



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS INTEGRADOS**

PIBIC/CNPQ - XXI Congresso de Iniciação Científica da Unicamp.

**PROCEDIMENTOS ESTÁVEIS E EFICIENTES PARA A INTEGRAÇÃO
TEMPORAL DE PROBLEMAS DINÂMICOS. APLICAÇÃO A MODELOS DE
CAMPOS DE FASE.**

Bolsista: Rodrigo Santos Nogueira Júnior

Orietador: Prof. Dr. Marco Lúcio Bittencourt

Co-orientador: Prof. Dr. José Luiz Boldrini

Campinas/SP
Junho 2023

Resumo e Objetivos Propostos

Este projeto de iniciação científica objetivou realizar análises teóricas e numéricas de estabilidade, convergência e dissipação para procedimentos implícitos e explícitos de integração temporal. Foram considerados problemas dinâmicos uni, bi e tridimensionais relacionados à equação de movimento de um sistema mecânico e de fratura usando modelos de campos de fase para o caso de equações diferenciais não lineares. Estes modelos são discretizados pelo Método de Elementos Finitos de Alta Ordem (MEF-AO) e as equações obtidas devem ser integradas no tempo usando procedimentos estáveis e eficientes.

Testes iniciais de novas versões de integradores temporais implícitos e explícitos em problemas lineares unidimensionais mostraram um ganho de performance de até 10 vezes quando comparados aos procedimentos convencionais. No entanto, foram identificados problemas de estabilidade, os quais implicaram a necessidade de um maior número de passos temporais para sua integração. O trabalho investigou sob quais condições estas novas versões dos métodos de Newmark e de diferença centrada atingem estabilidade. Após identificadas as regiões de estabilidade, os métodos foram aplicados a problemas bidimensionais envolvendo a equação de movimento linear e um sistema de equações não-lineares para evolução de dano e fratura.

O projeto foi desenvolvido utilizando o software Matlab e o programa $(hp)^2$ FEM implementado em C++ para a solução de problemas mecânicos usando o MEF-AO. O tratamento e visualização de dados ocorrerá em Python.

Resultados

Desenvolveu-se, na pesquisa, um método numérico pertencente à família dos métodos de Newmark, o qual apresentou como diferencial a adoção de sub-iterações entre passos temporais, de modo a obter-se convergência de maneira mais eficiente e precisa.

Para tal método, produziu-se toda a análise de estabilidade, em vias de definir quais os parâmetros γ e β ideais para obter, não somente a convergência, mas também para que ela ocorresse da maneira mais rápida em termos de gasto computacional e tempo de processamento. Os parâmetros encontrados foram $\gamma = 0,516$ e $\beta = 0,145$. Tais fatores, segundo a análise de estabilidade, garantem a convergência do método até um valor de $\Omega_{crit} = 1.96$.

O método alternativo, bem como seus parâmetros ótimos foram, a seguir, testados quanto às características dissipativas. Dessa análise, nota-se sua adequação aos problemas de análise estrutural, devido à sua capacidade de atenuar a influência dos modos de elevadas frequências. Finalmente, aplicou-se toda a metodologia a um problema real de engenharia, utilizando-o para compor a solução de um problema de propagação de dano bidimensional.

Em todos os casos avaliados até o presente momento, o método alternativo provou-se uma opção não somente razoável, como bastante promissora.

Quanto às prospecções futuras, cabe a implementação dessa mesma abordagem numérica aos problemas regidos por equações diferenciais de primeira ordem. Ademais, faz-se pertinente estudar a extensão da versão alternativa para outros métodos de discretização temporal, inclusive os de ordem mais alta, tal como Runge-Kutta.

