



ESTUDO INTRODUTÓRIO DA DINÂMICA DE INTERAÇÃO ENTRE ZOOPLÂNCTON E CIANOBACTÉRIAS PRODUTORAS DE CIANOTOXINAS

Palavras-Chave: CIANOBACTÉRIAS, ZOOPLÂNCTONS, CIANOTOXINAS

Autores(as):

ENRICO ZUCATO SILVA, FT – UNICAMP

Prof^a. Dr^a. ROBERTA REGINA DELBONI orientadora, FT - UNICAMP

INTRODUÇÃO:

O objetivo do presente estudo foi de propiciar um melhor entendimento dos conceitos que permeiam a prática da modelagem matemática, bem como estabelecer uma conexão com uma questão ambiental relacionada à produção de cianotoxinas que apresenta grande impacto em reservatórios de água, além de desenvolver e analisar um modelo de equações diferenciais ordinárias simples que descreva qualitativamente a dinâmica da interação entre zooplâncton e cianobactérias produtoras de cianotoxinas.

As cianobactérias são organismos procarióticos e autótrofos, cuja fotossíntese é a sua principal fonte de energia [1]. Esses microrganismos necessitam de água, dióxido de carbono, luz e de nutrientes, como fósforo e nitrogênio [1]. Eles também apresentam pigmentos como clorofila A e a clorofila B, vitais no processo de fotossíntese, e também são parte vital no ciclo de alguns nutrientes, devido à sua capacidade de se desenvolverem em diversos ambientes [2].

A proliferação de cianobactérias, florações, são ocasionadas por ação antrópica, devido ao descarte irregular de efluentes, domésticos, industriais e agrícolas, que são ricos em nitrogênio e fósforo [1,3]. Essas florações afetam a qualidade da água, tanto pela redução do oxigênio dissolvido, quanto pelo crescimento exacerbado de microalgas e cianobactérias [3,4].

Esses microrganismos produzem alguns metabólitos, cianotoxinas, que são classificadas em dermatoxinas, neurotoxinas e hepatotoxinas, apresentando um elevado risco ambiental e de saúde pública devido ao aumento exacerbado de cianobactérias [4,5].

O foco principal deste presente estudo é a interação das cianobactérias com o zooplâncton, tendo em vista que essa relação afeta a adaptação dos mesmos, sua resistência e a relação ecológica entre ambas. Um dos pontos de interesse dessa interação é o fato das florações selecionarem zooplânctons mais resistentes às cianotoxinas [6].

O fator de maior interesse na relação ecológica desses dois microrganismos é o estudo de como a alteração da concentração de uma dessas espécies afeta diretamente a outra em dois sentidos [7]. O primeiro no fato do zooplâncton se alimentar das cianobactérias. O segundo, no sentido de que com o aumento das cianobactérias e conseqüentemente da concentração de cianotoxinas afeta diretamente o zooplâncton [7,8].

O estudo dessa interação permite a construção de um modelo matemático relacionando alguns fatores importantes como natalidade, mortalidade, concentração de cianotoxinas, possibilitando um melhor entendimento dessa relação ecológica.

METODOLOGIA:

Neste presente estudo foi desenvolvido um modelo matemático para descrever a interação entre cianobactérias produtoras de cianotoxinas e zooplâncton. Em cada instante de tempo t , denotamos por $A(t)$ a concentração de cianobactérias, $T(t)$ a concentração de cianotoxinas e $Z(t)$ a concentração de zooplâncton.

Consideramos que as cianobactérias são produzidas à uma taxa γ e morrem à uma taxa μ_A . O zooplâncton é produzido à uma taxa r e morre à uma taxa μ_Z . O pastejo do zooplâncton que se alimenta das cianobactérias é modelado utilizando-se a lei de ação das massas, através do produto AZ . Portanto, à medida que ocorrem essas interações à uma taxa β , diminui a concentração de cianobactérias ($-\beta AZ$) e aumenta a concentração de zooplâncton ($+\beta AZ$). As cianotoxinas são produzidas pelas cianobactérias à uma taxa ϕ e são desativadas (por alguma reação química) à uma taxa μ_T . O efeito letal das cianotoxinas sobre o zooplâncton é modelado pela lei de ação das massas como $-\eta\rho ZT$. À medida que ocorrem as interações entre a toxina e o zooplâncton, diminui também a concentração da toxina envolvida na interação ($-\rho ZT$).

