



MODELAGEM MACROSCÓPICA DE FLUXO DE TRÁFEGO VEICULAR: DIAGRAMAS FUNDAMENTAIS

Palavras-chave: Ajustes de Curvas, Engenharia de Transportes, Engenharia de Tráfego

Isabella Matiacci Camargo,
Prof. Dr. Diego Samuel Rodrigues

Faculdade de Tecnologia, Universidade Estadual de Campinas

1 Introdução

Com o passar dos anos, o número de veículos dispostos pelas cidades tem aumentado consideravelmente por conta do avanço tecnológico e do crescimento populacional, fazendo com que as rodovias tenham suas capacidades de veículos alcançadas rapidamente e até mesmo ultrapassadas pela demanda do tráfego veicular [1]. Por isso, fica cada vez mais evidente a necessidade de entender a dinâmica do tráfego veicular, realizando estudos e aplicando modelos matemáticos capazes de compreender tal processo com o objetivo de reduzir a ocorrência de acidentes e prever congestionamentos.

Um dos pioneiros no desenvolvimento da teoria do fluxo de tráfego veicular foi o engenheiro americano Bruce Douglas Greenshields, que em 1934, em seu artigo [2] apresentou um estudo experimental do fluxo de tráfego medindo o volume real de uma seção de uma rodovia (quantidade de automóveis que passou pela seção estudada da rodovia em certo intervalo de tempo), em veículos por hora, e a velocidade desses veículos observados. Tal estudo permitiu-lhe produzir um gráfico, ao plotar a velocidade dos automóveis em função da densidade veicular, em veículos por milha, para o tráfego medido em uma faixa dessa rodovia. Ao aproximar os pontos por uma linha reta, ele criou o gráfico que ficou conhecido como diagrama fundamental, o qual foi posteriormente estudado e utilizado por vários outros autores com o objetivo de explicar e determinar outros fenômenos do tráfego veicular.

Assim sendo, a concepção de diagrama fundamental proposta por Greenshields ainda é relevante para compreender o fluxo de tráfego em rodovias e para o planejamento de novas estradas. Entretanto, por conta do passar dos anos e dos avanços tecnológicos, vários outros pesquisadores fizeram estudos adicionais sobre o assunto e publicaram os seus resultados em artigos e livros. Um deles é Harold Greenberg, que em seu artigo [1], de 1958, afirma

que os resultados de Greenshields são limitados devido à restrição ao acesso a melhores tecnologias de coleta de dados na época. Por isso, estudos adicionais são necessários para melhor entendimento da teoria de fluxo veicular.

Dessa maneira, um desses estudos adicionais foi realizado por Lighthill e Whitham [3], no qual em vez de utilizarem uma abordagem estatística para trabalhar com o tráfego veicular (como a maioria dos pesquisadores da teoria do fluxo veicular), utilizaram uma abordagem inspirada na teoria fluidodinâmica. Nesse caso, o tráfego de veículos é tratado como um fluido contínuo, no qual os automóveis são considerados como as partículas do fluido e o conjunto desses veículos resulta no fluido propriamente dito. Por conta dessa relação, a teoria física base utilizada para se realizar os cálculos é a teoria fluidodinâmica [4].

Como dito anteriormente, nesta análise o tráfego veicular será tratado como se fosse um fluido contínuo. Dessa forma, será permitido utilizar os conceitos da fluidodinâmica, exceto para densidades de tráfego muito baixas. Sendo assim, manipulando-se a equação do movimento de um fluido unidimensional, junto da relação fundamental descrita por Greenshields em [2] e [5], sabendo que a velocidade (u) depende da distância (x) e do tempo (t) da seguinte maneira, $u = u(x, t)$ e permitindo que a velocidade seja função apenas da densidade, $u = u(k)$, então, é possível descrever o fluxo do fluido pelas equações (1) e (2):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \left[u + \frac{c^2}{u'k} \right] \frac{\partial k}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + [u + ku'] \frac{\partial k}{\partial x} = 4, \quad (2)$$

em que $u' = du/dk$.

