XXX Congresso de Iniciação Científica UNICAMP

Desenvolvimento do modelo dinâmico e do controle de tração para um veículo com tração nas quatro rodas

Palavras-Chave: Dinâmica Veicular, Controle de torque, Veículo elétrico.

Autores:
Laura Bianchi Souza dos Passos (Unicamp),
Fabricio L. Silva (Unicamp), Matheus H. R. Miranda (Unicamp)
Prof.ª Dr.ª Ludmila Corrêa de Alkmin e Silva

1 Introdução

Nos últimos anos, o interesse por veículos elétricos cresceu consideravelmente como uma alternativa para os movidos a combustão interna, uma vez que aqueles trazem uma série de benefícios devido a operação de seu motor, possibilitando a regeneração da energia para recarregar as suas baterias (Silva, 2021). A arquitetura de tração integral do veículo elétrico que apresenta o uso de 4 motores elétricos, um em cada roda, apresenta um ótimo comprometimento entre performance e economia da bateria (Eckert, 2016), além da melhoria da dirigibilidade do veículo.

Devido a esses fatores, a equipe de Fórmula SAE Elétrico, Unicamp E-Racing, decidiu implementar o projeto de tração integral no seu protótipo de 2021, chamado E2021. Como início de um desenvolvimento de controle, que futuramente será aperfeiçoado para melhorar a controlabilidade e estabilidade do veículo de alta performance e será implementado um controle Proporcional Integral Derivativo (*PID Control*). O controle PID consiste em um controlador de realimentação de loop que possibilita controlar o processo, de forma a remover oscilações e otimizá-lo (JOHNSON, 2005).

Porém, para realizar esse controle, um modelo dinâmico do veículo deve ser desenvolvido para que o controlador possa ser implementado, e possibilite os testes computacionais iniciais do PID.

2 Metodologia

2.1 Dinâmica Veicular

O comportamento dos veículos vem sendo estudado com o intuito de aprimorar a teoria física por trás dos fenômenos e garantir que a modelagem matemática se aproxime cada vez mais da realidade, para garantir projetos mais consistentes e precisos.

O foco deste trabalho é a dinâmica planar do veículo, determinada pelo comportamento do veículo em curvas, e no movimento de aceleração ou frenagem. Logo, serão ignoradas as irregularidades do solo. Porém, mesmo com essa desconsideração, a transferência de massa que ocorre entre o eixo dianteiro e traseiro, e entre o lado esquerdo e direito deve ser analisada, pois essa transferência altera as forças normais em cada uma das rodas, influenciando diretamente as forças das demais direções. Portanto, segundo Jazar (2017), a força normal (F_z) pode ser descrita em função das forças normal estática, longitudinal e lateral aplicada sobre determinada roda, conforme apresentado nas Equações (1) e (2).

$$F_{z1,z2} = \frac{Mgc}{2L} - \frac{Ma_x h_{C_G}}{2L} \pm \frac{Ma_y h_{C_G} c}{2Lt_f} \quad (1)$$

$$F_{z3,z4} = \frac{Mgb}{2L} + \frac{Ma_x h_{C_G}}{2L} \pm \frac{Ma_y h_{C_G} b}{2Lt_t} \quad (2)$$

Em que M (kg) é a massa do veículo; g (m/s^2) é a aceleração da gravidade; c (m) e b (m) são, respectivamente, a distância do centro de gravidade ao eixo traseiro e dianteiro; L (m) é a distância entre eixos (m); h_{CG} (m) a altura do centro de gravidade em relação ao solo. As acelerações na direção longitudinal e lateral são a_x e a_y (m/s^2); t_f (m) e t_t (m) indicam as bitolas do eixo dianteiro e traseiro.

2.1.1 Sistema de coordenadas e forças no pneu

Para a determinação das forças no contato do pneu com o solo é utilizado um sistema de coordenadas, como mostrado na Figura 1. O eixo x é definido pela intersecção entre os planos da pista e o plano médio da roda. Por sua vez, o eixo z é perpendicular ao solo com sentido para cima, e a linha de intersecção entre o plano do eixo de rotação e o plano da pista definem a direção y (Jazar, 2017).

