



# PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM VÁRIOS ITENS CAPACITADO: REFORMULAÇÃO E APLICAÇÃO COMPUTACIONAL

**Palavras-Chave:** DIMENSIONAMENTO DE LOTES, OTIMIZAÇÃO, REFORMULAÇÃO, CPLEX, PYTHON.

**Autores(as):**

**MARIANA KARAM KOLESKI, FCA – UNICAMP**

**Prof<sup>(a)</sup>. Dr<sup>(a)</sup>. DIEGO JACINTO FIOROTTO (orientador), FCA - UNICAMP**

---

## INTRODUÇÃO:

Este trabalho apresenta um estudo referente à reformulação do problema de dimensionamento de lotes monoestágio com múltiplos itens e com restrições de capacidade. O problema consiste em encontrar a solução ótima para a produção de diversos itens considerando que o ambiente industrial seja limitado em tempo, recursos e capacidades. Desta maneira, bases de dados, contendo informações de produção de uma indústria fictícia, foram tratadas pela linguagem de programação Python com auxílio do software CPLEX, fornecendo os resultados de suas funções objetivos. O objetivo deste trabalho consiste em comparar, através de análises computacionais, a formulação clássica e uma reformulação, com o intuito de demonstrar que a reformulação traz resultados melhores à original em relação a obtenção de limitantes inferiores e encontra a solução ótima de forma mais rápida.

## METODOLOGIA:

O problema básico do PDSL considera a produção de um único item e sem restrição de capacidade num único período. Seu objetivo é planejar a produção deste item em uma dada máquina e período, atendendo as demandas do período e respeitando os limites impostos em relação aos custos de produção, preparo e estoque.

A função objetivo do problema minimiza todos os gastos, a produção e estoque do produto e o preparo da máquina. Em relação às restrições, existe o balanceamento de fluxo, que garante que a demanda do período atual ( $t$ ) seja atendida com a produção do tempo atual ( $t$ ) e estoque do tempo anterior ( $t-1$ ); O preparo da máquina, que indica que só haverá produção se houver preparo no período, onde  $M$  é um número muito grande que garante que a produção não se limite; A não negatividade do processo, ou seja, garante que a produção e o estoque não podem ser variáveis negativas; E, por fim, a equação que garante que a variável de preparo da máquina seja binária.

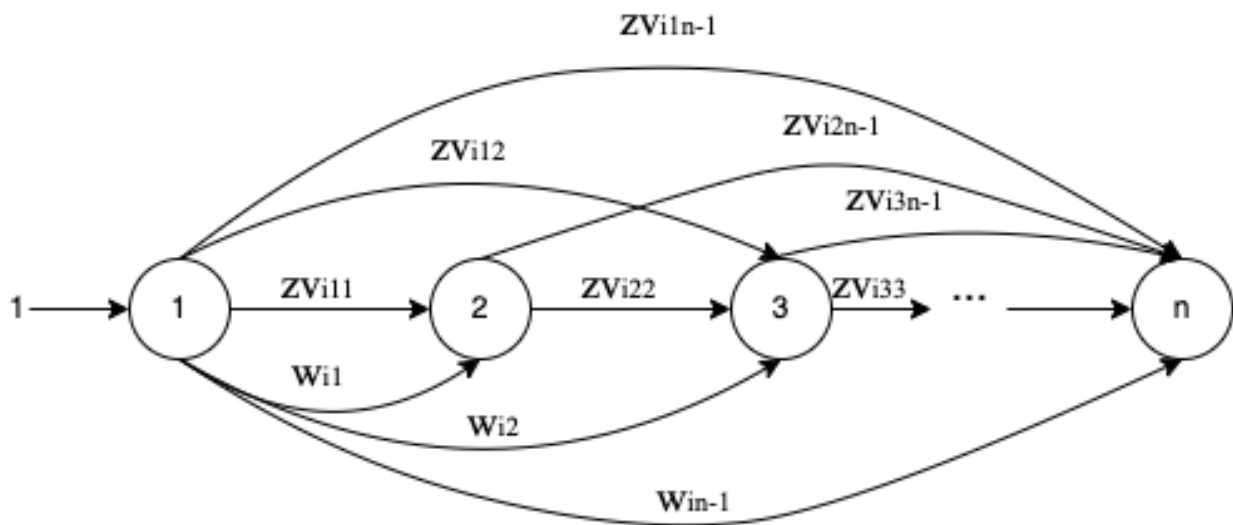
Conhecendo a formulação original do problema de Dimensionamento de Lotes com Vários Itens Capacitados em Máquinas Paralelas, Gary D. Eppen e R. Kipp Martin propuseram uma nova abordagem, uma reformulação. O objetivo desta reformulação é decompor os períodos de  $t$  a  $k$ , de maneira a estabelecer novos limites inferiores, que se mostram mais eficazes em gerar uma solução otimizada para o problema. Estes estudos foram inspirados por resultados obtidos anteriormente por Jans e Degraeve (2004).

