



Determinação da razão R no processo de aniquilação elétron-pósitron

Palavras-chave: QED, Seção de Choque, Aniquilação elétron-pósitron.

Autores:

Lais Almeida Wendland - Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)

Profa. Dra. Arlene Cristina Aguiar (orientadora) - Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)

1 Introdução

Neste trabalho temos como objetivo calcular as seções de choque totais não polarizadas em nível de árvore da aniquilação elétron-pósitron resultando em férmions e antiférmions, *i.e.* $e^+ + e^- \rightarrow \ell^+ + \ell^-$, onde $\ell^+(\ell^-)$ pode ser múons, taus e quarks e suas respectivas antipartículas. A partir deste resultados, calculamos a razão entre as seções de choque que produzem os léptons tau e múon e também a razão entre as seções de choque que produzem quarks e múons, de onde é possível “medir” o número de cores da QCD. Por fim, comparamos as previsões teóricas para ambas razões com dados experimentais disponíveis na literatura.

2 Metodologia

Na Eletrodinâmica Quântica (QED), a aniquilação de um par elétron-pósitron com suficiente energia pode gerar a produção de um par de múon-antimúon que são partículas mais pesadas que as partículas dos estado inicial. Em ordem mais baixa em teoria de perturbação, *i.e.* o chamado nível de árvore, este processo pode ser representado pictoricamente através do diagrama de Feynman mostrado na Fig. 1.

Observe que este diagrama representa a aniquilação do elétron e do pósitron (linhas contínuas) resultando na criação de um fóton (linha ondulada), que por sua vez produz o múon e o antimúon (linhas contínuas).

A seção de choque diferencial de um espalhamento

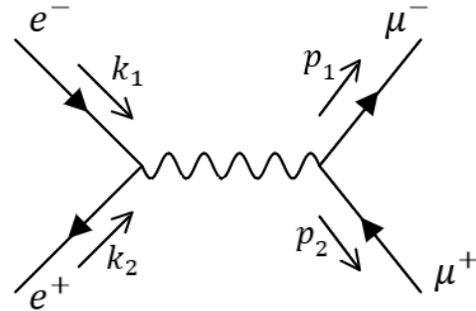


Figura 1: Representação diagramática em nível de árvore do processo de aniquilação $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$.

de duas partículas no estado inicial indo para duas partículas no estado final no referencial do centro de massa (CM) é dada pela expressão

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\mathbf{p}_f|}{|\mathbf{p}_i|} |\overline{\mathcal{M}}|^2, \quad (2.1)$$

onde $|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \mathcal{M}^*\mathcal{M}$ é o módulo quadrado da amplitude de espalhamento, que contém toda informação da dinâmica do espalhamento. Já s é a variável de Mandelstam invariante de Lorentz $s = (k_1 + k_2)^2 = E_{CM}^2$, que está associada a energia do CM. Por fim, \mathbf{p}_f e \mathbf{p}_i são os momentos das partículas finais e iniciais, respectivamente.

O módulo quadrado da amplitude de espalhamento é o elemento mais difícil de ser calculado em uma seção de choque. Podemos utilizar a representação pictórica deste processo mostrado na Fig. 1 para determiná-la. Para isto, faremos uso das regras de Feynman da QED [1]. Ao

aplicar o conjunto de regras obtemos a seguinte expressão para a amplitude de espalhamento

$$i\mathcal{M} = \frac{ie^2}{s} [\bar{v}(k_2)\gamma^\nu u(k_1)][\bar{u}(p_1)\gamma_\nu v(p_2)], \quad (2.2)$$

onde u e v são os espiniores dos férmions e antiférmions envolvidos no processo, respectivamente

Como estamos interessados em calcular a seção de choque não polarizada, teremos que somar sobre todas as polarizações possíveis dos estados finais e fazer a média sobre as polarizações possíveis das partículas iniciais, já que qualquer estado é igualmente aceitável para nossos cálculos. Ao fazer esta soma e considerando que a massa do elétron é desprezível, o módulo quadrado da amplitude de espalhamento, $|\overline{\mathcal{M}}|^2$, é dado por

