XXX Congresso de Iniciação Científica UNICAMP

A Inflação Cósmica

Palavras-chave: cosmologia, inflação, pressão negativa e campo escalar

Autores:
Pedro Carlstrom Rotoli [IFGW-Unicamp]
Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda (orientador) [IFGW-Unicamp]

Introdução

Atualmente, a Cosmologia possui um modelo padrão, o que quer dizer que é um modelo consolidado e bem aceito, com diversos resultados experimentais de diferentes tipos em sua concordância. Esse modelo é o chamado *Standard Big Bang Cosmology*, ou Cosmologia Padrão do Big Bang. Esse modelo tem seu sucesso, segundo [1], em três 'pilares observacionais', que seriam a expansão do Universo, a abundância de elementos leves em acordo com a nucleossíntese do Big Bang e a radiação cósmica de fundo em micro-ondas (*Cosmic Microwave Background*, CMB), todos evidências experimentais em incrível concordância com o Big Bang. Mesmo assim, esse modelo não é capaz de explicar novas descobertas e questões levantadas nos últimos anos, como a natureza da matéria e energia escuras, a origem de perturbações na homogeneidade do Universo (que dá origem a estruturas como galáxias, estrelas e planetas), o 'problema da planicidade', o 'problema do horizonte', entre outros [2, 1].

Na Cosmologia padrão, o Universo teve um início, ou seja, um instante inicial, e está em expansão desde então, com diferentes períodos, começando com um universo dominado por radiação, depois matéria, ambos com uma expansão desacelerada, e recentemente, uma expansão acelerada em um universo dominado pela chamada energia escura [1].

A métrica que descreve o espaço-tempo em expansão na Cosmologia Moderna é chamada de métrica FLRW (Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker) [3]:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right)\right] , \tag{1}$$

usando coordenadas esféricas que expandem junto com o universo (comóveis) e unidades em que $c = 1$ (usadas em todo o projeto) e na qual k é uma constante chamada de parâmetro de curvatura e seu valor indica o tipo de geometria que o Universo possui, com $k = 0$ correspondente a uma geometria plana, $k > 0$ para curvatura positiva (geometria esférica) e $k < 0$ para negativa (geometria hiperbólica). Seguindo, a é o fator de escala, normalmente parametrizado como igual a 1 hoje ($t = t_0$), e relaciona distâncias físicas com distâncias em um sistema de coordenadas que expande junto com o universo. Essa métrica acaba por compilar o estudo da expansão do universo no estudo do fator de escala $a(t)$.

Uma equação que descreve a evolução do fator de escala é a primeira equação de Friedmann, que pode ser escrita da forma [2, 3]

$$\Omega - 1 = \frac{k}{(aH)^2} , \tag{2}$$

onde Ω é a razão da densidade de energia presente no universo com a densidade crítica que representa aquela em que o universo seria perfeitamente plano [1], o chamado parâmetro de densidade. Por fim, H é o parâmetro de Hubble, definido como

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a} \, , \tag{3}$$

e caracteriza a expansão do universo, relacionando velocidades de expansão entre dois pontos com a distância entre eles. No tempo atual, $H(t_0)$, é chamado de constante de Hubble.

Objetivo

O presente projeto teve como foco o entendimento, não apenas dos problemas enfrentados pela Cosmologia atual e de como uma expansão acelerada no início do universo poderia resolver grande parte deles, mas também quais mecanismos são necessários para que isso tenha ocorrido e conseguir descrever um modelo capaz de gerar tal expansão, mesmo que simplificado. Para isso, algumas etapas tiveram de ser realizadas, sendo elas

- Obtenção de uma base suficiente em Relatividade Geral e Física de Campos escalares;
- Estudo geral da Cosmologia Moderna e os desafios enfrentados por ela;
- Estudo geral de um comportamento inflacionário no começo do Universo, *i.e.* uma expansão acelerada;
- Compreensão de um modelo simplificado que pode gerar essa expansão;
- Relacionar observações reais com parâmetros de modelos de Inflação.

