



SELEÇÃO DE PORTIFÓLIOS BASEADA EM COMPUTAÇÃO EVOLUTIVA

Palavras-Chave: Finanças, Otimização Multi-Objetivo, Computação Evolutiva

Autores:

JUAN ADRIANO BARROS CAMPOS SANCHES, FEEC, UNICAMP

Prof. Dr. ROMIS RIBEIRO DE FAISSOL ATTUX, FEEC, UNICAMP

INTRODUÇÃO

Atualmente, a área financeira tem um papel muito importante na sociedade, influenciando o desempenho econômico global e as decisões de investimentos. Um marco importante no desenvolvimento teórico dessa área foi a proposta, por Harry Markowitz [1], de uma metodologia para a construção sistemática de portfólios, marco fundador do que se denomina Teoria Moderna do Portfólio. A ideia de Markowitz tem por base a busca de combinações de ativos que maximizam o retorno esperado e minimizam o risco do investimento.

Essa formulação, publicada em 1952, revolucionou o jeito de investir com o uso da diversificação de ativos e da fronteira eficiente. Isso criou uma base para a construção de carteiras em que temos opções de investimento otimizadas.

Com o objetivo de criar uma zona eficiente de combinações dos investimentos, o uso dos algoritmos multiobjetivos baseados em computação evolutiva vêm ganhando destaque. Esses algoritmos geram um conjunto de soluções que, idealmente, aproximam a *fronteira de Pareto* [11]. Essa fronteira, que é composta por soluções não-dominadas, representa um

conjunto das melhores soluções para a criação da carteira de investimento.

Neste projeto, usaremos dois algoritmos evolutivos multiobjetivo: o NSGA-II (Nondominated Sorting Genetic Algorithm II) [4] e o SPEA-II (Strength Pareto Evolutionary Algorithm II) [5]. Os desempenhos desses dois algoritmos serão comparados com o objetivo de julgarmos qual deles melhor se encaixa no problema do portfólio de Markowitz.

METODOLOGIA

O projeto foi dividido em quatro etapas. A primeira foi o estudo do problema de seleção de portfólios. A base para o estudo foi o artigo original de Harry Markowitz [1].

A segunda etapa consistiu no estudo dos fundamentos da otimização multiobjetivo e da otimização evolutiva. Esse estudo incluiu os algoritmos clássicos NSGA-II e SPEA-II, os quais foram utilizados no projeto.

A terceira etapa teve por base a comparação entre os dois algoritmos a partir de um cenário envolvendo ativos que integram o índice IBOVESPA.

Por fim, a última etapa, ainda não realizada, consistirá na escrita do relatório final,

apresentando os resultados obtidos na pesquisa.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

TEORIA DO PORTIFÓLIO: A Teoria Moderna do Portifólio se insere na área econômico-financeira. Essa teoria busca explicar como investidores irão utilizar a diversificação no processo de criação de suas carteiras de investimentos, com o objetivo de otimizá-las.

Essa teoria foi criada por Harry Max Markowitz em 1952 [1], e, até hoje, é amplamente estudada. Por causa desta criação, o autor recebeu, em 1990, o prêmio Nobel de Economia.

Markowitz evidenciou que, na medida em que o investidor escolhe ativos com correlação negativa, ou seja, diversifica sua carteira de investimento, é possível reduzir o risco não sistemático. Com isso, a relação de risco e retorno pode melhorar, já que o risco, medido pelo desvio padrão da carteira, é diminuído.

A regra do retorno esperado-variação dos retornos (E-V) proposta por Markowitz assume que os investidores são contrários ao risco. Então, dados dois ativos com o mesmo retorno, ele escolherá o que tiver menor risco. Esse risco só aumentará se for compensado pelo aumento do rendimento. Esse trade-off será feito de modo diferente dependendo do perfil do investidor.

O conjunto de soluções não-dominadas forma a fronteira eficiente (de Pareto) de combinações E-V. Nessa fronteira, temos o conjunto ótimo para o objetivo de maximizar o retorno esperado e minimizar a variação.

Portanto, um investidor, sendo informado quais combinações (E, V) são alcançáveis, poderá achar o portfólio que mais se adequa ao seu perfil. Em termos estatísticos, o valor esperado E de um portfólio é a média estatística (esperança) de seu valor; já o risco é quantificado por V, a variância desse mesmo valor.

