Introdução a Cosmologia e Medidas Cosmológicas

Palavras-Chave: Cosmologia, dados observacionais, distâncias Cosmológicas

Autores(as):

Ana Carolina Souza Miranda, IFGW – UNICAMP

Prof.ª Dra. Flávia Sobreira (orientadora), IFGW - UNICAMP

INTRODUÇÃO:

O projeto de iniciação científica aqui apresentado busca entender a estruturação e organização do universo, assim como sua história de evolução, não somente de forma qualitativa, mas também entender e manipular os conceitos físico-matemáticos presentes na área. Assim, o projeto tem como objetivo o estudo introdutório à cosmologia padrão, focado em distancias cosmológicas, assim como desenvolver uma análise utilizando dados reais provindos de um catálogo do levantamento Dark Energy Survey para o mapeamento de objetos cósmicos e caracterização de suas distancias cosmológicas a partir de um código desenvolvido em *python.*

METODOLOGIA:

A metodologia deste projeto consistiu em desenvolver a parte teórica proposta baseando-se em duas principais fontes. Enquanto o estudo de álgebra tensorial foi dado a partir do livro ‘A Primer in Tensor Analysis and Relativity’ de Ilya L. Shapiro, onde foram estudadas as seções 1 a 5 da parte I do livro, desde uma apresentação conceitual de tensores, junto com suas possíveis operações e simetrias até derivadas covariantes. Já para a parte de relatividade geral e cosmologia padrão, o apêndice A do livro ‘Cosmology (2021)’, de Daniel Baumann, foi usado como base do estudo. O apêndice A introduziu elementos da relatividade geral essenciais para a posterior entrada nos capítulos 1, 2 e 4 do livro, que lidam desde escalas do universo, a geometria do universo, a cinemática e dinâmica nos capítulos 1 e 2, até finalmente chegar na teoria da inflação cósmica no capítulo 4. Foi feito, também, um estudo qualitativo da história térmica do universo.

Em paralelo, colocando tais conhecimentos em prática, a parte experimental do projeto foi desenvolvida a partir de um catálogo de galáxias fornecido. O catálogo foi filtrado para a utilização de dados observacionais das colunas ‘RA’, ‘DEC’ e ‘Z’ (ascensão reta, declinação e redshift respectivamente), para todos os objetos do catálogo. Utilizando então a linguagem *python*, e bibliotecas, principalmente o astropy, matplolib e numpy, foram construídos gráficos que permitiram contato com medidas reais de esfera celeste e distâncias cosmológicas, para além do entendimento qualitativo adquirido no estudo teórico de tais conceitos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Uma definição abstrata de tensores que se refere a uma coleção de vetores, covetores, matrizes combinadas através do produto tensorial. O produto tensorial é uma operação que combina dois tensores (lembrando que vetores e covetores são também tensores) de modo a formar um novo terceiro tensor.

O tensor métrico, convencionalmente representado por g_{ij} é dado pelo produto escalar entre as bases, não importando a ordem, do sistema no qual está situado. Assim, cada componente da matriz que representa o tensor será dada pelo produto interno seguindo a lógica $g\left[a_{ij}\right] = \vec{e_\iota}.\vec{e_J}$. O tensor métrico é extremamente importante já que ele descreve a geometria do espaço que representa.

Introduz-se, finalmente, a Derivada Covariante de um tensor, em que a própria derivada forma um tensor e respeita as regras de transformação. Tal derivada é representada pelo operador Nabla como visto abaixo, para coordenadas cartesianas X^a

$$\nabla_a = \partial_a = \frac{\partial}{\partial X^a}$$

Na passagem de demonstração da Derivada Covariante para um tensor covariante T_j qualquer, o resultado final nos apresenta o símbolo de Christoffel ou conexão afim (igualdade para espaços planos, ex, cartesiano) Γ_{ij}^k, que tem conexão profunda com o tensor métrico e pode ser representado a partir deste na forma

$$\Gamma_{ij}^k = \frac{1}{2} g^{kl}\left(\partial_i g_{jl} + \partial_j g_{il} - \partial_l g_{ij}\right)$$

Trazendo os conhecimentos de álgebra tensorial ao assunto de relatividade geral, começa-se definindo a métrica como um objeto que torna coordenadas em distancias físicas.

