



XXXI Congresso de Iniciação Científica Unicamp

2023



Análise de Robustez em Métodos de Identificação de Sistemas

Autores:

Paulo Yoshio Kuga

Prof. Dr. Alberto Luiz Serpa (orientador)

Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP

Resumo

Este projeto avalia alguns métodos clássicos de identificação de sistemas para sistemas dinâmicos, considerando o efeito de ruídos gaussianos na identificação ou efeitos não-lineares. Avaliou-se a robustez dos métodos na identificação de um sistema linear (Massa-Mola-Amortecedor) e um sistema que possui efeitos não lineares (sistema carro-pêndulo). Nos dois casos, os resultados obtidos com a identificação são avaliados em termos da resposta temporal e de análises no domínio da frequência. Usualmente os métodos obtêm como resposta um sistema linearizado, e assim o efeito do ruído e de não linearidades serão considerados aspectos desconhecidos que afetam a identificação, permitindo uma análise crítica da robustez dos métodos, visando o emprego em situações da identificação de danos em sistemas. São analisados os algoritmos ARX, N4SID e ERA, todos implementados na linguagem Julia.

Palavras Chave: Identificação de Sistemas, Simulação Computacional, Sistemas dinâmicos, Vibrações de Sistemas Mecânicos.

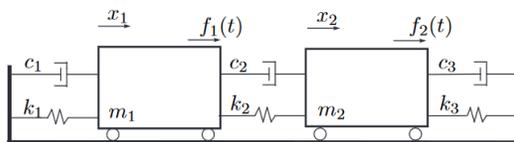
1 Objetivos

Neste trabalho, é proposto avaliar alguns métodos clássicos, como o N4SID de VAN OVERSCHEE e DE MOOR [3], o GRA desenvolvido por DE CALLAFON et al. [9], que é uma versão generalista do ERA de JUANG e PAPPA [2] e o ARX descrito em KURKA [8], verificando a robustez ao ruído e capacidade de identificação adequada quando são presentes efeitos não lineares considerados como incertezas do problema. São avaliadas as respostas no tempo e em relação ao domínio da frequência. As técnicas escolhidas fornecem como resultado um modelo linear, e com isso avalia-se tanto o efeito do ruído, como o causado pela resposta não linear do sistema. Nessas duas situações serão considerados o mapeamento entre a entrada e saída através dos respectivos modelos gerados, que serão então comparados criticamente aos modelos identificados pelos algoritmos.

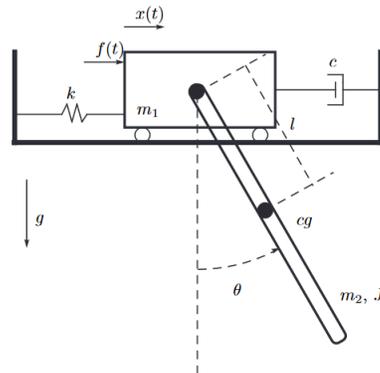
Serão considerados dois sistemas dinâmicos para avaliar os resultados dos métodos: 1) Sistema Massa-Mola-Amortecedor, intrinsecamente linear, cujo objetivo é a avaliação do efeito de ruídos

na identificação; e 2) Sistema carro-pêndulo, que possui efeitos não lineares em seu movimento oscilatório, cujo objetivo é avaliar a capacidade de identificação quando os efeitos não-lineares são aumentados. Nestes dois casos, a capacidade dos métodos em obter o sistema identificado é avaliada, sendo possível estabelecer as diferenças em relação ao esperado.

Um esquema ilustrativo do sistema Massa-Mola-Amortecedor é mostrado na Figura 1a e o do sistema carro-pêndulo é mostrado na Figura 1b. Vale notar, que nas figuras e nas equações, define-se como m as massas, c aos amortecimentos, k as rigidezes e f as forças aplicadas nas coordenadas. Define-se x_i como as posições dos carrinhos, no caso linear, e no caso não-linear define-se como J o momento de inércia, θ a coordenada do ângulo do pêndulo acoplado, e cg como sendo o centro de gravidade do carrinho.