ALGORITMO EVOLUTIVO DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO (AEOM):

Otimização se vincula à tarefa de achar a melhor solução possível para um determinado problema, dadas suas limitações. Quando temos um único objetivo para ser otimizado, buscamos a melhor solução possível para ele. Porém, quando queremos usar um modelo de otimização para um problema com dois ou mais objetivos, normalmente conflitantes, adentra-se o universo da otimização multiobjetivo, que requer ferramentas matemáticas e algorítmicas distintas.

Neste projeto trataremos de dois algoritmos evolutivos multiobjetivo (AEMO), o SPEA-II e o NSGA-II. Eles nos ajudarão a encontrarmos o conjunto de soluções mais eficientes dos conflitantes objetivos de risco e retorno da Teoria de Markowitz.

STRENGTH PARETO EVOLUTIONARY ALGORITHM 2 (SPEA-II):

O algoritmo SPEA introduzido em [9], [10] foi um dos primeiros a utilizar o conceito de elitismo para chegar num conjunto de trade-offs otimizados. Seu sucessor é o SPEA-II, que se diferencia por três aspectos: (1) uma estratégia de fitness mais refinada; (2) uso da técnica de estimação da densidade do vizinho mais perto e (3) o uso de um método de truncamento de arquivo aprimorado, que preserva as melhores soluções.

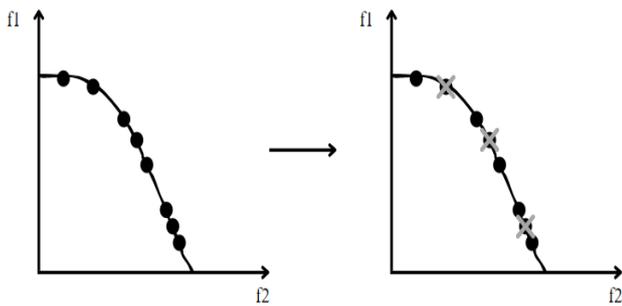


Figura 1 –Exemplo do método de truncamento para usado no SPEA2 para $N = 5$. –fonte: Inspirado em [5]

A execução do algoritmo consiste em 6 partes: (1) *Inicialização*, em que é gerada uma população inicial e um arquivo externo vazio; (2) *Fitness*, em que um valor de fitness será atribuído a cada indivíduo da população; (3) *Environmental Selection*, no qual faz com que o número de indivíduos no arquivo seja constante - para isso, é usado o método de truncamento; (4) *Termination*, que verifica se a condição de parada foi alcançada: se essa for satisfeita, o programa parará; (5) *Mating Selection* em que são feitos pares dos melhores indivíduos para grupo de acasalamento por meio de uma seleção por torneio binário e (6) *Variation* na qual os operadores genéticos (*crossover* e *mutation*) são aplicadas no grupo de acasalamento

Pseudocódigo SPEA2:

- 1: Inicialize população P
- 2: Avalie o valor das funções objetivo para cada indivíduo
- 3: Cria um arquivo externo A
- 4: Enquanto $i = 1$: Número de gerações faça
- 5: Atribua um fitness dos indivíduos em P e A
- 6: Adicione os indivíduos não-dominados de P em A
- 7: Se Capacidade de A for excedida então
- 8: Remova indivíduos de A por truncamento
- 9: Fim Se
- 10: Faça a seleção por torneio binário para criar o conjunto de acasalamento
- 11: Faça o crossover
- 12: Faça o mutation
- 13: Fim Enquanto

Figura 2–Pseudocódigo do SPEA2

NONDOMINATED SORTING GENETIC

ALGORITHM 2 (NSGA-II): Essa é uma

abordagem melhorada da versão do NSGA, publicada em 2000 [4] - suas mudanças são tantas que o NSGA-II é considerado um outro algoritmo. Ele tem seu funcionamento parecido com o SPEA 2, porém eles se diferem principalmente no uso de *ranks* em vez de fitness e no cálculo, usando a ideia de cuboides, da densidade das soluções.

Seu funcionamento foi resumido no pseudocódigo da Fig. 3.