Método

A Iniciação Científica foi desenvolvida com base nos métodos de física teórica, fundamentado no estudo de livros, artigos científicos e outros trabalhos que sejam significantes na área, reforçado por exercícios presentes nos próprios livros e acompanhado por reuniões periódicas com o orientador para discussão dos tópicos e adequação do cronograma sendo seguido.

Resultados

'*Flatness problem*' ou o 'problema da planicidade'

O termo aH ($aH = \dot{a}$) que aparece ao quadrado na equação (2) é decrescente com o tempo. Com isso, $(aH)^{-1}$, chamado de *raio comóvel de Hubble*, que também aparece ao quadrado, é crescente, segundo a Cosmologia do Big Bang, até um tempo recente [2, 4, 1]. Portanto, caso, na equação (2), Ω não seja exatamente 1, ou seja, tivermos um universo perfeitamente plano ($k = 0$), Ω irá se distanciar de 1 com o tempo, em outras palavras, o universo tornaria-se mais curvo [2, 3], e rápido, seguindo a Cosmologia padrão.

Porém, com as observações atuais mostrando $\Omega(t_0) \approx 1$, seria necessária uma proximidade de 1 absurdamente grande, de ordens desde 10^{-16} durante a nucleossíntese a 10^{-61} na era de Planck [3]. A Cosmologia do Big Bang não consegue explicar essa proximidade com uma geometria plana sem que seja apenas uma 'sorte' de termos Ω muito próximo de 1 no início. Isso caracteriza o 'problema da planicidade', ou *flatness problem*.

O problema do horizonte

Para compreender o problema do horizonte é necessário entender o conceito da distância em que duas regiões do universo precisam estar em um instante t, desde o início do universo (dado como $t = 0$), para estarem em contato causal. Esse contato é delimitado por uma trajetória de um raio de luz entre essas regiões. E, para calcular essa distância, chamada aqui de τ, a partir da métrica FLRW (1), sabendo que para a luz, $ds^2 = 0$,

$$-dt^2 + a^2 d\tau^2 = 0 \Rightarrow d\tau = \frac{dt}{a} \Longrightarrow \tau = \int_0^t \frac{dt'}{a(t')} \, . \tag{4}$$

Nota-se que τ é uma distância comóvel, ou seja, trata-se de uma distância que acompanha a expansão do universo. Portanto, para obtermos a distância real, ou distância física, máxima entre regiões que podem possuir contato causal em um instante t, é necessário multiplicar τ pelo fator de escala $a(t)$ no instante t. Essa distância é conhecida como horizonte de partículas, ou *particle horizon*, enquanto τ é o horizonte comóvel. Podemos calcular τ também como [3]:

$$\int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = \int_0^a \frac{da}{Ha^2} = \int_0^a \left(\frac{1}{aH}\right) d(\ln a) \Rightarrow \tau = \int_0^a \left(\frac{1}{aH}\right) d(\ln a) \ . \tag{5}$$

O problema aparece quando se calcula τ no instante em que ocorreu o *last scattering*, o instante em que a CMB foi emitida, ou antes dele. A homogeneidade apresentada pela CMB, com todos os fótons recebidos em todas as direções possuindo a mesma temperatura, apenas com pequenas flutuações, indica que todas as diferentes regiões que emitiram a CMB que nos atinge hoje deveriam ter estado em contato para atingir equilíbrio termodinâmico. Porém, na Cosmologia atual, o valor de τ antes dos fótons da CMB serem liberados era muito menor que o atual [2, 3], pois τ aumenta no tempo conforme o universo expande [5], uma vez que, no modelo atual, $\ddot{a} < 0$ até recentemente, implicando $1/aH = 1/\dot{a}$ crescente em (5). Assim, fótons observados hoje que estão a uma distância maior que aquela do horizonte, não deveriam ter sido capazes de ter contato para atingir esse equilíbrio na época do *last scattering* [2], ou melhor, fótons que estão entrando atualmente dentro do horizonte comóvel (τ), estiveram longe de estarem em contato causal na época da CMB [3].

