



ATIVACÃO DE NÃO-LOCALIDADE EM REDES QUÂNTICAS

Palavras-Chave: Quântica, Emaranhamento, Não-Localidade

Autores:

Thales Gottardello Marrafon, IFGW - UNICAMP

Gabriela Ruiz (coautora), IFGW - UNICAMP

Prof. Dr. Rafael Luiz da Silva Rabelo (orientador), IFGW - UNICAMP

Introdução

A teoria quântica apresenta muitas propriedades que não estão presentes em nenhuma teoria clássica da Física. Entre elas está o emaranhamento, que estabelece relações entre sistemas quânticos que não podem ser decompostas em combinações de relações mais simples.

Em 1964, John Bell [1] descobriu que estados emaranhados, quando medidos, podem resultar em distribuições probabilísticas cujos valores médios não podem ser reproduzidos por nenhuma teoria local, como é o caso de qualquer teoria clássica da física. As correlações entre sistemas que geram tais resultados são chamadas de não-locais. Desde então a não-localidade se tornou um importante objeto de estudo tanto para compreensão das questões fundamentais da teoria quântica quanto para aplicações, como é o caso da criptografia independente de dispositivo [2] e da distribuição de chaves quânticas [3].

Mais tarde, em 1989, Werner mostrou que o emaranhamento é condição necessária, mas não suficiente, para expressão de não-localidade. Porém, ainda não se sabe exatamente como as duas propriedades estão relacionadas e, além disso, posteriormente foram criados protocolos que permitem utilizar várias cópias de um estado local para destilar seu emaranhamento ou distribuir o estado em uma rede, fazendo com que sejam obtidos comportamentos não-locais.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho foi explorar protocolos de distribuição de estados emaranhados em rede, buscando obter correlações não-locais a partir de estados que são locais, quando apenas uma cópia é utilizada.

Metodologia

O trabalho todo analisa os comportamentos dos estados gerados pela parametrização

$$\rho_H = w |\psi^+\rangle\langle\psi^+| + (1 - w) |00\rangle\langle 00|, \quad w \in [0, 1], \quad |\psi^+\rangle = \frac{|10\rangle + |01\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (1)$$

que é essencialmente a aplicação de um ruído ($|00\rangle\langle 00|$) a um estado da base de Bell ($|\psi^+\rangle\langle\psi^+|$), emaranhado. A análise foi dividida em quatro partes: emaranhamento, localidade, não-localidade e não-localidade em rede. Para cada uma foram usados métodos específicos, que serão descritos, para encontrar-se cotas máximas ou mínimas para o parâmetro w para as quais o estado resultante da equação 1 apresenta a propriedade especificada.

Para testar o emaranhamento foi utilizado o teste apresentado em [4], que apresenta a condição necessária e suficiente para emaranhamento de que a operação de transposição parcial sobre qualquer uma das partes tenha pelo menos um autovalor negativo.

Para testar a localidade dos estados, foi usado o método numérico desenvolvido em [5; 6]. Esse método, na forma construída, utiliza medições projetivas para construir um modelo de variável oculta local (LHV) para representar as probabilidades dos resultados das medições, já que todo comportamento local pode ser reproduzido por um modelo LHV [7]. Utilizando esses recursos, o método constrói um programa semi-definido (SDP) para encontrar medições projetivas para as quais o estado admite um modelo LHV e é, portanto, local. A implementação numérica da SDP foi feita por Gabriela Ruiz e está disponível em [8].

Para testar não-localidade foram analisadas duas desigualdades de Bell, a CHSH [9] e a I_{3322} [10], que estabelecem cotas máximas para os valores esperados de uma determinada combinação linear entre medições de diferentes observáveis por cada parte que compartilha o estado. Assim, se a desigualdade é violada, o estado é não-local.

Foram implementados os métodos de *see-saw* [11] e de *see-saw* modificado [12] para analisar a violação ou não de cada desigualdade, cujos resultados podem ser comparados para se usar o melhor. O *see-saw* faz uma otimização do valor da desigualdade sobre as medições utilizadas, enquanto o modificado faz essencialmente o mesmo, porém fazendo a decomposição espectral dos operadores.

Por fim, para analisar a não-localidade em rede e otimizar sobre o valor mínimo de w , foram considerados três cenários e dois métodos diferentes. Os cenários estão ilustrados na Figura 1. Já os métodos aplicados foram o *entanglement swap* e uma desigualdade não-linear, descritos a seguir.

No *entanglement swap*, uma ou algumas partes atuam por meio de operações locais e comunicação clássica (LOCCs) com as outras partes, com o objetivo de que duas ou mais partes que antes não compartilhavam estados emaranhados agora o façam. Após esse processo, uma desigualdade de Bell pode ser testada entre essas partes. Foram utilizados os protocolos apresentados em [13]