Para se ter uma solução não-trivial¹ da equação, o determinante resultante dos coeficientes das derivadas parciais deve ser igual a zero. Por isso,

$$\left(k \frac{du}{dk} \right)^2 = c^2 \quad (3)$$

e

$$\frac{du}{dk} = - \left(\frac{c}{k} \right), \quad (4)$$

na qual o sinal negativo é apenas aplicado ao se tirar a raiz quadrada da equação (3).

A equação (4) pode ser manipulada a fim de se obter a dependência entre a densidade

¹Na solução trivial $\frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial k}{\partial t} = 0$; o tráfego flui com os mesmos valores de velocidade (u) e densidade (k) dos propostos inicialmente.

do tráfego com a sua respectiva velocidade. Ou seja:

$$u = c \ln \left(\frac{k_j}{k} \right), \quad (5)$$

na qual c é uma constante e k_j é a densidade de congestionamento, quando ($u = 0$).

2 Metodologia

Foram considerados dois grupos de dados diferentes com as informações das velocidades dos veículos (em milhas/h) que passaram por uma rodovia e o intervalo de tempo que passou entre veículos sucessivos (*headway*). Os dados apresentados na Tabela 1 foram coletados com uma máquina *Simplex Productograph* no túnel norte do *Lincoln Tunnel*, nos Estados Unidos e os mostrados na Tabela 2 foram obtidos no *Merritt Parkway* usando perfis de tempo de cinco minutos (ou seja, foram calculadas a velocidade média e o *headway* médio para todos os veículos pertencentes a perfis de tempo iguais) e publicados em [6].

Tabela 2: Dados no *Merritt Parkway*, EUA. Fonte: [6].

Tabela 1: Dados do túnel norte do *Lincoln Tunnel*, EUA. Fonte: [1].

u (milhas/h)	k (veículos/milha)	u (milhas/h)	k (veículos/milha)
32	34	38,8	20,4
28	44	31,5	27,4
25	53	10,6	106,2
23	60	16,1	80,4
20	74	7,7	141,3
19	82	8,3	130,9
17	88	8,5	121,7
16	94	11,1	106,5
15	94	8,6	130,5
14	96	11,1	101,1
13	103	9,8	123,9
12	112	7,8	144,2
11	108	31,8	29,5
10	129	31,6	30,8
9	132	34	26,5
8	139	28,9	35,7
7	160	28,8	30
6	165	10,5	106,2
		12,3	97
		13,2	90,1
		11,4	106,7
		11,2	99,3
		10,3	107,2
		11,4	109,1

Tendo os dados dispostos pelas Tabelas 1 e 2, é possível construir o gráfico almejado que relaciona a velocidade (u) em função da densidade (k). Para isso faz-se necessário um desenvolvimento adicional da equação (5) a fim de facilitar a plotagem dos gráficos:

$$k = C \exp(u/B), \quad (6)$$

em que $C = \exp(-A/B)$.

3 Resultados e Discussão

Dessa maneira, tendo a equação (6) desenvolvida, foi utilizado a ferramenta de planilha Excel para aplicar o método dos mínimos quadrados e produzir gráficos dos ajustes das retas. A Tabela 3 condensa os valores para A , B e C obtidos segundo o método dos mínimos quadrados realizados na ferramenta de planilha e os encontrados por Greenberg [1].

Tabela 3: Comparação entre os valores das variáveis A , B e C obtidos pelo método dos mínimos quadrados pela autora e pelo Greenberg em [1]. Fonte: autoria própria.

Constante A	Constante B	Constante C
92,403	16.993	229,91
–	17,2	228
84,844	15,774	216,75
–	16,1	215

Os valores apresentados nas duas primeiras linhas da Tabela 3 são referentes à aplicação do método dos mínimos quadrados à Tabela 1 e os valores das duas últimas linhas referem-se à Tabela 2. Para os dados da Tabela 1, o resultado do ajuste linear é exibido na Figura 1. Para os dados da Tabela 2, o resultado do ajuste linear é exibido na Figura 2.

