XXX Congresso de Iniciação Científica UNICAMP

Diagramas Fundamentais de Fluxo de Tráfego Veicular: Revisão Teórica e Aplicação Prática

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Engenharia de Tráfego, Engenharia de Transportes

Isabella Matiacci Camargo,
Heitor da Hora Caraciolo Ferreira,
Prof. Dr. Diego Samuel Rodrigues
Faculdade de Tecnologia, Universidade Estadual de Campinas

1 Introdução

Em planejamentos de transportes em vias e rodovias é crucial a necessidade de se conhecer e prever como determinadas variáveis de estado (fluxo, velocidade, densidade ou outras variáveis equivalentes) evoluem a partir de certas condições conhecidas. Devido ao seu caráter tecnológico, a estimação e previsão de variáveis de estado de tráfego têm despertado interesse não somente da comunidade científica, mas também de empresas e indústrias internacionais, devido às oportunidades de geração e desenvolvimento de produtos e serviços. No Brasil, ainda que de modo incipiente, o tema também tem favorecido a interação entre a academia e o setor produtivo[1].

Quanto à teoria, conceitualmente as variáveis de estado de tráfego veicular são três: fluxo (veículos/h), densidade (veículos/km) e velocidade (km/h). A despeito dessas, três também são as possibilidades de níveis de escala de modelagem: microscópica, macroscópica ou mesoscópica. Na modelagem microscópica, cada automóvel é tratado individualmente como uma "partícula" dentro do tráfego veicular, em que a posição e a velocidade de cada veículo define o estado de tráfego do sistema segundo as leis da mecânica newtoniana. Nessa abordagem, os modelos matemáticos são definidos a partir da segunda lei de Newton, e formulados em termos de equações diferenciais ordinárias no tempo, cujas soluções então permitem elaborar uma descrição coletiva das condições de fluxo de tráfego. A modelagem mesoscópica, por outro lado, baseia-se na ideia de que a posição e a velocidade dos veículos são dadas por funções distribuições de probabilidade, considerando-as como uma variável aleatória. Nessa abordagem, os modelos matemáticos descrevem a evolução dessas distribuições de probabilidade por meio de equações integro-diferenciais similares à equação de Boltzmann [1].

[1] *3rd Brazilian Study Group with Industry (2017)*, Splice Mobilidade Urbana e Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria (CEPID-CeMEAI), http://www.cemeai.icmc.usp.br/3BSGI.

Outra possível abordagem se dá no âmbito da modelagem macroscópica. Em detrimento do comportamento individual, ela permite uma análise do comportamento coletivo do tráfego [2], em que os movimentos dos veículos são descritos coletivamente como um meio contínuo, tal qual um fluido. Tendo como teoria física base a fluidodinâmica, os modelos matemáticos macroscópicos de fluxo de tráfego veicular apresentam-se formulados em termos de equações diferenciais parciais, nas variáveis independentes tempo e espaço, e nas quais o estado de tráfego é descrito por quantidades médias locais de densidade, momento linear e energia cinética. Entretanto, considerando-se a dificuldade em se a modelar a energia cinética em nível macroscópico, geralmente apenas as duas primeiras quantidades compõem os modelos macroscópicos de tráfego veicular [3].

O objetivo do trabalho foi estudar a teoria de diagramas fundamentais de tráfego veicular e sua aplicação prática ao lidar com o tráfego de veículos em uma rodovia. Para tanto, foi importante compreender o conceito da dinâmica do fluxo de tráfego, o qual pode ser classificado a partir de sua escala de tempo, podendo variar de segundos até horas, englobando aspectos do tráfego referentes aos três tipos de modelagem (microscópica, mesoscópica e macroscópica) e até modelagens submicroscópicas. A modelagem macroscópica abrange os períodos do ciclo semafórico (tempo decorrido entre um sinal verde, amarelo, vermelho e o retorno para a cor verde) e o tempo decorrido da aceleração e frenagem dos veículos presentes em um engarrafamento. Como a onda de automóveis está sendo considerada como um fluido em movimento, é importante levar em conta o período de tempo decorrido entre a aceleração e frenagem dos automóveis em um congestionamento como um todo, já que as características individuais de cada veículo não interferem na modelagem macroscópica.

2 Fundamentação Teórica e Desenvolvimento

Em modelagens macroscópicas, as variáveis velocidade, densidade veicular e fluxo de tráfego não referem-se aos veículos individualmente, mas a valores médios agregados de quantidades a eles relacionadas, as quais são descritas continuamente no tempo (t) e no espaço (x). A saber, são elas: velocidade $v = v(x,t)$, densidade $\rho = \rho(x,t)$ e fluxo $q = q(x,t)$. Tal como essas variáveis de estado, tempo e espaço também são expressos em termos adimensionais: o espaço em relação a uma fração do comprimento da rodovia (ℓ) e o tempo em relação à escala de tempo característico $\tau \doteq \ell/v_{\text{lim}}$ (aqui, por simplicidade, a rodovia é modelada como sendo unidimensional e sem estratificação por faixas de tráfego).