O ângulo de cambagem γ (*Camber angle*) é o ângulo entre o pneu-solo e o eixo x, já o ângulo de deslizamento α (*Sideslip angle*), é o ângulo entre o vetor

velocidade v e o eixo x do pneu medido sobre o eixo z, sendo utilizados para a percepção da orientação do pneu. Um sistema de força tridimensional incluindo forças e momentos é gerado pela interação do pneu com o solo

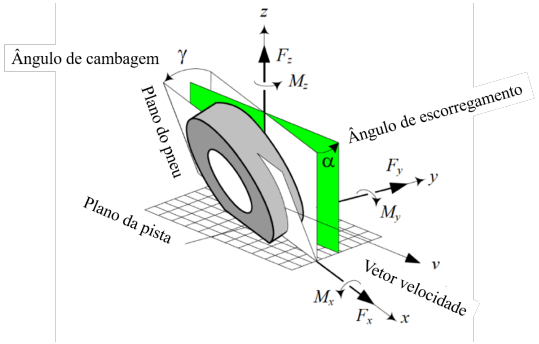


Figura 1: Sistemas de coordenadas do pneu. Fonte: Adaptado de Jazar, 2017.

As forças no pneu a partir do contato com o solo são a Força normal(Fz), a Força longitudinal(Fx) e a Força lateral(Fy). Já os momentos são o Momento de rolagem (Mx), de arfagem (My) e de guinada (Mz).

2.1.2 Força e escorregamento longitudinais

A força longitudinal Fx é a força exercida pelo pneu que atua ao longo do eixo x, sendo exercida devido ao deslizamento longitudinal.

Esse escorregamento longitudinal s (*slip ratio*) é definido como a diferença entre a velocidade real do pneu (Vx) e a velocidade equivalente do pneu ($R_w\omega_w$). Essa velocidade equivalente é função do raio efetivo do pneu (R_w), pois considerando a situação em que o pneu não está sendo pressionado contra o solo, ou seja, não apresenta nenhuma deformação, o seu raio é representado por pelo raio geométrico (R_g), porém quando há contato do pneu com o solo, consequentemente ocorre uma deformação fazendo com que se obtenha o raio efetivo. Portanto, a velocidade é dada pelo raio efetivo e a velocidade angular do pneu (ω_w).

O escorregamento longitudinal é positivo, em situações de aceleração do veículo, quando $Vx < R_w\omega_w$; e escorregamento negativo, em situações de frenagem, quando $Vx > R_w\omega_w$. Seu cálculo pode ser realizado conforme apresentado na Equação 3.

$$s = -\frac{Vx - R_w\omega_w}{Vx} \tag{3}$$

Com a aplicação de torque no eixo de rotação do pneu, é gerado um escorregamento e uma força longitudinal é gerada na impressão do pneu.

2.1.3 Força e escorregamento laterais

A força lateral Fy é a força tangente ao solo e ortogonal à força normal e longitudinal. Quando o pneu está rotacionando sob uma força vertical, a força lateral faz com que um ângulo seja formado em relação a trajetória do movimento e o plano médio do pneu.

O ângulo de escorregamento α(*slip angle*) pode ser definido como o ângulo gerado entre o plano do pneu e a direção de deslocamento que ele assume após sofrer a aplicação de uma força lateral (Genta, 1997). Sendo assim, o ângulo de escorregamento (α) pode ser definido como indicado na Equação 4, em função da velocidade lateral (V_y) e longitudinal (V_x) do pneu.

$$\alpha = tg^{-1}\left(-\frac{V_y}{V_x}\right) \tag{4}$$

2.1.4 Escorregamento combinado

A interação do pneu com o solo apresenta condições de escorregamento combinado, ou seja, atuam tanto forças laterais quanto forças longitudinais. Dessa forma, a força atuante em uma direção irá limitar a força que poderá ser desenvolvida na outra direção (Singh e Taheri, 2015).