Com as hipóteses consideradas construiu-se um modelo matemático de equações diferenciais ordinárias não-lineares dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dA}{dt} = \gamma A - \beta AZ - \mu_A A \\ \frac{dT}{dt} = \phi A - \rho ZT - \mu_T T \\ \frac{dZ}{dt} = rZ + \beta ZA - \eta\rho ZT - \mu_Z Z \end{array} \right.$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO:

Para o estudo analítico do modelo matemático devem ser obtidos os pontos estacionários e, para estudo dos possíveis comportamentos das trajetórias dinâmicas, para cada ponto deve ser feita a

análise de estabilidade local. As equações em regime estacionário são obtidas igualando a zero as derivadas temporais do sistema de equações diferenciais. Com isso obtemos um sistema não-linear e resolvendo-o determinamos as coordenadas dos pontos de equilíbrio $P = (A, T, Z)$. Para a análise de estabilidade local dos pontos de equilíbrio deve ser analisado o sinal da parte real dos autovalores da matriz Jacobiana avaliada no ponto. Para obter o polinômio característico, deve ser calculado o seguinte determinante $\det(J - \lambda I)$. As raízes do polinômio característico correspondem aos autovalores da matriz Jacobiana avaliada no ponto [9,10].

O primeiro passo foi determinar os pontos de equilíbrio. Por meio de manipulações algébricas e técnicas de resolução de sistemas de equações, obteve-se dois pontos de equilíbrio: o trivial P_1 (com ausência de zooplâncton e ausência de cianobactérias, e conseqüentemente de cianotoxinas), e o ponto P_2 de coexistência das espécies. As expressões destes pontos são apresentadas à seguir:

$$P_1 = (A_1, T_1, Z_1) = (0, 0, 0)$$

$$P_2 = (A_2, T_2, Z_2) = \left(\frac{(r - \mu_Z)}{\beta(1 - Q_0)}, \frac{\beta\phi A}{\rho(Y - \mu_A) + \mu_T\beta}, \frac{(Y - \mu_A)}{\beta} \right),$$

em que

$$Q_0 = \frac{\eta\rho\phi}{\rho(Y - \mu_A) + \mu_T\beta}$$

Observa-se que, para o ponto P_2 ser biologicamente viável com coordenadas positivas, é necessário que as seguintes condições sejam satisfeitas:

a) $\gamma > \mu_A$ e $r < \mu_Z$ e $Q_0 > 1$ ou

b) $\gamma > \mu_A$ e $r > \mu_Z$ e $Q_0 < 1$

Utilizando a matriz Jacobiana calculada no ponto P_1 calculamos as raízes da equação característica $\det(J(0, 0, 0) - \lambda I) = 0$, que correspondem aos autovalores: $\lambda_1 = \gamma - \mu_A$, $\lambda_2 = -\mu_T$, $\lambda_3 = r - \mu_Z$, com a seguinte análise:

a) $\lambda_1 = \gamma - \mu_A$. Para $\lambda_1 < 0$, $\mu_A > \gamma$. Sendo que μ_A é a taxa de mortalidade de cianobactérias e γ é a taxa de produção de cianobactérias. Logo, para o autovalor ser negativo a população de cianobactérias deve estar decaindo.

b) $\lambda_2 = -\mu_T$. Para $\lambda_2 < 0$, $\mu_T > 0$. Sendo que μ_T é a taxa de desativação de cianotoxinas, logo, esse é um valor sempre positivo, o que torna o autovalor λ_2 sempre negativo.

c) $\lambda_3 = r - \mu_Z$. Para $\lambda_3 < 0$, $\mu_Z > r$. Sendo que μ_Z é a taxa de mortalidade dos zooplânctons e r é a taxa de produção dos zooplânctons. Logo, para o autovalor ser negativo, a população de zooplânctons

deve estar decaindo. Portanto, para o Ponto 1 ser localmente e assintoticamente estável os três autovalores reais devem ser negativos.

Para a análise da estabilidade do ponto P_2 deve ser realizado um estudo do polinômio característico:

$$\psi_2(\lambda) = \lambda^3 + d_2\lambda^2 + d_1\lambda + d_0$$

A obtenção dos coeficientes com cálculos extensos e detalhados são omitidos. Para garantir a estabilidade local do ponto P_2 é necessário analisar o sinal da parte real de todos os autovalores. Como não é possível obter analiticamente as soluções de $\psi_2(\lambda) = 0$, é necessário analisar se as condições do critério de Routh-Hurwitz para o polinômio de grau 3 são satisfeitas. As condições são: $d_2 > 0$, $d_0 > 0$ e $d_2d_1 - d_0 > 0$.

Assumindo que todos os parâmetros são positivos, e considerando as condições para que P_2 seja biologicamente viável, verifica-se que $d_2 > 0$, e $d_0 > 0$, se $Q_0 < 1$ e negativo se $Q_0 > 1$. Através de uma extensa análise conclui-se que $d_2d_1 - d_0 > 0$ se $\beta > \rho$ e $d_2d_1 - d_0 < 0$ se $\beta < \rho$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS:

Neste trabalho desenvolvemos um modelo matemático com o propósito de estudar a dinâmica de interação entre zooplâncton e cianobactérias produtoras de toxinas. Supomos que, para as espécies deste modelo, a de zooplâncton se alimenta da espécie de cianobactérias que, por sua vez, produz uma toxina que mata o zooplâncton.