(a) Sistema Massa-Mola-Amortecedor de 2 graus de liberdade e seus parâmetros típicos.



(b) Sistema carro-pêndulo e seus parâmetros típicos.

2 Metodologia

Como dito anteriormente, são considerados dois sistemas dinâmicos para avaliar os resultados dos métodos, efetuando-se a modelagem matemática dos mesmos, possibilitando a realização de simulações computacionais. Posteriormente, a implementação dos algoritmos de identificação é estudada e aspectos computacionais são analisados. Em seguida, os sistemas implementados serão excitados por uma classe de sinais sem ruído, e para tal, terão sua resposta de referência gerada.

Para o sistema linear, um ruído branco gaussiano, que varia de 0 à 100% da maior amplitude do sinal de cada entrada é adicionado ao sinal original. Esse ruído é gerado a partir de uma *engine* baseada no Algoritmo Mersenne Twister de MATSUMOTO e NISHIMURA [10] e uma *seed* (um número de referência que gera sempre o mesmo sinal). Controlando a amplitude deste sinal de ruído, a rotina implementada em Julia permite testar a robustez do algoritmo, possibilitando a avaliação de normas comparativas baseadas na resposta em frequência e no tempo. Com isto, é possível avaliar a robustez dos métodos de identificação.

Para o sistema carro-pêndulo, a não-linearidade existe devido ao movimento pendular. Para pequenos deslocamentos é possível ter um modelo linearizado que ainda assim pode ser considerado representativo, como descreve OGATA [5]. É esperado, que para no intervalo de ângulos onde a linearização seja válida, o algoritmo o identifique significativamente bem. Entretanto, a robustez será avaliada para uma situação onde a linearização já não possa ser assumida, de modo que se assume um intervalo de 0° a 90° com relação a condição inicial. Para tal, simula-se o sistema carro-pêndulo, utilizando um Método de Runge-Kutta de ordem 4 para a determinação da resposta no tempo que é usada na identificação, como apresentado em RUGGIERO [6].

Como métrica de erro, adota-se neste trabalho a métrica da norma 2, que de uma matriz qualquer $B_{l \times k}$ é definida como:

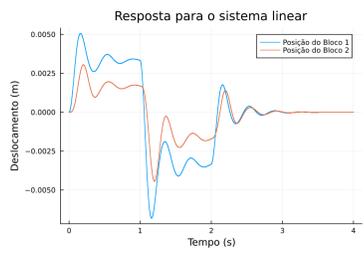
$$\|\mathbf{B}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l B_{ij}^2} \quad (1)$$

Posteriormente, é definida a matriz estimada (\mathbf{B}_e) com relação a matriz original (\mathbf{B}_o). Esta diferença é dividida pela norma da matriz original, de tal forma que obtém-se um resultado comparativo, da norma do erro com relação a norma do vetor. Desta forma, define-se o parâmetro ϵ que estabelece esta relação:

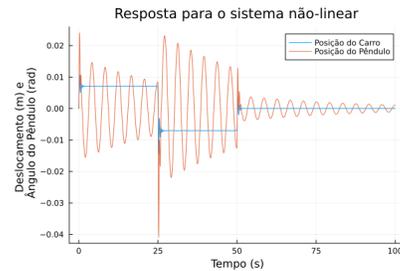
$$\epsilon = \frac{\|\mathbf{B}_e - \mathbf{B}_o\|_2}{\|\mathbf{B}_o\|_2} \quad (2)$$

3 Resultados

Para a geração dos resultados, os sistemas foram simulados e os ruído percentuais são aplicados nas respostas, no caso do Massa-Mola-Amortecedor. Desta forma, usando ou o comando *lsim* da biblioteca de controle da linguagem Julia implementada por CARLSON e FÄLK [4], para o caso linear. Para o caso não-linear, simula-se o sistema utilizando o Método de Runge-Kutta 4. Para efeito de verificação da coerência das repostas, simula-se o sistema utilizando da mesma força que será aplicada ao longo das análises, com condições iniciais nulas. Posteriormente, é avaliado qualitativamente o sinal, considerando aspectos como estabilidade da resposta e coerência com a força aplicada. Desta forma, obteve-se as figuras 2b e 2a, cujos resultados são coerentes com o que se esperaria na literatura de RAO [7].