Para determinar o valor dessas forças, Genta (1997) propõe a utilização de uma aproximação elíptica. A equação para se obter a aproximação por elipse é função das forças aplicadas em cada uma das direções (F_x e F_y), a força longitudinal máxima (F_{xmax}) que pode ser desenvolvida considerando um ângulo de escorregamento igual a zero, e a força lateral máxima (F_{ymax}) para o escorregamento longitudinal igual a zero, e é apresentada na Equação 5.

$$\left(\frac{F_x}{F_{xmax}}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{F_{ymax}}\right)^2 = 1 \tag{5}$$

2.1.5 Limitações de aceleração máxima

A parcela de torque a ser aplicada pelos motores deve ser comparada com o torque disponível, com base em suas rotações. Portanto, em velocidades elevadas o desempenho do veículo fica limitado a potência do motor (Gillespie, 1992). Porém, em baixas velocidades e altas acelerações, Gillespie (1992) discute que o fator limitante é a máxima tração dos pneus. Essa força máxima que pode ser exercida no contato do pneu com o solo, é função da força normal atuante em cada roda e do coeficiente de atrito do contato do pneu-solo. A Equação 6 apresentada por Jazar (2017) mostra essa relação.

$$F_{xMAX} = \mu F_z \tag{6}$$

onde F_{xMAX} é força máxima transmissível no pneu (N), μ é o coeficiente de atrito entre o pneu e o solo e F_z é a força normal no pneu (N).

2.1.6 Fórmula Mágica de Pacejka

Os modelos dinâmicos dos pneus têm por objetivo descrever seu comportamento por intermédio das

forças e dos momentos atuantes na interface de contato do pneu com o solo. Existem diversas metodologias que podem ser utilizadas para descrever esse comportamento do pneu, porém um dos modelos de maior notoriedade na literatura é a Fórmula Mágica (Pacejka, 2012), desenvolvido por um grupo de pesquisadores liderado por Hans Bastiaan Pacejka. Essa fórmula mágica é capaz de expressar a força lateral, a força longitudinal e o momento auto alinhante em função do escorregamento longitudinal e do ângulo de escorregamento.

A Equação 7 é responsável pela forma típica da curva dessa metodologia. A diferença da fórmula para cada uma das forças de interesse vai ser função da variável de entrada, logo, a fórmula mágica é capaz de descrever a força longitudinal (F_x) em função do escorregamento longitudinal (κ), a força lateral (F_y) e o momento auto alinhante (M_z) em função do ângulo de escorregamento lateral (α) (Bakker e Pacejka, 1989).

$$y(x) = Dsen\left(Ctg^{-1}\left\{B - E\left[B - tg^{-1}\left(B\right)\right]\right\}\right) + S_v \tag{7}$$

2.2 PID

O Controle PID funciona a partir de ações integrais e derivativas. O nome vem das iniciais dos três termos que o compõem: proporcional, integral e derivativo. Sua teoria básica para analisar o desempenho do controle PID é consideravelmente auxiliado pela simples representação de um integrador por transformada de Laplace, $\frac{1}{s}$ e um diferencial usando s.

1. Controle proporcional: A função proporcional é denominado pelo termo P do controle PID. Essa função produz um valor na saída proporcional ao sinal de erro do processo. A resposta proporcional é ajustada a partir do ganho k_p.

2. Controle integral: A função integral é denominado pelo termo I do controle PID. Essa função acelera o movimento do processo até o ponto desejado e supera a deficiência do controle proporcional, a partir da multiplicação da somatória de todos erros instantâneos pela constante k_i.

3. Controle derivativo: A função derivativa é denominado pelo termo D do controle PID. Essa função retarda a taxa de variação de saída do controlador.

2.2.1 Métodos de Ziegler-Nichols

Os métodos de Ziegler-Nichols consistem em analisar o comportamento do processo e realizar o ajuste do PID por meio de fórmulas pré-estabelecidas. Nesta abordagem, os parâmetros do controlador são calculados a partir do ganho crítico do sistema, e seu respectivo período de oscilação crítica (KAGUEYAMA, 2011).