A distância entre dois pontos, independentemente do observador, na relatividade geral, se chama Spacetime interval e é dado por,

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t)dl^2$$

É importante definir o spacetime interval para as geometrias possíveis de um universo homogêneo e isotrópico, nas quais são funções do tempo, independentes do espaço e com curvatura constante, seguem a métrica de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW), e são, como apresentadas na figura abaixo, três: plana, e aberta (hiperbólico) e a fechada (esférico), onde a valor da variável k muda de acordo com a geometria

$$ds^2 = -c^2dt^2 + a^2(t)\left(\frac{dr^2}{1 - kr^2/R_0^2} + r^2(d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2)\right)$$

A partir do spacetime interval na métrica FLRW, define-se então algumas distancias cosmológicas. Considerando um raio radial tal que $d\chi = \frac{dr^2}{1-kr^2/R_0^2}$ e com $d\theta = d\phi = 0$, acha-se a distância comóvel integrando em relação ao tempo tal que, usando do conceito de distância própria, a distância comóvel (DC) será então

$$D_C = D_H \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}$$

Sendo $D_H = c/H_0$ a distância de Hubble e $E(z) = H(z)/H_0$ uma função que relaciona parâmetros de densidade. A distância comóvel transversa (DM) irá contabilizar as possíveis curvaturas do espaço.

Assim, a fórmula que relaciona distância de diâmetro angular de um objeto ao seu redshift é dada por

$$D_A = \frac{D_M}{1 + z}$$

Já a distância de luminosidade é dada por

$$D_L = (1 + z)D_M$$

A esfera celeste é uma esfera imaginária de raio infinito com centro na Terra, com todos os objetos celestes podendo ser projetados na superfície dessa esfera. Tal conceito é muito útil para o mapeamento de corpos celestes, já que a posição pode ser dada, usando o sistema equatorial de coordenadas, a partir de um par de pontos: a ascensão reta, e a declinação.

Assim, observa-se nas figuras 1 um gráfico em que dados do catálogo de galáxias foram plotados numa esfera celeste, a partir das colunas ‘RA’, ‘DEC’ para ascensão reta e declinação respectivamente e ‘Z’ sendo o redshift usado na conta para a distância calculada em pc. Na figura 2 observa-se a relação entre os redshift fornecidos pelo catálogo e suas respectivas distancias cosmológicas.