Notadamente, é essencial observar que velocidade (v), densidade (ρ) e fluxo de veículos (q) estão consistentemente relacionadas pela equação

$$q = \rho v, \tag{1}$$

em que, por conveniência, todas as variáveis estão adimensionalizadas e normalizadas: v como um percentual em relação a uma velocidade limite v_{lim} de tráfego (relacionada à velocidade de tráfego livre), e ρ como um percentual em relação à densidade máxima ρ_{max} de veículos comportada pela rodovia[2]. Além disso, as variáveis v e ρ também estão relacionadas através do conceito de diagrama fundamental. Seja qual for a escala de modelagem, um diagrama fundamental é uma relação empírica entre variáveis de estado de tráfego estabelecida sob a hipótese de equilíbrio[3]. Historicamente, tal conceito foi proposto por Bruce Greenshields em 1934 [4, 5], cujo legado seminal inclui-se a genealogia dos modelos de tráfego veicular [6]. O próprio contexto dos dados de campo observados pelo autor é particularmente ilustrativo para introduzir a ideia de diagrama fundamental pela qual se relacionam q e ρ, v e ρ e, ainda, v e q.

Quanto à v e ρ, por exemplo, é razoável supor que quanto mais veículos estiverem em uma via, mais lentas serão suas velocidades. Ademais, em condições de tráfego livre, a densidade é aproximadamente zero e a velocidade de tráfego é máxima. No outro extremo, se a densidade é máxima, como em um congestionamento, a velocidade de tráfego é zero. A partir dessas considerações, pode ser estabelecida uma relação empírica $v = v(\rho)$ para a dependência da velocidade v em relação à densidade ρ. Ao fazê-lo, Greenshields propôs a seguinte relação empírica linear [4]:

$$v(\rho) \ = \ 1 - \rho, \tag{2}$$

que é a mais simples possível relação empírica que satisfaz as hipóteses mencionadas.

Assim sendo, utilizando-se as equações (1) e (2), o fluxo de tráfego pode ser expresso em termos da densidade como

$$q(\rho) \ = \ \rho - \rho^2, \tag{3}$$

função essa cujo valor máximo se dá trivialmente em $\rho = 1/2$. Nesse caso, portanto, $v(\rho{=}1/2) = 1/2$ e o fluxo máximo ótimo de tráfego ocorre quando a densidade é a metade da máxima possível (ρ_{max}) e a velocidade é a metade da velocidade limite (v_{lim}).

A relação matemática entre velocidade e fluxo também pode ser determinada isolando-se ρ em (2) e substituindo-o em (3):

$$v^2 - v + q \ = \ 0. \tag{4}$$

Primeiramente, como fundamentação, nas Figuras 1 e 2 são exibidos três gráficos de relações fundamentais de fluxo *versus* densidade, velocidade *versus* densidade e velocidade *versus* fluxo [7], sendo a Figura 1 referente a situação teórica proposta por Greenshields e a Figura 2 referente a uma situação real observada em uma rodovia. Podemos perceber de forma bem clara como os dados reais assemelham-se com os gráficos de referência de base. Comparando os dois gráficos de fluxo *versus* densidade, percebe-se a semelhança, já que ambos os gráficos apresentam um crescimento parabólico e um decrescimento linear, porém no gráfico da Figura 2 percebe-se uma maior concentração dos dados no ponto alto do gráfico, demonstrando como a situação real pode ter

[2]Supõe-se que há um número máximo de veículos comportado pela rodovia (ρ_{max}) e que a velocidade de tráfego é limitada pelo valor v_{lim}, o qual depende das características da pista, do tipo de veículos nela presentes, condições climáticas, etc.

[3]Regime de estado de tráfego no qual os veículos têm velocidades e espaços de separação iguais e constantes.

variações em relação à teoria. Já entre os gráficos de velocidade *versus* densidade, é perceptível um comportamento de decrescimento linear e depois na forma de uma curva, ilustrando a semelhança entre eles e o mesmo pode ser dito sobre os gráficos de velocidade *versus* fluxo, uma vez que os dados decrescem curvilineadamente e após alcançar um pico horizontal passam a decrescer em outra direção. Sendo assim, é notável a relação entre a teoria proposta por Greenshields e os referidos dados reais da rodovia.