3 Modelo de Simulação

Para a realização das simulações foi utilizado um modelo em Matlab/Simulink™ desenvolvido inicialmente pela equipe Unicamp E-racing e aperfeiçoado nesse projeto. Esse modelo se baseia nas teorias apresentadas neste documento, abrangendo o modelo dinâmico de pneu da Fórmula Mágica do Pacejka. Porém, esse modelo apresentava abordagens conceituais errôneas, além de não considerar as limitações inerentes do pneu e motores. Portanto, o modelo foi completamente refeito, e adicionada a condição de escorregamento combinado considerando o método da elipse, as limitações de potência pela curva do motor, e pela máxima força transmissível ao solo, possibilitando assim garantir que o modelo represente de maneira mais precisa a realidade.

3.1 Modelo matemático

O modelo inicialmente estava em uma configuração de subsistemas e utilizando o método combinado do Pacejka. O diagrama de blocos do pneu alcançado pela equipe Unicamp E-Racing foi atualizado e desenvolvido com base na literatura, contemplando a abordagem do escorregamento combinado por intermédio do método da elipse.

A Figura 2 apresenta o modelo completo desenvolvido do veículo. São notórias as mudanças nos seguintes pontos:

* Cálculo do ângulo de esterçamento das rodas: na versão inicial, o ângulo de esterçamento era dado do ângulo do volante dividido por uma constante de 3,5, sem considerar nenhuma relação entre as rodas esquerda e direita. Atualmente, utilizamos os blocos *Prelookup* e *Interpolation Using Prelookup* que utiliza uma tabela com a relação entre ângulo do volante e das rodas. Dessa forma, é feita uma conversão precisa do ângulo do volante para as rodas esquerda e direita, utilizando a relação de Ackermann que permite determinar os valores ideias para o ângulo de esterçamento tanto da roda interna quanto na roda externa à curva. Pois, em condições que há a ocorrência de escorregamento nas rodas, se essa relação não for considerada, o desgaste dos pneus aumenta substancialmente.

* Adição do Bloco *Saturation*: esse bloco representa a função descrita na seção anterior com a relação de força de tração máxima transmissível pelo pneu.

* Substituição do método do escorregamento combinado para o método da elipse: Devido ao método do Pacejka de escorregamento combinado utilizar em seu cálculo parâmetros que são obtidos experimentalmente, optou-se pela utilização do método da elipse, por não necessitar da obtenção desses parâmetros.

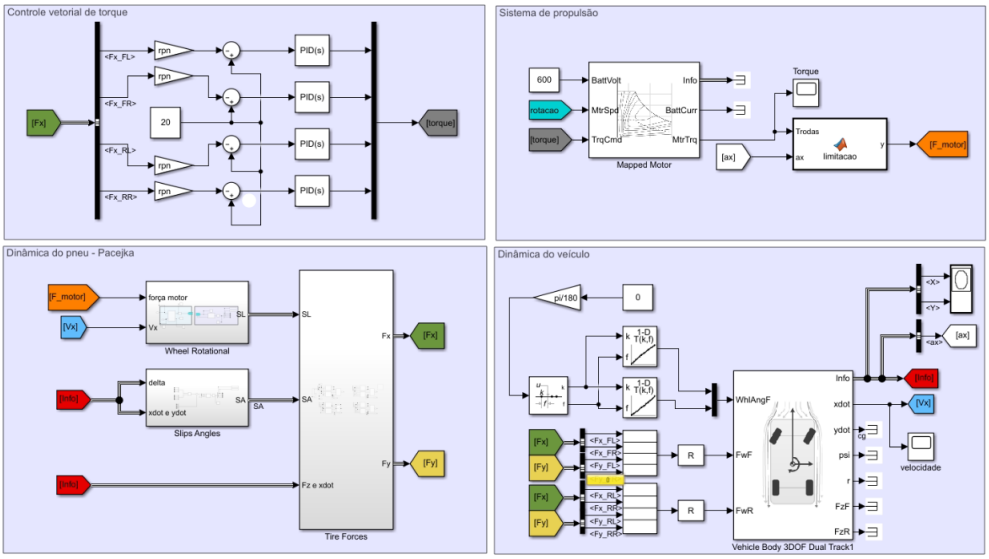


Figura 2: Diagrama de blocos completo com implementação do PID.

Com o modelo revisado e corrigido, partir-se para a avaliação dinâmica do novo veículo da equipe, com os parâmetros construtivos atualizados.