Com a análise de estabilidade local é possível prever o comportamento das trajetórias dinâmicas, indicando se, com o passar do tempo as populações irão entrar em extinção (caso em que o ponto trivial é localmente assintoticamente estável) ou se ambas espécies irão coexistir (caso em que o ponto P_2 é localmente assintoticamente estável). Os resultados mostraram que haverá extinção sempre que as condições de crescimento das cianobactérias e do zooplâncton forem desfavoráveis, como era de se esperar ($\gamma < \mu_A$ e $r < \mu_Z$). Por outro lado, ambas espécies irão coexistir se as condições de crescimento das cianobactérias forem favoráveis ($\gamma > \mu_A$) e, embora a taxa de produção do zooplâncton seja menor que a taxa de mortalidade ($r < \mu_Z$), sua manutenção e estabelecimento no meio é propiciada através do fato que, sua alimentação por cianobactérias é mais forte que o efeito maléfico das toxinas sobre sua população ($\beta > \rho$ e $Q_0 < 1$).

Para possibilitar um estudo analítico mais detalhado do modelo, fez-se necessárias algumas simplificações na construção do modelo matemático, tais como: crescimento malthusiano tanto para cianobactérias quanto para o zooplâncton, e produção de toxina proporcional à quantidade de cianobactérias.

Tais simplificações são razoáveis, e com elas o objetivo central deste projeto foi alcançado, que era propiciar condições para o estudante adquirir habilidades matemáticas, de análise e interpretação de sistemas dinâmicos, trazendo contribuições para sua formação acadêmica, especialmente por se tratar de um problema de grande interesse para a área Ambiental.

BIBLIOGRAFIA

- [1] AZEVEDO, Sandra. Toxinas de Cianobactérias : Causas e consequências para a Saúde Pública. **Revista Virtual de Medicina**, Rio de Janeiro, v. 1, n. 3, p. 1-16, Jul/Ago/Set de 1998. Disponível em: http://www.medonline.com.br/med_ed/med3/microcis.htm. Acesso em: 13 jan. 2023.
- [2] FERRÃO FILHO, Aloysio da Silva. Bioacumulação de cianotoxinas e seus efeitos em organismos aquáticos. **Oecol. Bras.**, v.13, n.2, p.272-312, 2009.
- [3] MOLICA, Renato; AZEVEDO, Sandra. Ecofisiologia de Cianobactérias Produtoras de Cianotoxinas. **Revistas UFRJ**, Rio de Janeiro, n. 12, v. 13, p. 229-246, mar. 2009.
- [3] TUNDISI, José ; TUNDISI, Takako. (1992). Eutrophication of lakes and reservoirs: a comparative analysis, case studies, perspectives. In:**Algae and Environment - a general approach**, eds.: Cordeiro- Marino, M. et al., pp. 1-33, Sociedade Brasileira de Ficologia.
- [4] ADRIANI, Lucila. **Remoção de cianobactérias e cianotoxinas em águas de abastecimento pela associação de flotação por ar dissolvido e nanofiltração**. 2009. Tese (Pós Graduação em Engenharia Ambiental) - Curso de Engenharia - Universidade Federal de Santa Catarina, 2009.
- [5] CAMPINAS, Margarida et al. Previsão da capacidade de remoção de cianobactérias e cianotoxinas na ETA de Alcantarilha. **Web of Science**, 2002. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.1/1115>. Acesso em: 13 de fev. 2023.
- [6] GER, Kemal; HANSSON, Lars-Anders; LURLING, Miquel. Understanding cyanobacteria-zooplankton interactions in a more eutrophic world. **Freshwater Biology**, n.9, v.59, p. 1783-1798, mai. 2014.
- [7] GULATI, Ramesh; DEMOTT, William. (1997) The role of food quality for zooplankton: remarks on the state-of-the-art, perspectives and priorities. **Freshwater Biology**, 38, 753–768.
- [8] GLIWICZ, Zbigniew; LAMPERT, Winfried. (1990) Food thresholds in Daphnia species in the absence and presence of blue-green filaments. **Ecology**, 71, 691–702.
- [9] BASSANEZI, Rodney Carlos; FERREIRA, Wilson Castro. Equações Diferenciais com Aplicações. 1ª Edição. Campinas: **Editora Harbra**, 1988.
- [10] MONTEIRO, Luiz. Sistemas Dinâmicos. 4ª Edição. São Paulo: **Livraria da Física**, 2019.