Com isso, o universo estaria dividido em regiões fora de contato causal antes do *last scattering*, de fato, segundo [5], o universo naquela época deveria conter $\sim 10^5$ regiões desconectadas em causalidade. Portanto, o modelo atual não consegue justificar a homogeneidade do universo primitivo observada pela CMB [2].

A Inflação Cósmica

A Inflação Cósmica, portanto, propõe uma solução desses desafios, sendo como um complemento à Cosmologia atual, logo, não retira nenhuma de suas grandes conquistas [2]. A Inflação é um período do Universo primitivo em que houve uma expansão exponencialmente acelerada durando apenas uma fração de segundo [2, 3]. Nesse período,

$$\ddot{a} > 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{aH}\right) < 0 \ , \tag{6}$$

ou seja, o *raio comóvel de Hubble* diminui durante a inflação.

Comparando a equação (6) com a (2), vemos que durante a inflação, Ω se aproxima de 1, ao contrário das conclusões que apresentamos anteriormente sobre a evolução do Universo até um tempo recente. Com isso, é possível calcular o quanto a inflação deve ter durado de modo a aproximar Ω suficientemente de 1 para que ainda tenhamos um parâmetro de densidade tão próximo da unidade ainda hoje [2]. Essa é a proposição que soluciona o *flatness problem*.

Seguindo, sendo a inflação uma expansão exponencialmente acelerada, que mantém H constante (equação 3), de (5), a variação de τ durante a expansão será

$$\Delta\tau = \frac{1}{H}\int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{a^2} = \frac{1}{H}\left(\frac{1}{a_i} - \frac{1}{a_f}\right) \approx \frac{1}{a_i H} \ ,$$

onde a_i e a_f são, respectivamente, os valores de fator de escala no início e fim da inflação e a aproximação feita foi baseada na relação $a_f \gg a_i$ pois a expansão aumenta o fator de escala em várias ordens de grandeza. Além disso, como $(aH)^{-1}$ diminui durante a inflação, o crescimento de τ ocorre principalmente nos instantes iniciais, permitindo que regiões previamente em contato causal, com distâncias comóveis menores que τ entre si, expandam para fora do horizonte durante a inflação e estejam fora de contato causal na época da CMB [2, 3]. Um desenvolvimento como este resolve o problema do horizonte.

Por fim, a Inflação também pode resolver a falta de justificativa para as inomogeneidades da CMB, ou anisotropias, pois com uma expansão nas proporções propostas, flutuações quânticas podem ser convertidas em flutuações macroscópicas, o que seria o 'berço' para a formação de estruturas maiores nos dias de hoje [3].

Na Cosmologia Padrão, é comum o tratamento do universo como contendo um fluido perfeito, com pressão $\mathcal{P}(t)$ e densidade de energia $\rho(t)$ relacionadas pela equação de estado

$$\mathcal{P} = \omega\rho \ . \tag{7}$$

A partir da segunda equação de Friedmann [4], nota-se que, para termos um raio comóvel de Hubble decrescente e resolver os problemas anteriormente descritos, é necessário que $\omega < -1/3$, ou seja, uma pressão negativa. A próxima etapa é portanto, entender como isso pode ser gerado com um campo escalar em uma aproximação simplificada.

A ação de um campo escalar real, ϕ, minimamente ligado à gravidade, ou seja, sem termos cruzados, é [3]

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2}\mathcal{R} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi)\right) \ , \tag{8}$$

onde $g^{\mu\nu}$ é a métrica e g o seu determinante, $\mathcal{R}$ é o escalar de Ricci e $V(\phi)$ é a energia potencial do campo escalar. O primeiro termo de (8) representa a ação de Einstein-Hilbert, que recupera as equações de Einstein da Relatividade Geral [6], já os outros termos são da ação de um campo escalar que originalmente recupera a equação de Klein-Gordon se o potencial for quadrático [7], com o fator da raiz do determinante da métrica como correção do elemento de volume no espaço-tempo. A partir dessa ação, pode-se obter o tensor de energia-momento [3] como

$$T^{(\phi)}_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - g_{\mu\nu}\left(\frac{1}{2}\partial^\sigma\phi\partial_\sigma\phi + V(\phi)\right) \ . \tag{9}$$

