para um anel ressonador de raio = 50  $m$ . c) Variação da taxa de dispersão de grupo  $\beta_2$  (ou  $D_V$ ) para um anel ressonador de raio = 25  $m$ . d) Variação da taxa de dispersão de grupo  $\beta_2$  (ou  $D_V$ ) para um anel ressonador de raio = 50  $m$ . Ambos os anéis têm núcleo de nitreto  $SiN$  envoltos por sílica  $SiO_2$ . As linhas pretas pontilhadas representam as características de  $n_{eff}$  e dispersão intrínsecas ao material, sem consideração dos efeitos de geometria de componente.[3].

## 4 Conclusão

A partir dos conhecimentos estudados na bibliografia e das simulações realizadas, é notável que, apesar de materiais usados para condução de sinal óptico já terem características de dispersão intrínsecas à sua estrutura, é possível realizar manipulação dos efeitos dispersivos por meio da geometria dos componentes ópticos. A partir de simulações realizadas em software pode-se prever os efeitos dessas alterações geométricas e, assim, encomendar a produção de componentes adequados aos resultados dispersivos desejados. Esse tipo de recurso de liberdade de manipulação e previsão viabiliza o aprimoramento dos sinais de pentes de frequência, cujo espaçamento entre picos depende fortemente dos efeitos dispersivos de materiais condutores.

## 5 Agradecimentos

Agradeço à mestrandia Letícia de Sousa Magalhães pela ajuda no primeiros semestre e à pesquisadora Nathália Beretta Tomazio por todo suporte e orientação durante os estudos e execução do segundo semestre, a todo grupo de pesquisa do LPD pelas reuniões semanais e quinzenais onde foram discutidas as pesquisas. Principalmente ao PIBIC e à UNICAMP por financiarem este projeto de iniciação científica.

## Referências

- [1] Bahaa E A Saleh and Malvin Carl Teich. *Fundamentals of photonics; 2nd ed.* Wiley series in pure and applied optics. Wiley, New York, NY, 2007.
- [2] J. Heebner, R. Grover, T. Ibrahim, and T.A. Ibrahim. *Optical Microresonators: Theory, Fabrication, and Applications.* Optical Sciences, 138. Springer, 2008.
- [3] Pamella Alvarenga. Gráficos plotados pela própria aluna por meio do PyCharm., 2020.