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{8e^4}{s^2} [(k_1 \cdot p_1)^2 + (k_1 \cdot p_2)^2 + m_\mu^2(k_1 \cdot k_2)]. \quad (2.3)$$

Utilizando as coordenadas do CM, onde definimos que θ é o ângulo entre os momentos do elétron (pósitron) e do múon (antimúon), os produtos internos da Eq. (2.3) são

$$\begin{aligned} k_1 \cdot p_1 &= E(E - p \cos \theta), & k_1 \cdot k_2 &= 2E^2, \\ k_1 \cdot p_2 &= E(E + p \cos \theta), & (k_1 + k_2)^2 &= 4E^2, \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde E é a energia de cada partícula e $p = |\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_2| = \sqrt{E^2 - m_\mu^2}$. Assim, substituindo as Eqs. (2.3) e (2.4) na Eq. (2.1), obtemos a seção de choque diferencial para a produção do par múon-antimúon no centro de massa para feixes não polarizados a nível de árvore

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{CM}} = \frac{\alpha^2}{4E_{\text{CM}}^2} \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{E_{\text{CM}}^2}} \left[1 + \cos^2 \theta + \frac{4m_\mu^2}{E_{\text{CM}}^2} (1 - \cos^2 \theta) \right], \quad (2.5)$$

onde $E_{\text{CM}} = 2E$ e $\alpha = e^2/4\pi$ é a constante de estrutura fina.

Integrando a Eq. (2.5) no ângulo sólido, obtemos a seção de choque total no referencial do CM

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{s}} \left[1 + \frac{2m_\mu^2}{s} \right]. \quad (2.6)$$

Note que no limite de altas-energias, a seção de choque

é simplificada da forma

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}. \quad (2.7)$$

Já o processo de produção do par tau-antitau, *i.e.* $e^+ + e^- \rightarrow \tau^+ + \tau^-$ também possui um diagrama em nível de árvore como mostrado na Fig. 1, onde os μ^+ (μ^-) são substituídos por τ^+ (τ^-). O cálculo da seção de choque para este processo é muito similar, a única diferença será a substituição do valor das massas dos léptons finais ($m_\mu \rightarrow m_\tau$). Logo, a seção de choque total para a produção do par tau-antitau é

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \sqrt{1 - \frac{4m_\tau^2}{s}} \left[1 + \frac{2m_\tau^2}{s} \right]. \quad (2.8)$$

Similarmente, o processo de aniquilação elétron-pósitron resultando no par quark-antiquark em nível de árvore pode ser representado pelo diagrama de Feynman da Fig 2. Note que como não é possível observar quarks isolados, devido a propriedade de confinamento da força forte, os quarks se hadronizam produzindo jatos que são aglomerados de hádrons. Este jatos são os sinais que são observados experimentalmente e sinalizam a presença de quarks (ou glúons) em estágios anteriores de um dado espalhamento. Este processo está representado no diagrama da Fig. 2.

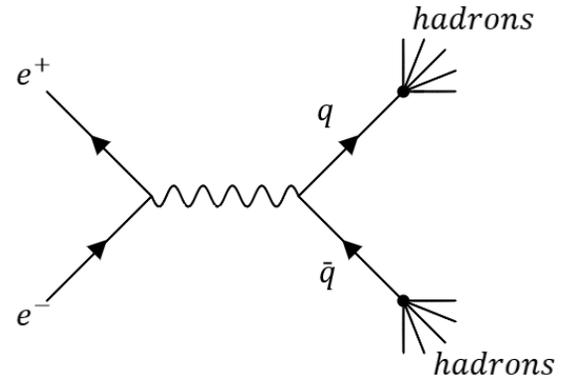


Figura 2: Diagrama de Feynman do processo $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{hadrons}$.