Pseudocódigo NSGA2:

- 1: Inicialize população: número da população
- 2: Gere uma população aleatória P_0
- 3: Avalie o valor das funções objetivo para cada indivíduo
- 4: Aplique um Rank para cada indivíduo
- 5: Gere uma população filha para o tamanho de P (*crossover*, seleção por torneio binário e *mutação*)
- 6: Enquanto $i = 1$: Número de gerações faça
- 7: Enquanto cada pai e filho $\in P$ faça
- 8: Aplique um Rank para cada indivíduo
- 9: Gere conjuntos de soluções não-dominadas
- 10: Seleção por torneio binário, *crossover* e *mutação*
- 11: Loop baseado em existir soluções para a próxima geração
- 12: Fim Enquanto
- 13: Faça o truncamento da população da fronteira usando o *crowding distance*
- 14: Gere a próxima geração
- 15: Fim Enquanto

Figura 3–Pseudocódigo do NSGA2

A execução do algoritmo também consiste nas mesmas 6 partes do SPEA-II. Aqui focaremos somente nas principais diferenças de funcionamento.

A primeira grande diferença é o modo de classificação dos indivíduos. Um rank é atribuído a eles com base no número de soluções que o dominam e que ele domina. Se ele for uma solução não-dominada, seu rank será 0.

A segunda está na estimação de densidade, a qual faz parte do Environmental Selection. É usado a ideia dos cuboides para calcular o Crowding Distance das soluções. Isso fará com que as soluções mais agrupadas sejam filtradas.

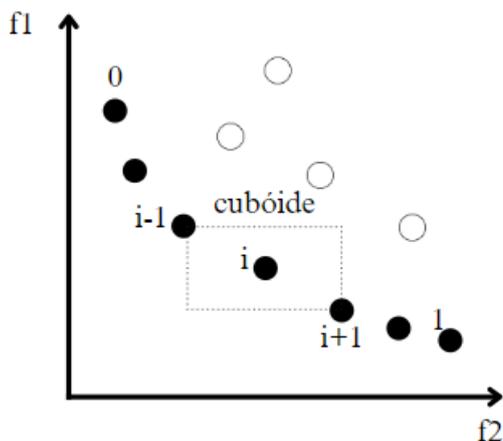


Figura 4 – Cálculo do crowding distance – fonte: Inspirado em [4]

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Para a implementação dos algoritmos SPEA-II e NSGA-II no Matlab, primeiramente, foram usadas funções de teste. Posteriormente, foram criadas as funções da Teoria de Markowitz e implementadas nos AEOM's.

Para isso, coletamos os dados dos ativos de cinco empresas componentes do índice IBOVESPA durante um período de 5 anos. Com isso, conseguimos, utilizando de 2 a 5 ativos do banco de dados, traçar a curva E x V para cada caso. Aqui mostraremos somente a comparação da eficiente dos dois algoritmos citados para dois ativos.