3.2 Bloco PID controller

Para a implementação do controle PID foi utilizado o bloco *PID Controller* do Simulink. Para a utilização do bloco em questão é necessário informar os valores de P, I e D que irão ser usados. A partir dos métodos de Ziegler-Nichols obtemos esses valores que foram utilizados no controlador para a realização dos cálculos e fornecimento dos resultados.

4 Resultados e Discussão

Neste tópico, são apresentados e discutidos os resultados obtidos com a simulação do veículo para situações reais que são realizadas nas competições, e simulações de manobras padrões que representam situações cotidianas.

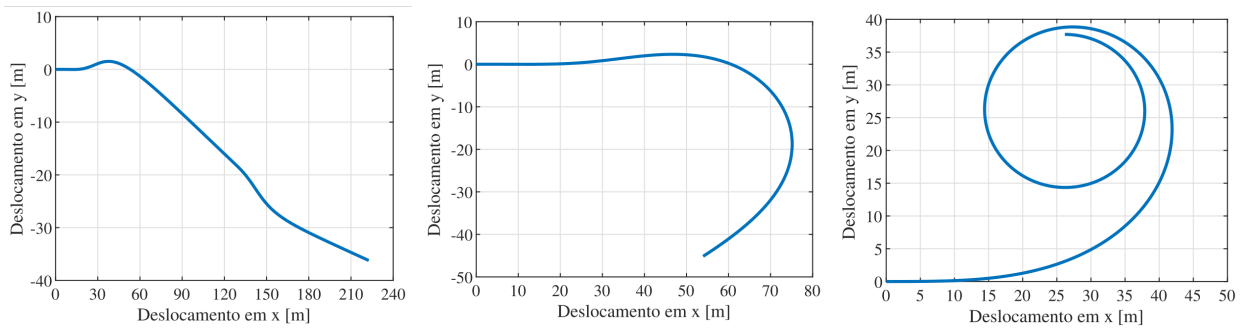
4.1 Simulações com base em manobras padrões

Com o objetivo de comparar o modelo com literaturas já existentes, foram simuladas algumas manobras padrões para avaliar o comportamento do veículo. As manobras utilizadas são a *Fishhook* e *Dwell*, ambas são amplamente utilizadas para validação de modelos, pois simulam situações reais de direção que o veículo é submetido, como, por exemplo, ações de ultrapassagem e desvio brusco de alguma irregularidade na pista. Também serão feitos testes com raio constante, para observar o comportamento do veículo.

A primeira manobra simulada é a *Dwell* que é comumente usada em análises virtuais, simulando uma mudança da trajetória do veículo. O comportamento do veículo nessa manobra é apresentado na Figura 3a.

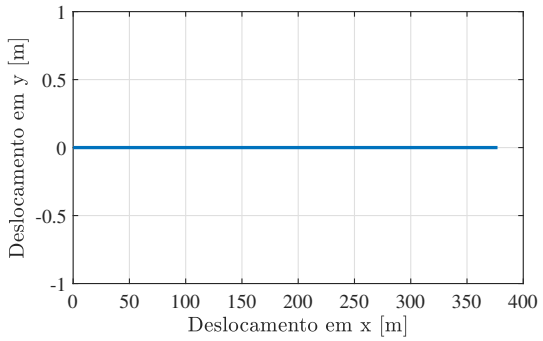
A segunda manobra é a *Fishhook* que consiste em submeter o veículo a uma alta velocidade e uma rápida manobra representando a evasão de uma possível colisão, permitindo avaliar sua tendência de capotamento. O veículo quando submetido a essa manobra apresenta o comportamento como mostrado na Figura 3b.

É também simulada uma condição em que o veículo percorre uma trajetória circular de raio constante. E o resultado obtido é ilustrado na Figura 3c. Devido esse modelo ainda não apresentar um con-

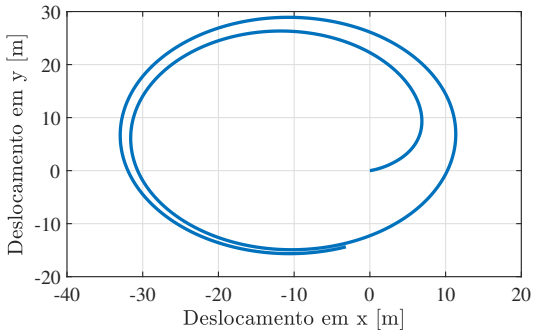


(a) Manobra Dwell. (b) Manobra Fishhook. (c) Manobra de raio constante.