Baseada na formulação de Eppen e Martin, é possível reescrevê-la analisando o Dimensionamento de Lotes com Vários Itens Capacitados, utilizando apenas 1 máquina. Nesta formulação não teremos o

dados da demanda de cada item em cada período, mas sim a soma da demanda de cada item do período  $t$  ao  $k$ . Nesse contexto, é necessário entender a variação de fluxo.

A variação de fluxo considera a produção de um item  $i$  entre os períodos 1 a  $n$ . No primeiro período, é possível visualizar  $w_{i1}$ ,  $w_{i2}$  até  $w_{i,n-1}$ , que indicam a distribuição do estoque inicial para cada um dos períodos seguintes, e  $z_{vi1}$ ,  $z_{vi2}$  até  $z_{vi,1}$ ,  $n-1$ , que indicam a fração do plano de produção no período 1 para cada um dos períodos seguintes. A soma destas variáveis deve se igualar a 1, visto que no primeiro período toda a capacidade produtiva está disponível.

No segundo período, nota-se  $w_{i1}$  e  $z_{vi1}$  como entrada e  $z_{vi2}$  até  $z_{vi,2}$  como saída. No terceiro período, por sua vez,  $w_{i2}$ ,  $z_{vi2}$  e  $z_{vi3}$  como entrada e  $z_{vi3}$  até  $z_{vi,3}$  como saída. Estes períodos demonstram que as entradas, estoque inicial e produção dos períodos anteriores, devem se igualar à produção para o próximo período.



**Figura 1:** Representação de rede.  
**Fonte:** autoria própria

Este modelo se assemelha bastante com o original e deve trazer um resultado semelhante. Pode-se comparar algumas variáveis entre os modelos. Uma vez entendido, é possível passar para a análise computacional.

Para esta análise, utilizou-se o Software Jupyter para gerar um código em Python que representasse as formulações matemáticas descritas anteriormente, tanto a original quanto a reformulação, e fosse capaz de ler arquivos que contém os dados numéricos para gerar os resultados das variáveis. Este código utilizou, também, o software CPLEX, que resolve problemas de pesquisa operacional de maneira automática.

Os códigos foram redigidos para tratar todas as bases de dados simultaneamente, formando uma matriz com os detalhes de cada resolução. Os valores fornecidos são: melhor limite (best bound); função objetivo (fob); espaços (gap); número de iterações (nb\_iterations); e número de nós processados (nb\_nodes\_processed) pelo método branch and bound.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO:

A Tabela a seguir compara o valor da função objetivo. As instâncias foram agrupadas garantindo que continham o mesmo número de itens e períodos, utilizando a média como forma de agregar os resultados.

			Formulação original	Reformulação
	Nº itens	Nº períodos	Valor função objetivo	Valor função objetivo
F1-10	6	15	35488,30	35488,30
F11-20	6	15	37455,20	37455,20
F21-30	6	15	32622,60	32622,60
F31-40	6	15	36667,60	36667,80
F41-50	6	15	39099,98	39099,98
F51-60	6	15	53088,20	53088,20
F61-70	6	15	62673,48	62673,48

**Tabela 1:** Valores da função objetivo conjunto de dados.

**Fonte:** autoria propria

Através dos resultados obtidos anteriormente, é possível notar que o resultado das funções objetivo é semelhante em ambos os métodos. Esta comparação é válida para todas as bases tratadas, provando que a reformulação traz o mesmo resultado que a formulação original, comprovando a teoria estudada nesta iniciação científica.

Ademais, ao observar a análise estatística de cada um dos métodos, é possível notar que a reformulação traz resultados mais satisfatórios em relação aos outros parâmetros analisados. Uma formulação é considerada mais forte se ela fornece menor limite inferior e se tem menor dificuldade de resolução. Dentre as medidas numéricas que os solvers fornecem, o mais utilizado é o gap, sendo a diferença percentual entre o limite superior e inferior no melhor valor da função objetivo, valor que foi zerado na reformulação. Além disso, o número de nós processados diminui as iterações do Sistema, juntamente com o tempo de resolução, tornando-o mais ágil e flexível.

As Tabelas a seguir apresentam comparações dos tempos de resolução, número de iterações e número de nós processados, média dos valores do gap, relaxação linear e melhor limitante, para ambas as formulações. A relaxação linear é obtida ao relaxar as variáveis inteiras, isto é, permitindo que assumam valores reais. Neste caso, quanto maior for, mais forte é a formulação.