Assim, a fim de calcular a seção de choque total desse processo, utilizamos da Eq. (2.8) em que troca-se a carga elétrica do múon (e) pela carga do quark (Qe) e soma-se sobre as três possíveis cores; red, blue e green para quark e anti-red, anti-blue e anti-green para antiquark. Vamos

denotar o número de cores por N_c . Assim, a seção de choque total para o processo $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ é

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = N_c Q_f^2 \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-). \quad (2.9)$$

Por último é importante mencionar que para a produção de cada sabor de quark, teremos um limiar diferente de energia necessário para o espalhamento ocorrer, ou seja, quarks mais leves precisam de energias menores enquanto que os mais pesados só serão criados se houver energia suficiente no CM para a produção do par de quarks pesados.

Desta forma, no limite de altas energias a seção de choque total desse processo no centro de massa é

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hádrons}) = N_c \sum_f Q_f^2 \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-). \quad (2.10)$$

3 Resultados e Discussão

Com as seções de choque determinadas podemos agora determinar a razão entre elas para a produção do par tau-antitau sobre múon-antimúon, bem como a razão do processo de produção do par quark-antiquark sobre o de criação de múon-antimúon.

A razão de léptons em léptons, R_ℓ , para altas energias é dada por

$$R_\ell = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \tau^-\tau^+)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = \sqrt{1 - \frac{4m_\tau^2}{s}} \left[1 + \frac{2m_\tau^2}{s} \right]. \quad (3.1)$$

Na Fig. 3 mostramos as previsões teóricas para R_ℓ em função da energia do centro de massa, dada pela Eq. (3.1) (linha preta contínua) com dados experimentais (círculos em azul) disponíveis no particle data group [2].

Observa-se que a previsão teórica da QED está em ótimo acordo com os dados experimentais, mostrando que mesmo em ordem mais baixa em teoria de perturbação, a QED já descreve com bastante precisão a razão da aniquilação elétron-pósitron em léptons.

Já a expressão final para a razão entre as seções de choque dos processos de criação do par quark-antiquark sobre a do par múon-antimúon é dada por

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hádrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_c \sum_f Q_f^2, \quad (3.2)$$

ou seja, ela depende somente da carga elétrica dos

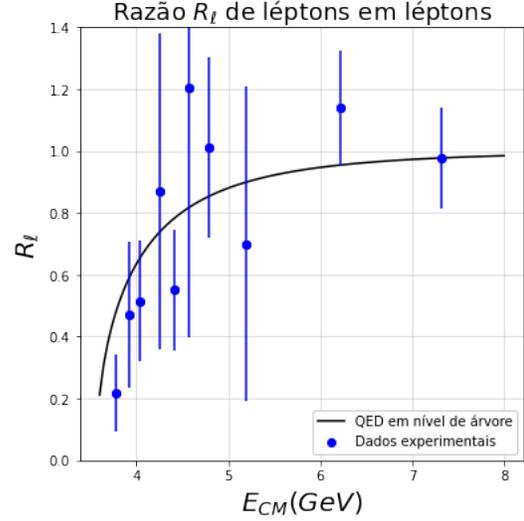


Figura 3: Razão R_ℓ em léptons sobre léptons em função da energia do centro de massa em GeV. Linha preta contínua representa a previsão da QED em nível de árvore para altas energias dada pela Eq. (3.1), enquanto que os círculos em azul, representam os dados experimentais coletados em [2].

quarks, Q_f e do número de cores da QCD, N_c . Portanto esta razão é uma ótima grandeza física para verificar se as cargas dos quarks e o número de cores que a QCD prediz está de fato correta.