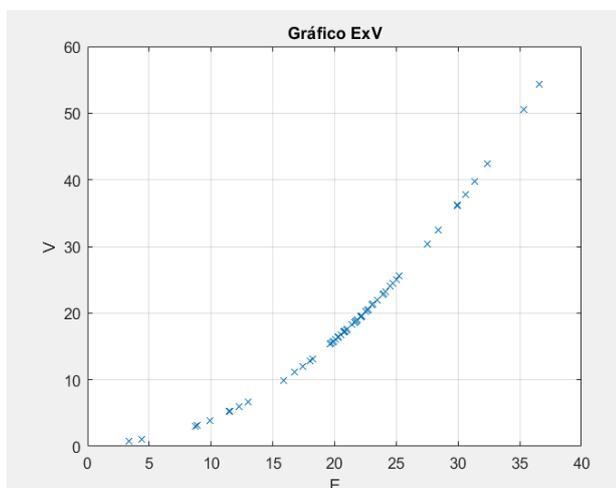


Figura 5 – Gráfico ExV para 2 Ativos usando o SPEA2

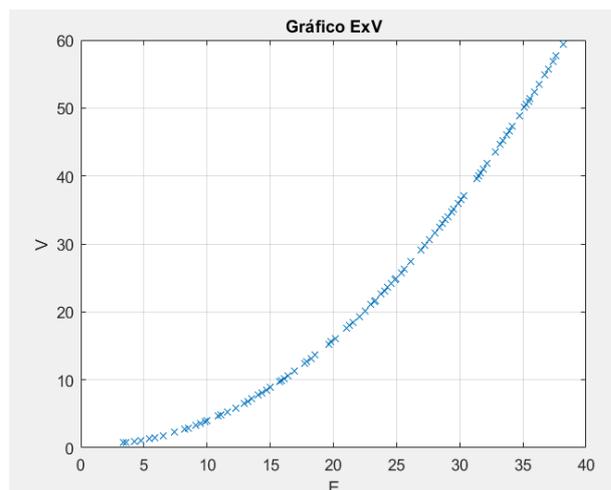


Figura 6 – Gráfico ExV para 2 Ativos usando o NSGA2

Pelos resultados obtidos conseguimos ver que ambos os algoritmos apresentaram extremos próximos. Porém, apesar de os dois terem gerado um tamanho de população igual a 100, vemos que o SPEA-II, indicado na Fig. 5, apresentou ter pontos mais aglomerados, com um espaçamento grande entre alguns de seus pontos, enquanto o NSGA2, indicado na Fig. 6, mostrou um resultado com uma melhor distribuição dos pontos entre seus extremos.

CONCLUSÕES:

Estudando a Teoria de Markowitz, conseguimos perceber que o investimento em uma carteira com diferentes opções é um jeito de otimizar os retornos de uma aplicação com o menor risco possível, já que se trata de um problema com objetivos conflitantes.

Pelos resultados obtidos, conseguimos ver que a utilização dos algoritmos evolutivos de otimização multiobjetivo é uma ótima para ajudar o investidor a escolher a porcentagem de investimento em cada ativo escolhido.

Concluimos que, além do SPEA2 ter um funcionamento mais devagar quando comparado ao NSGA2, ele apresenta uma curva com pontos poucos distribuídos, limitando a

escolha do investidor. Já o algoritmo NSGA2 gera um resultado mais distribuído, o que pode ser interessante ao tomador de decisões, uma vez que ele terá opções mais diversas para aplicar em seus investimentos.

Além disso, é importante ressaltar que a mudança de alguns parâmetros nos algoritmos, como o tamanho de população influencia no resultado atingido – portanto, o investidor pode alterar o algoritmo de acordo com suas necessidades.

REFERÊNCIAS

- [1] H. Markowitz, “**Portfolio Selection**”, Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, pp. 77 – 91, 1952.
- [2] C. A. Coello-Coello, “**Evolutionary Multi-Objective Optimization: a Historical View of the Field**”, IEEE Computational Intelligence Magazine, Vol. 1, No. 1, pp. 28 – 36, 2006.
- VIERTE, Maria.
- [3] C. A. Coello Coello, G. B. Lamont, D. A. Van Veldhuizen, “**Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems**”, Vol 2, pp. 1-121, 2007.
- [4] DEB, Kalyanmoy; AGRAWAL, Samir; PRATAP, Amrit; MEYARIVAN, T. A Fast Elitist **Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II**. Índia: Kanpur, 2000.
- [5] ZITZLER, Eckart; LAUMANN, Marco; THIELE, Lothar. **SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm**. Suíça: Zurique. 2001.
- [6] **SPEA2 e NSGA 2**. Disponível em: <https://github.com/WillouPouch/SPEA2-NSGAI>. Acesso em: jul. 2023.
- [7] **Índice ABEV**. Disponível em: <https://br.financas.yahoo.com/quote/ABEV?p=ABEV&.tsrc=fin-srch>. Acesso em jul. 2023.
- [8] **Índice BBD**. Disponível em: https://br.financas.yahoo.com/quote/BBD?p=BB&.ncid=yahooproperties_peoplealso_km0o32z3jzm. Acesso em jul. 2023.
- [9] E. Zitzler and L. Thiele, “**Multiobjective optimization using evolutionary algorithms— a comparative study**,” In A.E. Eiben, editor, Parallel Problem Solving from Nature V, pp. 292–301, Amsterdam, Springer-Verlag, Sep. 1998.
- [10] E. Zitzler and L. Thiele, “**Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength pareto approach**,” IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 3, no. 4, pp. 257–271, Nov. 1999.
- [11] V. Pareto, **Cours D’Economie Politique**, vol. I and II. F. Rouge, Lausanne, 1896