Figura 3: Manobras padrões simuladas.



(a) Trajetória sem esterçamento.



(b) Trajetória de raio constante.

Figura 4: Respostas das simulações do modelo com PID.

trole responsável por distribuir o torque, o escorregamento lateral do veículo faz com que seja realizado esse desvio inicial. É esperado que com o controlador de torque a direção da velocidade do veículo seja controlada e o veículo faça essa manobra sem problemas.

É possível observar que essas simulações demonstram um bom comportamento em diferentes condições de direção, realizando todas as manobras severas. Esses comportamentos quando comparados com os resultados presentes na literatura apresentam condições satisfatórios, visto que nessa etapa nenhum controle foi implementado no modelo. Portanto, pode-se concluir que as mudanças feitas no modelo contribuíram para a melhora de sua acurácia e aproximação com os resultados reais.

4.2 Simulações após a implementação do controlador PID

Após a implementação do controlador PID, foram realizados testes a fim de observar o comportamento do veículo. Para a primeira trajetória simulada, foi aplicado um valor de torque de referência de 20Nm e 0 graus de esterçamento do volante. O comportamento do veículo é apresentado Figura 4a

É novamente simulada a condição em que o veículo percorre uma trajetória circular de raio constante, porém, agora, com a implementação de um controlador. O resultado consta na Figura 4b.

É possível notar que as simulações novamente apresentam comportamentos esperados. Sendo a primeira uma reta perfeita, tendo em vista que o ângulo de guinada é zero, ou seja, o veículo não rotaciona. E a segunda, um cículo que tende a ter raio constante.

5 Conclusão

Neste trabalho foi desenvolvido o modelo do veiculo elétrico com tração nas quatros rodas usando o Matlab para a implementação do controle de tração. Esse modelo leva em consideração parâmetros importantes que influencia no comportamento do veiculo como os modelos do pneu e as transferências de cargas.

Para primeira escolha do controle de tração, o PID apresentou bons resultados para uma trajetória circular. Em trabalhos futuros outros controles mais robustos podem ser utilizados.

Referências

[1] SILVA, Ludmila. C. A; Eckert, J. J.; Lourenço, M. A. M.; Silva, F. L.; Corrêa, F. C.; Dedini, F. G. Battery-ultracapacitor hybrid energy storage system optimization for a real-world urban driving scenario. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2021.

[2] ECKERT, J. J.; Silva, L. C.A.; Costa, E. S.; Santiciolli, F. M.; Dedini, F. G.; Corrêa, F. C. Electric vehicle drivetrain optimisation. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference. 2016.

[3] JOHNSON, MICHAEL A., MOHAMMAD H. MORADI, J. CROWE, K. K. TAN, T. H. LEE, R. FERDOUS, M. R. KATEBI, PID CONTROL: New Identification and Design Methods et al. 2005. PID control, Springer Verlag London Limited, 2005, 544 p.

[4] JAZAR, Reza N. Vehicle dynamics: theory and application. Springer, 2017.

[5] GILLESPIE, T.D. Fundamentals of vehicle dynamics. Relatório técnico, SAE Technical Paper, 1992.

[6] SINGH, K.B. e TAHERI, S. Estimation of tire–road friction coefficient and its application in chassis control systems. Systems Science & Control Engineering, v. 3, n. 1, 39–61, 2015.

[7] GENTA, G. Motor Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation. Vol. 43. World Scientific. 1997.

[8] PACEJKA, H. Tire and Vehicle Dynamics. Elsevier, 2012.

[9] BAKKER, E.; PACEJKA, H.B. e LIDNER, L. A new tire model with an application in vehicle dynamics studies. SAE transactions, pp. 101–113, 1989.

[10] KAGUEYAMA, Cintia Ayumi. Sintonia do controlador PID: Método de Ziegler Nichols Modificado. 2011. 58 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Eletrica) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.