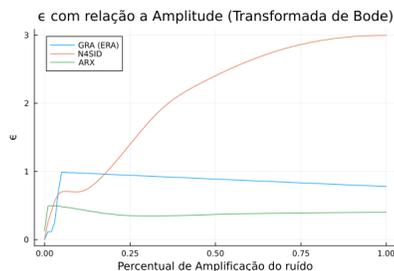


(a) Simulação para o sistema Massa-Mola-Amortecedor



(b) Simulação para o sistema Carro-Pêndulo

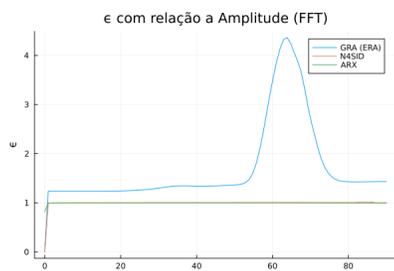
Utilizando dos códigos implementados, é possível simular e identificar os sistemas várias vezes, com diferentes parâmetros. Desta forma, pode-se utilizar a métrica apresentada em (2) para comparar respostas como a temporal da mesma força aplicada na identificação e o diagrama de Bode, que estabelece uma representação visual da amplitude e da fase do sistema para diferentes frequências do sistema estimado. Mas no caso, esses dados são gerados computacionalmente em um vetor, de tal forma que eles podem ser comparados utilizando a métrica. Com o aumento do percentual do ruído, obtém-se os resultados das figuras 3a e 3b para o sistema Massa-Mola-Amortecedor. Posteriormente, para o sistema não-linear do Carro-Pêndulo, toma-se a Transformada Discreta de Fourier, através do algoritmo *Fast Fourier Transform* (FFT). A FFT possibilita que um sinal discreto seja caracterizado em função das frequências contidas nele. Desta forma, ao comparar a amplitude e a fase para cada frequência, pode-se caracterizar o sinal e comparar com seu original. Com isso, obtém-se os resultados descritos nas figuras 4a e 4b.



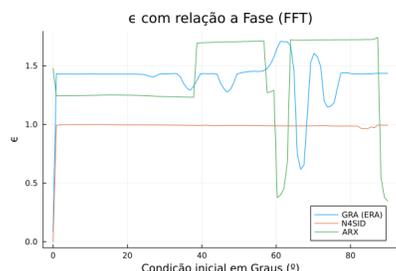
(a) ϵ para a Amplitude do Massa-Mola-Amortecedor



(b) ϵ para a Fase do Massa-Mola-Amortecedor



(a) ϵ para a Amplitude do Carro-Pêndulo



(b) ϵ para a Fase do Carro-Pêndulo

4 Discussões

Observando os resultados, pode-se avaliar que os algoritmos possuem um comportamento diferente nas duas situações. De forma geral, o ARX possui menos erro em ambas as situações. O algoritmo, em suma, realiza um procedimento que, a partir das informações de saída do sistema, produz sua interpretação criando um modelo linear. Entretanto, mesmo para a situação não-linear, o algoritmo produziu valores baixos de erro, mas, para a situação onde não há ruído, nem condição não-linear aplicada, ele produziu um erro diferente de zero. Este resultado era esperado, uma vez que os sistemas não possuem erro ou não-linearidade significativa. Várias hipóteses foram traçadas para esse problema, entretanto, a causa-raiz não foi encontrada.

Outro aspecto a destacar é a diferença do comportamento do N4SID para ambos os cenários. Para o cenário de ruído, o algoritmo possui um aumento do erro proporcional ao aumento do ruído, no que tange a amplitude, e para a fase, possui um comportamento significativamente melhor que o do ARX, porém, com variações significativas. Entretanto, para o cenário de não-linearidade, o algoritmo é o que tem a maior constância e o menor erro entre todos. Mesmo sobre condições severas de não-linearidade, o algoritmo consegue preservar seu erro com relação a fase e amplitude de maneira praticamente constante, possuindo melhor desempenho, dentre os três escolhidos, para lidar com fenômenos de não-linearidade, com relação ao sistema utilizado neste trabalho.