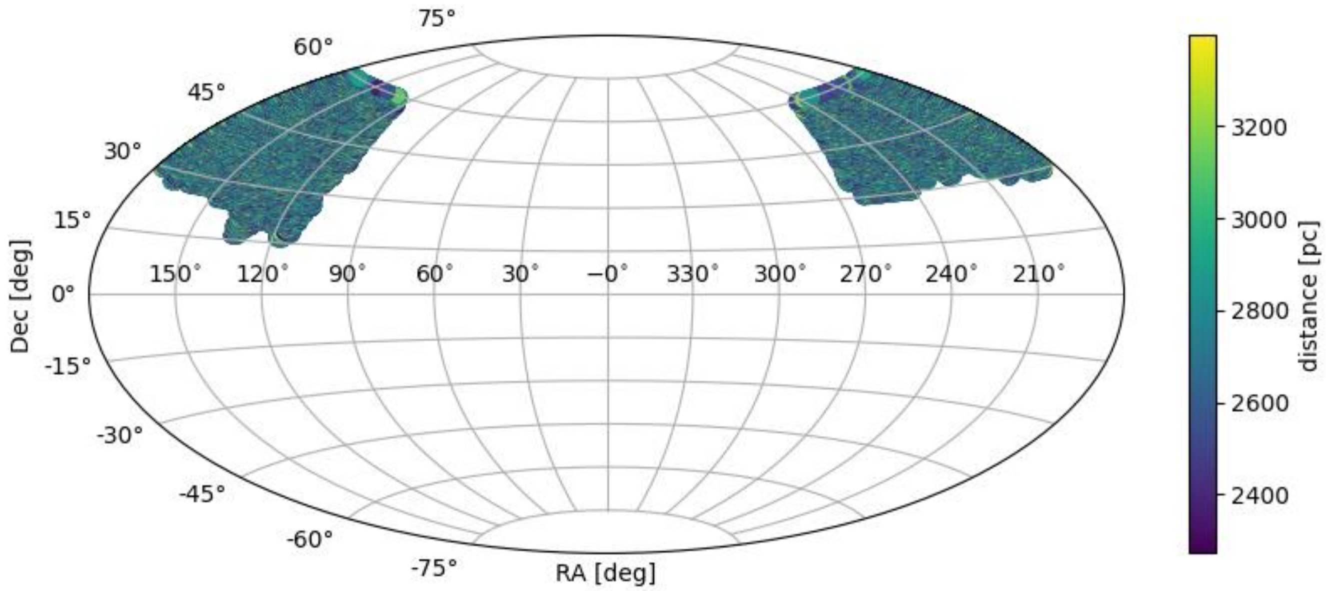

Figura 1: Dados do catálogo de galáxias analisado plotados numa esfera celeste construída através de um programa em *python.*

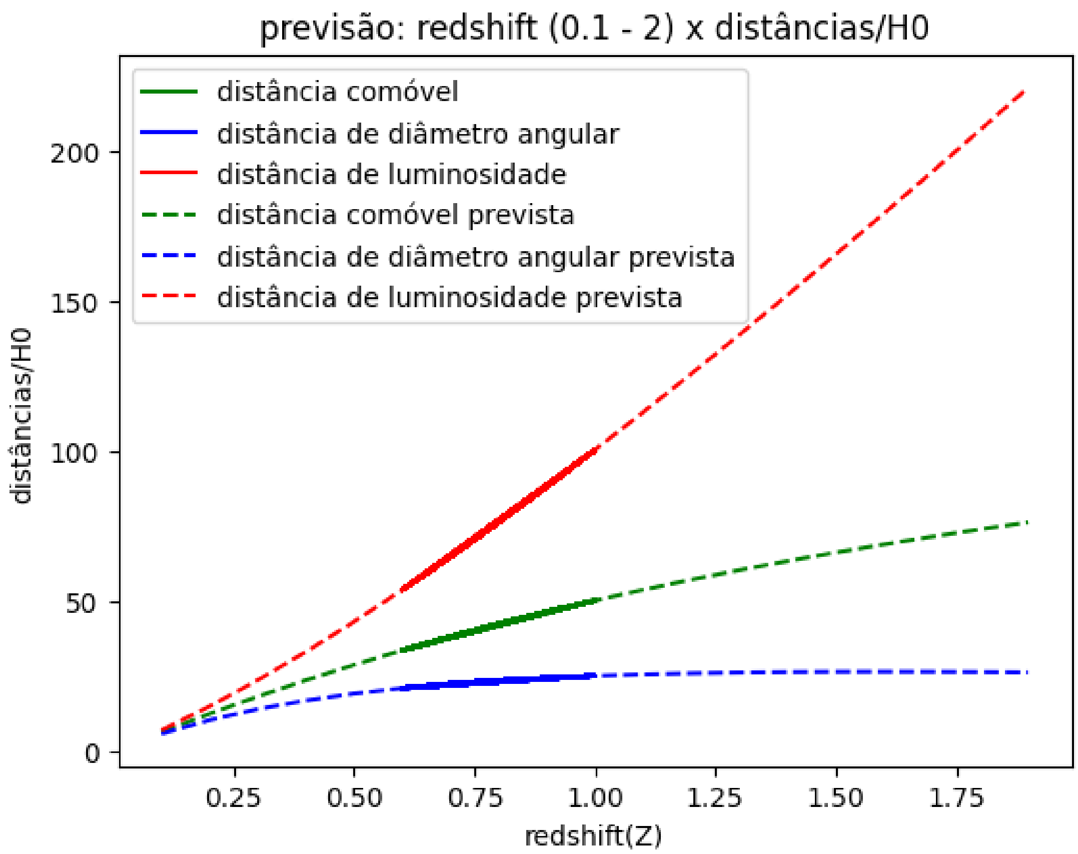

Figura 2: Relação das distancias cosmológicas normalizadas pela constante de Hubble em função do redshift. Em tracejado está a previsão de evolução das distancias para um intervalo de redshift que não vai além do inserido no catálogo.

É importante então, definir o tensor momento-energia, de rank-2, já que a curvatura do universo estará relacionada a distribuição de matéria e, consequentemente, de energia e momento no universo. Assim T_{uv} corresponde ao tensor momento energia que pode ser representado como uma matriz $3x3$ e suas componentes correspondem a T_{00} = densidade de energia, T_{0i} = densidade de momento, T_{i0} = fluxo de energia, T_{ji} = fluxo de momento.