References

- [1] KJ Bathe and EL Wilson. Stability and accuracy analysis of direct integration methods. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1(3):283–291, 1972.
- [2] Ted Belytschko and Thomas JR Hughes. Computational methods for transient analysis. *Amsterdam, North-Holland(Computational Methods in Mechanics.*, 1, 1983.
- [3] Marco L Bittencourt. *Computational solid mechanics: Variational formulation and high order approximation*. CRC Press, 2019.
- [4] J.L. Boldrini, E.A. Barros de Moraes, LR Chiarelli, F.G. Fumes, and M.L. Bittencourt. A non-isothermal thermodynamically consistent phase field framework for structural damage and fatigue. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 312:395–427, 2016.
- [5] C.L. Carvalho Sousa Esteves, M.L. Bittencourt, A.L. Evaristo Rocha Petrini, R. Santos Nogueira Junior, and J.L. Boldrini. A novel newmark-based method applied to an anisotropic damage phase field model. Foz do Iguaçu, Brazil, November 2022. Proceedings of the XLIII Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, ABMEC.
- [6] S Dong and Z Yosibash. A parallel spectral element method for dynamic three-dimensional nonlinear elasticity problems. *Computers & structures*, 87(1-2):59–72, 2009.
- [7] A.L Evaristo Rocha Petrini, J.L Boldrini, and M.L. Bittencourt. A thermodynamically consistent phase field framework for anisotropic damage propagation. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 18, 2021.
- [8] Felipe Adolvando Correia Furlan. Métodos locais de integração explícito e implícito aplicados ao método de elementos finitos de alta ordem. *Universidade Estadual de Campinas, Campinas.(Dissertação de Mestrado)*, 2011.
- [9] Semyon Aranovich Gershgorin. Uber die abgrenzung der eigenwerte einer matrix (*Sobre a delimitação dos autovalores de uma matriz em português*). *Notas da Academia Russa de Ciências. Série Matemática*, (6):749–754, 1931.
- [10] Gerald Lee Goudreau and Robert L Taylor. Evaluation of numerical integration methods in elastodynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2(1):69–97, 1973.
- [11] Hans M Hilber, Thomas JR Hughes, and Robert L Taylor. Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 5(3):283–292, 1977.
- [12] Hans Martin Hilber. *Analysis and design of numerical integration methods in structural dynamics*. University of California, Berkeley, 1976.
- [13] John C Houbolt. A recurrence matrix solution for the dynamic response of elastic aircraft. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 17(9):540–550, 1950.

- [14] Thomas JR Hughes. *The finite element method: linear static and dynamic finite element analysis*. Courier Corporation, 2012.
- [15] Professor Dr. Sanjay Mittal *Sanjay Mittal*. Series of videos: Lectures on finite element methods for fluid dynamics, a full semester course on cfd using fem. <https://youtube.com/playlist?list=PLseC-R59hYulujxXowYDySos6dkg7QAD7>, April 2021.
- [16] Navid Mozaffari and George Z Voyiadjis. Phase field based nonlocal anisotropic damage mechanics model. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 308:11–25, 2015.
- [17] Nathan M Newmark. A method of computation for structural dynamics. *Journal of the engineering mechanics division*, 85(3):67–94, 1959.
- [18] Thanh-Tung Nguyen, Julien Réthoré, Julien Yvonnet, and Marie-Christine Baietto. Multi-phase-field modeling of anisotropic crack propagation for polycrystalline materials. *Computational Mechanics*, 60:289–314, 2017.
- [19] Robert E Nickel. On the stability of approximation operators in problems of structural dynamics. *International Journal of Solids and Structures*, 7(3):301–319, 1971.
- [20] Klaus-Jurgen Bathe-Finite Element Procedures and KJ Bathe. by prentice-hall, inc. *A Simon and Schusters company Englewood Cliffs, New Jersey*, 7632, 1996.
- [21] Jean-Michel Scherer, Stella Brach, and Jeremy Bleyer. An assessment of anisotropic phase-field models of brittle fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 395:115036, 2022.
- [22] Lampros Svolos, Hashem M Mourad, Gianmarco Manzini, and Krishna Garikipati. A fourth-order phase-field fracture model: Formulation and numerical solution using a continuous/discontinuous galerkin method. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 165:104910, 2022.
- [23] Professor Dr. Pavel Grinfeld *Math the Beautiful*. Series of videos: Part 4 linear algebra: Inner products. <https://youtube.com/playlist?list=PLIXfTHzgMRULZfrNCrrJ7xDcTjGr633mm>, April 2021.
- [24] King-Hay Yang. *Basic finite element method as applied to injury biomechanics*. Academic Press, 2017.