Por fim, para o GRA (ERA), para os resultados com ruído, verifica-se que ele possui o efeito inverso do N4SID, possuindo um grau de erro na amplitude, menor que o do supracitado. Entretanto, para a fase, o algoritmo teve um erro maior, porém, na sua curva de erro, possui um comportamento mais constante, independente da situação apresentada. Mesmo que o ruído aumente, o erro com relação a fase permanece o mesmo, o que possibilita que o sistema possa ser avaliado com a mesma taxa de erro, independentemente da condição a qual ele é submetida. Desta forma, entende-se que a constância do comportamento também é algo que deve ser avaliado como propriedade do algoritmo na sua utilização.

Ao longo deste trabalho, também foi notado que fatores como a amplitude do sinal de entrada e a discretização do problema são significativos na obtenção dos resultados. Entretanto, para o estudo, estes parâmetros foram fixados para uma abordagem inicial do problema. Foram considerados parâmetros que atendiam a limitação do hardware disponível para confecção dos resultados

e também foi considerada uma amplitude numérica que estivesse condizente com as dimensões do problema.

Este trabalho, não cobriu a questão do ruído e da não-linearidade combinados, entretanto, podemos inferir que utilizar apenas um algoritmo de identificação para um problema genérico não é conveniente, uma vez que cada um possui propriedades diferentes para ambos os efeitos. Considerando que a maioria dos fenômenos, quando medidos, possuem ruídos, devido aos seus sistemas de medição e não-linearidades, ambos podem ser relevantes, dependendo da análise que o usuário pretende fazer. Com isso, estabelece-se que a confiabilidade dos resultados da identificação é melhorada conforme mais técnicas sejam usadas.

5 Conclusões

Dos resultados obtidos neste trabalho, para a questão do ruído, pode-se observar que de forma geral, o ARX possui melhor performance para ambas as situações, porém tendo problemas na interpolação de resultados para condições nulas. Já, o N4SID possui boa robustez à não linearidade, porém na análise do sinal com o ruído de entrada, entre os algoritmos comparados, ele possui o pior desempenho, uma vez que seu erro aumenta proporcionalmente ao aumento do ruído. Por fim, o GRA (ERA), com relação as suas curvas de erro, possui menor variação para os casos, porém, possuindo maior erro com relação aos outros algoritmos. Com isso, pode-se concluir que, para resultados mais acurados na identificação, é necessária a utilização de mais de uma técnica de identificação de sistemas.

Referências

- [1] JUANG, J.; **Applied System Identification**. 1 ed. Prentice Hall PTR, 1994.
- [2] JUANG, J.; PAPPAS, Richard. S.; **An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction**. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 8, No. 5., 1985.
- [3] VAN OVERSCHEE, P.; DE MOOR, B.; **Subspace Identification of Linear Systems: Theory, Implementation, Applications**. Springer Publishing, 1996.
- [4] CARLSON, F. B., FÄLT, M. ; **Julia Control System Identification - Package Documentation**.
Disponível em: <https://docs.juliahub.com/ControlSystemIdentification/FH1SZ/2.0.2/>
- [5] OGATA, K.; **Engenharia de Controle Moderno**. 5 ed. Pearson Prentice Hall. 2010.
- [6] RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. **Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais**. 2 ed., Pearson Prentice Hall., 1996.
- [7] RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**, 5 ed. Prentice Hall, 2010.
- [8] KURKA, P. R. G. **Vibrações de Sistemas Dinâmicos - Análise e Síntese**, 2 ed., Elsevier, 2015.
- [9] De CALLAFON et al.; **General Realization Algorithm for Modal Identification of Linear Dynamic Systems**, *Journal of Engineering Mechanics*, Volume 134, Issue 9, September 2008.
- [10] MATSUMOTO, M. e NISHIMURA T., **Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator**, *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 1998.