Desse modo, sabendo que o tensor de energia-momento de um fluido perfeito é dado por [1, 3] diag $(\rho, -\mathcal{P}, -\mathcal{P}, -\mathcal{P})$, pode-se obter, considerando um campo homogêneo ($\nabla\phi = 0$), calculando $T_{\mu\nu}$ e comparando com o tensor do fluido perfeito [3],

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \ ,$$
$$\mathcal{P}_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \ ,$$

e o fator ω da equação de estado fica

$$\omega = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)} \ . \tag{10}$$

Assim, se houver um campo escalar de forma que sua energia cinética, $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$, seja muito menor que sua energia potencial, $V(\phi)$, $\omega \to -1 < -1/3$ e obtém-se uma pressão negativa.

Também a partir da densidade de energia e pressão do campo escalar e usando as equações de Friedmann, obtém-se as equações de movimento [2, 3]

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0 \qquad \text{e} \qquad H^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)\right) \ . \tag{11}$$

No momento do desenvolvimento deste resumo, parte do projeto ainda está sendo realizada, para ser apresentada em sua forma final tanto no congresso como presente no relatório final da iniciação científica. Essa parte final tem duas etapas, sendo a primeira a compreensão de uma aproximação chamada de *slow-roll approximation*, que sugere um campo escalar com potencial quase plano durante o período de inflação [2] e que permite obter $\phi(t)$, $a(t)$ e até uma maneira de calcular o número de *e-folds* necessários para resolver os problemas da planeza e do horizonte, onde *e-folds* é uma quantidade que mensura a expansão do universo em termos de quanto, em potências de e, o universo expande, como

$$N(t) \equiv \ln\left(\frac{a(t)}{a(t_i)}\right) \ ,$$

onde t_i representa algum tempo inicial. A segunda etapa será mais prática, fazendo uma tentativa de obter limites para parâmetros em modelos de inflação a partir de observações reais, obtidas por exemplo com o satélite Planck, limites esses obtidos em [2].

Conclusões

Foi possível abordar diversos assuntos e aumentar bastante o repertório teórico do aluno, o que sem dúvidas enriqueceu sua graduação. O aluno teve contato com a busca de referências adequadas, pesquisa teórica e aprendizado por meio de discussões e estudos, de forma diferente das aulas da graduação.

Por fim, foi possível abordar o assunto desejado de início, a Inflação Cósmica, de maneira introdutória porém bem desenvolvida, aprendendo como ela entra na Cosmologia moderna, o que ela resolve, quais os desafios para implementá-la e obter o modelo mais adequado possível.

Referências

[1] S. Dodelson and F. Schmidt, *Modern cosmology*. Academic Press, segunda ed., 2020.

[2] J. A. Vázquez, L. E. Padilla, and T. Matos, "*Inflationary Cosmology: from theory to observations*," 2020.

[3] D. Baumann, *TASI Lectures on Inflation*. 2012.

[4] A. Liddle, *An Introduction to Modern Cosmology*. Wiley, segunda ed., 2003.

[5] C. D. McCoy, "*Does Inflation Solve the Hot Big Bang model's fine tuning problems?*," *Studies in History and Philosofy of Science Part B: studies in History and Philosofy of Modern Physics*, vol. 51, pp. 23–36, 2015.

[6] S. Carroll, *Spacetime and Geometry - An Introduction to General Relativity*. Pearson International, pearson new international edition ed., 2014.

[7] D. J. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*. WILEY-VCH, segunda ed., 2008.

[8] "*IV Joint ICTP-Trieste/ICTP-SAIFR School on Cosmology: Challenges for the Standard Cosmological Model*. **Aulas ministradas por Valerie Domcke sobre Inflação Cósmica**." 2021.