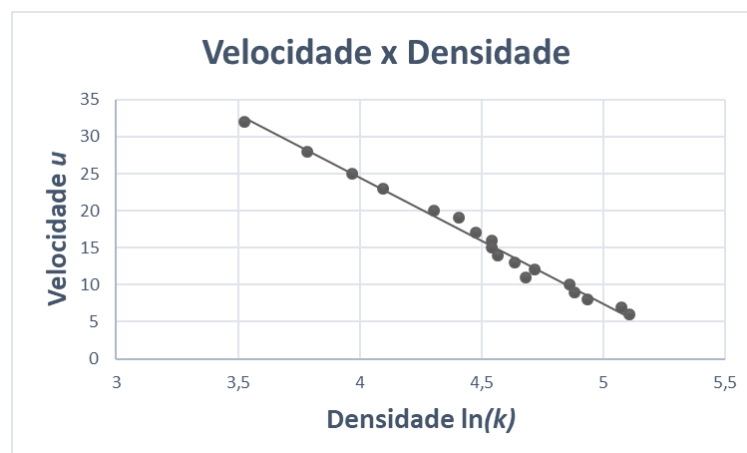


Figura 1: Gráfico da velocidade *versus* densidade dos dados coletados no tudo norte do *Lincoln Tunnel*, apresentados na Tabela 1, ajustados pelo método dos mínimos quadrados. Fonte: autoria própria.

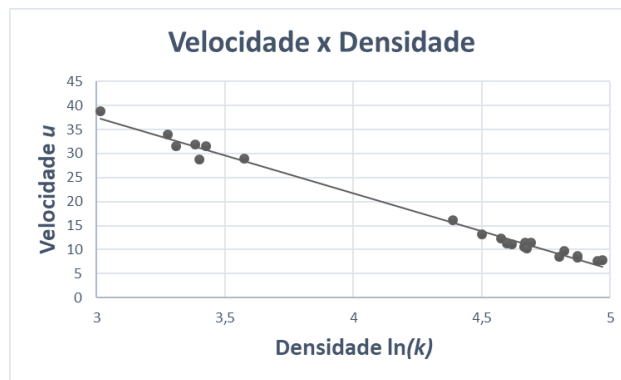


Figura 2: Gráfico da velocidade *versus* densidade dos dados coletados no *Merritt Parkway*, apresentados na Tabela 2, ajustados pelo método dos mínimos quadrados. Fonte: autoria própria.

4 Considerações Finais

A partir dos resultados exibidos, fica clara a semelhança entre os valores das variáveis A , B e C obtidos pelo método dos mínimos quadrados utilizando a ferramenta Excel e os apresentados por Greenberg, o que comprova a validade deste método em descrever coerentemente a teoria do fluxo veicular.

Referências

- [1] H. Greenberg, “[An Analysis of Traffic Flow](#),” *Operations Research*, vol. 7, pp. 79–85, Feb. 1959.
- [2] B. D. Greenshields, “[A Study of Traffic Capacity](#),” in *Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting of the Highway Research Board*, (Washington, D.C.), pp. 448–477, Highway Research Board, 1935.
- [3] M. J. Lighthill and G. B. Whitham, “[On kinematic waves II. A theory of traffic flow on long crowded roads](#),” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 229, no. 1178, pp. 317–345, 1955.
- [4] R. M. Velasco and W. Marques, “[Navier-Stokes-like Equations for Traffic Flow](#),” *Physical Review E*, vol. 72, p. 046102, 2005.
- [5] B. D. Greenshields, J. T. Thompson, H. C. Dickinson, and R. S. Swinton, “The photographic method of studying traffic behavior,” in *Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting of the Highway Research Board*, (Washington, D.C.), pp. 382–399, Highway Research Board, 1934.
- [6] M. J. Huber, “Effect of temporary bridge on parkway performance,” in *Highway capacity studies*, Bulletin 167, (New Haven, Connecticut), pp. 63–74, Highway Research Board, 1957.