O caminho tomado por uma partícula em queda livre, ou seja, sujeita somente a ação da gravidade é chamado de geodésia, com a equação dada por

$$\frac{d^2x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\nu}\frac{dx^\alpha}{d\lambda}\frac{dx^\nu}{d\lambda} = 0$$

Enquanto o tensor de Riemann descreve por completo a curvatura de qualquer espaço, o tensor de Ricci é uma contração do tensor de Riemann, e é dado por

$$R_{ij} = \partial_{\mathrm{k}}\Gamma^{\mathrm{k}}_{\mathrm{ij}} - \partial_j\Gamma^k_{ik} + \Gamma^k_{ij}\Gamma^m_{km} - \Gamma^k_{im}\Gamma^m_{jk}$$

Já o escalar de Ricci é dado por

$$R = g^{uv}R_{uv}$$

Chega-se finalmente à equação de Einstein dada por

$$G_{uv} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{uv} - \Lambda g_{uv} = R_{uv} - \frac{1}{2}R\, g_{uv}$$

Que a partir dela, onde o G_{uv} tensor de Einstein descreve a gravidade em linguagem geométrica, T_{uv} se refere ao tensor momento-energia, g_{uv} se refere a métrica espacial e lambda ao fator da constante cosmológica, a partir da componente 00 da equação de Einstein, é possível derivar a primeira equação de Friedmann que descreve como a taxa de expansão muda com o tempo e é dada por

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right) = \frac{8\pi G}{3}p(t) - \frac{kc^2}{a^2(t)} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

A segunda equação de Friedmann é obtida através do traço da equação de Einstein e combinando com a primeira equação, tem a forma

$$\left(\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)}\right) = -\frac{4\pi G}{3}\left(p(t) + \frac{3P(t)}{c^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

A equação de continuidade descreve a taxa de mudança de densidade de energia de um fluido perfeito enquanto o fator de escala muda e é dada por

$$\dot{p} + \frac{3\dot{a}(t)}{a(t)}\left(p + \frac{P}{c^2}\right) = 0$$

A equação de estado, que descreve o comportamento de densidade de massa e energia com a expansão do universo depende da composição do universo, que em tempos diferentes teve composições dominantes diferentes, de matéria, radiação ou constante cosmológica, é dado por

$$P = wp$$

Finalmente, depois de estudado essa parte de relatividade geral ligada a cosmologia padrão, tratando o universo como homogêneo e isotrópico, chega-se finalmente à discussão de evolução do universo no modelo do Big Bang. A teoria da inflação cósmica surgiu de forma a explicar o problema do horizonte e o problema da planitude. O problema do horizonte pode ser observado analisando as temperaturas da CMB, onde foi constatado que a diferença de temperatura no todo é muito pequena e isso, entre outros eventos, só poderiam ser explicados se no início todo o universo estivesse estado em contato, o que seria impossível sem a inflação. O problema da planitude se refere ao fato de que a densidade crítica teria que ter um valor absurdamente específico no início dos tempos, e que pequenos desvios levariam a gigantescas repercussões. A teoria da inflação cósmica diz então que no início da história do universo, houve um momento de expansão acelerada causada por um campo escalar chamado *inflaton,* que aconteceu enquanto energia potencial dominava já que é um campo *slow-roll* e com parâmetros muito específicos para seu acontecimento. Assim que a inflação teria acabado, o universo teria passado por um período de *reheating*, assim, a energia do campo teria sido transformada em matéria (SM).

CONCLUSÕES:

A partir deste projeto, foi possível o desenvolvimento do estudo de cosmologia padrão, desde a aquisição de ferramentas físico-matemáticas para um verdadeiro entendimento qualitativo e quantitativo de relatividade geral e, posteriormente, de cosmologia padrão, num universo homogêneo e isotrópico, até uma análise mais detalhada das medições teóricas de distancias cosmológicas. A partir do estudo realizado, foi possível lidar com dados observacionais provenientes de um catálogo de galáxias para observar as medições experimentais de distancias cosmológicas e o mapeamento de objetos cósmicos numa esfera celeste.

BIBLIOGRAFIA

SHAPIRO, Ilya Lvovitch. A Primer in Tensor Analysis and Relativity. New York: Springer, 2019

BAUMANN, Daniel. Cosmology. 2021