Considerando que o número de cores é $N_c = 3$ e a carga elétrica dos quarks up (u), charm (c), top(t) é $Q_{u,c,t} = +2/3$ e dos quarks down (d), strange (s), bottom (b) é $Q_{d,s,b} = -1/3$ e o limiar de produção de cada um destes pares, temos

$$\begin{aligned} R_{u,d,s} &= 3 \left[\left(\frac{2}{3} \right)^2 + \left(\frac{-1}{3} \right)^2 + \left(\frac{-1}{3} \right)^2 \right] = 2, \\ R_{u,d,s,c} &= 2 + 3 \left(\frac{2}{3} \right)^2 = \frac{10}{3}, \\ R_{u,d,s,c,b} &= \frac{10}{3} + 3 \left(\frac{-1}{3} \right)^2 = \frac{11}{3}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde o primeiro resultado é válido para os três quarks mais leves (u, d, s), já o segundo se torna válida quando temos energia suficiente para criar o par $c\bar{c}$ no processo, ou seja, temos energia suficiente para produzir os quatro quarks (u, d, s, c); já o último se torna válido a partir de aproximadamente 9 GeV, quando já podemos produzir o par $b\bar{b}$ no espalhamento, além dos demais pares de quarks leves, portanto ela é aplicável quando os cinco sabores (u, d, s, c, b) podem ser produzidos.

Para compararmos as previsões teóricas da QCD, em nível de árvore, dadas pela Eqs. (3.3) com dados experimentais, construímos a Fig. 4, que representa a razão R em função da energia do centro de massa. As retas vermelhas representam os valores esperados para essa razão da Eq. (3.3) para um dado intervalo de energia, e os pontos azuis representam os dados experimentais disponíveis em [3].

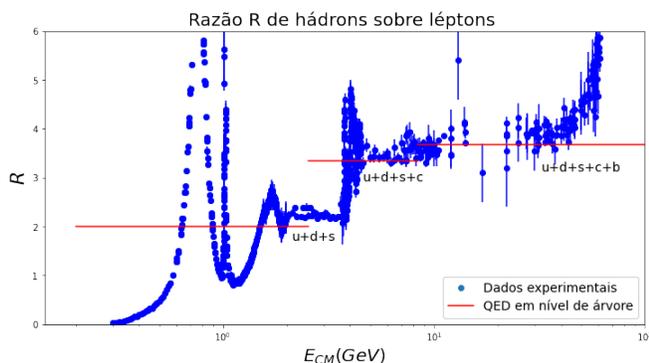


Figura 4: Razão R em hádrons sobre léptons em função da energia do centro de massa em GeV. Retas vermelhas representam a previsão do número de cores e de carga elétrica da QCD, em nível de árvore, para altas energias dada pela Eq. (3.3). Os pontos em azul representam dados experimentais coletados em [3].

Observa-se três regiões distintas referentes à produção dos diferentes pares de quarks, na região de menor energia vemos que os dados experimentais tendem a uma reta, cujo o valor é 2, já que neste intervalo temos energia disponível no espalhamento só para a produção dos quarks mais leves u , d e s . Na região seguinte, a energia disponível no processo é um pouco maior e já é suficiente para criar também o par c e \bar{c} , portanto $R = 10/3$. Já na terceira região, a energia do CM é suficiente para produção do quark bottom e sua antipartícula, e $R = 11/3$. Note que neste gráfico não temos energia suficiente para criar um par de t e \bar{t} , que são quarks muito pesados. Além disso, note que os dados experimentais tendem a retas para energias longe dos limiares de energia de criação de um novo par-quark-antiquark.

Por último, nota-se a partir da Fig. 4 que o valor esperado da razão R em hádrons sobre léptons fornece uma evidência conclusiva sobre a existência das três cargas de cor na QCD, visto que se considerássemos apenas uma cor, a razão da Eq. (3.3) seria reduzida por um fator três, o que não seria condizente com os dados experimentais.

Referências

- [1] Mark Thomson. *Modern Particles Physics*. Cambridge University Press, 2013.
- [2] M L Perl. The Tau Lepton. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 30:299–335, 1980.
- [3] Data files and plots of cross-sections and related quantities in the 2018 review of particle physics. r in e^+e^- collisions. <https://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/hadron.html>. Acessado em 08/07/2023.
- [4] A. Lahiri and P.B. Pal. *A First Book of Quantum Field Theory*. Alpha Science International, 2005.
- [5] F. Halzen and A.D. Martin. *Quark & leptons: an introductory course in modern particle physics*. Wiley student edition. Wiley India Pvt. Limited, 2008.