			Formulação original			Reformulação		
	Nº itens	Nº períodos	Tempo	Nº iterações	Nº nós processados	Tempo	Nº iterações	Nº nós processados
F1-10	6	15	1,080	92517,0	9536,5	0,675	53168,2	3306,1
F11-20	6	15	0,541	47042,5	5078,0	0,413	30005,0	2127,0
F21-30	6	15	0,166	6722,7	807,2	0,177	2564,8	160,1
F31-40	6	15	0,150	2100,7	221,1	0,106	286,4	1,4
F41-50	6	15	0,209	10383,9	1223,7	0,217	3399,4	307,6
F51-60	6	15	0,536	55114,9	3559,6	0,595	42130,3	1676,3
F61-70	6	15	0,313	28096,2	2075,9	0,308	14775,5	1034,0

**Tabela 2:** Resultados do tempo, iterações e nós processados para conjunto de dados.

**Fonte:** autoria própria

	N° itens	N° períodos	Formulação original			Reformulação		
			gap	relaxação linear	melhor limite	gap	relaxação linear	melhor limite
F1-10	6	15	9,44E-05	10486,8	35484,9	8,50E-05	34425,8	35485,2
F11-20	6	15	9,66E-05	11533,8	37451,6	8,03E-05	36655,9	37452,2
F21-30	6	15	7,65E-05	9979,6	32620,1	5,08E-05	32270,7	32620,9
F31-40	6	15	4,64E-05	11817,9	36665,9	4,65E-05	36468,3	36666,1
F41-50	6	15	7,06E-05	11775,9	39097,2	7,65E-05	38547,2	39097,0
F51-60	6	15	8,41E-05	18821,9	53083,7	7,42E-05	51564,8	53084,2
F61-70	6	15	7,90E-05	22821,4	62668,5	6,74E-05	61421,1	62669,2

**Tabela 4:** Resultados do gap, relaxação e limite para conjunto de dados.

**Fonte:** autoria própria.

É possível notar que os tempos de resolução são menores para a reformulação, assim como o número de iterações e nos processados. Também, possuem uma relaxação linear maiores, evidenciando-a como uma formulação mais forte.

## CONCLUSÕES:

Ambas as formulações estudadas nesta pesquisa trazem resultados muito próximos para o problema de dimensionamento de lotes com vários itens capacitado, o que prova que ambas podem ser utilizadas para tal estudo. Contudo, a reformulação mostra-se mais eficiente em relação ao tempo de resolução, gap, número de nós processados, número de iterações e relaxação linear. Conclui-se, portanto, que a reformulação é mais forte e, apesar de fornecerem os mesmos, ou próximos, resultados para o valor da função objetivo. A reformulação possui comportamento mais otimizado para resolução de problemas de dimensionamento de lotes com vários itens capacitado.

## BIBLIOGRAFIA

Antiqueira, L. D., Pereira, E. C., & Machado, C. S. (2012). Problema de Localização de Facilidades aplicado ao serviço de Estacionamento Rotativo. **Anais do XXXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção-ENEGEP**.

ARAUJO, S. A. & ARENALES, M. N. Problema de Dimensionamento de Lotes Monoestágio com Restrição de Capacidade: Modelagem, Método de Resolução e Resultados Computacionais, **Pesquisa Operacional**, Vol. 20, p. 287-306, 2000.

Araujo, S. A. (2003). Modelos e Métodos para o Planejamento e Programação da Produção Aplicados no setor de Fundições, Tese de Doutorado, ICMC-USP/SC.

Bernardes, E. D., de Araujo, S. A., & Rangel, M. D. S. N. (2008). Reformulação e Inequações Válidas para um Problema Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes (Doctoral dissertation, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista).

Fiorotto, Diego Jacinto. Limitantes inferiores para o problema de dimensionamento de lotes em máquinas paralelas / Diego Jacinto Fiorotto - São José do Rio Preto: [s.n.], 2011.

Fiorotto, D. J., Jans, R. e Araujo, S. A. (2015). Hybrid methods for lot sizing on parallel machines. **Computers & Operations Research**, 217, 136-148.

Fiorotto, D. J., Jans, R., & de Araujo, S. A. (2017). An analysis of formulations for the capacitated lot sizing problem with setup crossover. **Computers & Industrial Engineering**, 106, 338-350.

Özaltın, O. Y., Hunsaker, B., & Schaefer, A. J. (2011). Predicting the solution time of branch-and-bound algorithms for mixed-integer programs. **INFORMS Journal on Computing**, 23(3), 392-403.

SANTOS, J. G.; SILVA, S. S. F.; VICTOR, D. L. Planejamento e controle da produção: um estudo de caso em uma indústria de calçados de Campina Grande - PB. **ENEGERP**, 2010.

SOUZA, M. D. e BORGONHONI, P. A consolidação dos três níveis de planejamento e controle de produção In: **CADERNO DE ADMINISTRAÇÃO**. V. 15, N.2, p. 19-28, JUL/DEZ. 2007.

TRIGEIRO, W. W. The effect of setup time on production lot sizes. **Production and Inventory Management Thrid Quarter**, p. 50–52, 1987.