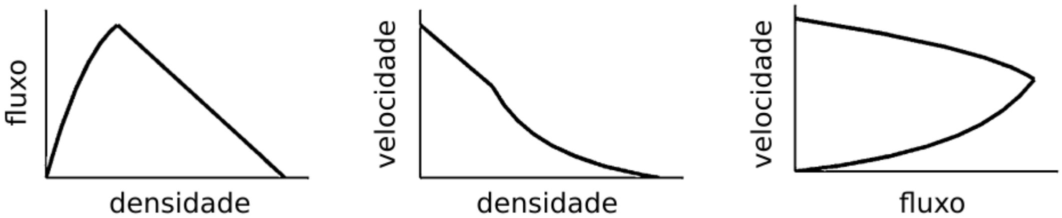

Figura 1: Relações fundamentais de fluxo de tráfego veicular. Fonte: adaptado de [6].

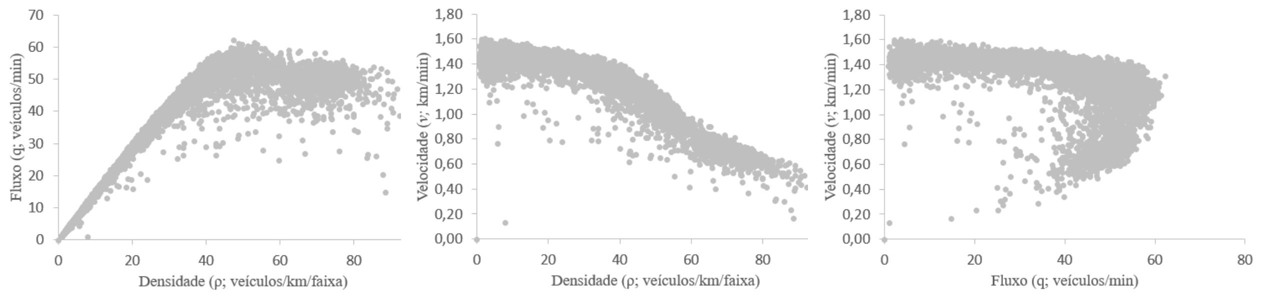

Figura 2: Gráficos desenvolvidos com dados reais de trajetória e que relacionam-se com o conceito de diagrama fundamental propostos por Greenshields.

3 Considerações Finais

Dessa maneira, fica evidente a importância dos diagramas fundamentais das variáveis de tráfego veicular para a modelagem macroscópica desses dados, buscando estimar e prever tais variáveis do estado de tráfego, assunto este bastante demandado para o desenvolvimento de produtos e serviços.

Sendo assim, após realizar a fundamentação teórica sobre a modelagem matemática, compreendendo os diagramas fundamentais entre velocidade (v), densidade (ρ) e fluxo de veículos (q), praticamente os mesmos diagramas teóricos foram observados em dados experimentais de tráfego veicular de uma rodovia real. Tal comparação qualitativa resultou na conclusão de que a ideia proposta por Greenshields possui valor prático real no quesito de construções e análises de gráficos reais de tráfego veicular, demostrando que a teoria de fluxo de tráfego pioneiramente proposta por Greenshields é relevante para modelar o fluxo veicular e, consequentemente, para realizar análises pertinentes de engenharia de tráfego.

Referências

[1] S. L. Paveri-Fontana, "On Boltzmann-like Treatments for Traffic Flow: a Critical Review of the Basic Model and an Alternative Proposal for Dilute Traffic Analysis," *Transportation Research*, vol. 9, no. 4, pp. 225–235, 1975.

[2] D. Helbing, "Traffic and Related Self-Driven Many-Particle Systems," *Review of Modern Physics*, vol. 73, pp. 1067–1141, 2001.

[3] R. M. Velasco and W. Marques, "Navier-Stokes-like Equations for Traffic Flow," *Physical Review E*, vol. 72, p. 046102, 2005.

[4] B. D. Greenshields, "A Study of Traffic Capacity," in *Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting of the Highway Research Board*, (Washington, D.C.), pp. 448–477, Highway Research Board, 1935.

[5] R. D. Kühne, "Greenshields' legacy: Highway traffic," in *75 Years of the Fundamental Diagram for Traffic Flow Theory: Greenshields Symposium*, no. E-C149, (Washington, D.C.), Highway Research Board, 2011.

[6] F. van Wageningen-Kessels, H. van Lint, K. Vuik, and S. Hoogendoorn, "Genealogy of Traffic Flow Models," *EURO Journal on Transportation and Logistics*, vol. 4, no. 4, pp. 445–473, 2015.

[7] M. Treiber and A. Kesting, *Traffic Flow Dynamics: Data, Models and Simulation*. Berlin: Springer-Verlag, 1 ed., 2013.