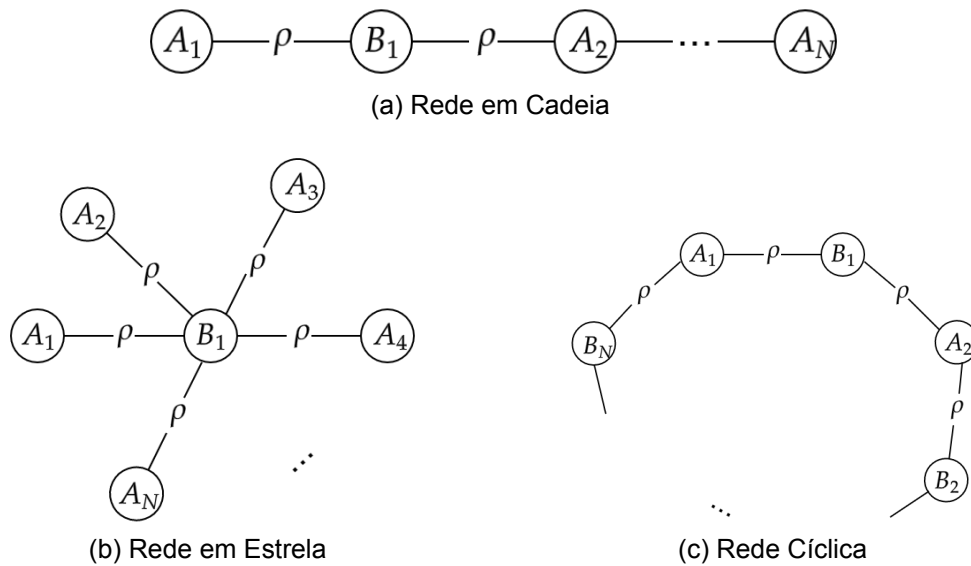


Figura 1: Cenários especiais de redes

para os cenários de cadeia e estrela.

Para testar a desigualdade não-linear, foram utilizados os métodos e a desigualdade de rede apresentados em [14], nos quais é contado o número de partes independentes de partes na rede, ou seja, partes que não compartilham estados entre si. A partir disso é construída uma desigualdade com propriedades não-lineares.

Resultados e Discussão

Os resultados obtidos para cada método e cenário para os casos de não-localidade com uma cópia e em rede estão nas Tabelas 1 e 2, respectivamente. Os melhores resultados obtidos para cada propriedade estão na Figura 2. Os códigos feitos pelo autor e utilizados para obter os resultados estão disponíveis em [15].

Percebe-se que para o *entanglement swap* obtém-se, na configuração de cadeia, menos estados não-locais a partir da parametrização conforme aumenta-se o número de recursos na rede. Para o cenário de estrela, os resultados melhoram com o número de estados, mas até um valor mínimo.

Com a desigualdade não-linear foram obtidos resultados que, com os números de estados utilizados, não têm tendência aparente, mas que chegaram ao melhor valor entre os dois métodos, de $w = 0.630$.

Apesar de não ter sido verificada uma ativação de não-localidade, como percebe-se pela Figura 2, obteve-se resultados melhores do que os apresentados pelas desigualdades quando apenas uma cópia do estado é utilizada. Dessa forma, pode-se dizer que houve uma vantagem com a distribuição dos estados em uma rede, além de gerar um conhecimento melhor sobre os comportamentos

	CHSH	I3322
See-saw	0.707	0.750
See-saw Modificado	-	0.750

Tabela 1: Valores mínimos de w calculados para que $\rho_H(w)$ seja não-local com uma cópia

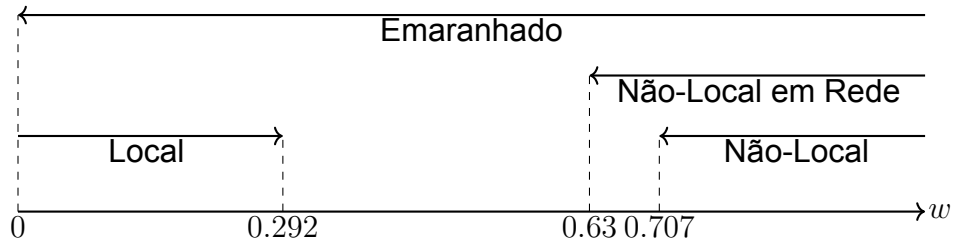


Figura 2: Resultados obtidos para emaranhamento, localidade, não-localidade e não-localidade em rede para a família de estados ρ_H

dos estados resultantes da parametrização.

Conclusões

Foram obtidos resultados para o emaranhamento e o comportamento local ou não de estados obtidos da parametrização $\rho_H = w |\psi^+\rangle\langle\psi^+| + (1 - w) |00\rangle\langle 00|$. Foram também obtidos estados, a partir da parametrização, que são não-locais em rede, por dois métodos diferentes (*entanglement swap* e desigualdade não-linear) e em três redes diferentes (cadeia, estrela e cíclica).

Ainda fica aberta a questão de ativação da não-localidade, que pode vir a ser revelada com estudos mais persistentes em cada aspecto aqui estudado. No entanto, os resultados obtidos são essenciais para aplicações que dependem de não-localidade, tanto em uma cópia quanto em redes, como por exemplo protocolos de criptografia.

Entanglement Swap	n geral	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n \rightarrow \infty$
Cadeia	-	0.906	-	0.957	-	1
Estrela	$2^{(n+1)/n}/\pi$	0.900	0.802	0.757	0.731	0.637
Desigualdade Não-Linear						
Cadeia	-	-	0.707	0.707	0.750	-
Estrela	-	-	0.707	0.707	0.707	-
Cíclica	-	-	0.630	0.719	0.660	-

Tabela 2: Valores mínimos de w para que $\rho_H(w)$ seja não-local em cada rede analisada com n cópias

Referências

- [1] John S Bell. On the einstein podolsky rosen paradox. Physics Physique Fizika, 1(3):195, 1964.
- [2] Artur K Ekert. Quantum cryptography and bell's theorem. In Quantum Measurements in Optics, pages 413–418. Springer, 1992.
- [3] Antonio Acin, Nicolas Gisin, and Lluís Masanes. From bell's theorem to secure quantum key distribution. Physical review letters, 97(12):120405, 2006.
- [4] Asher Peres. Separability criterion for density matrices. Physical Review Letters, 77(8):1413, 1996.
- [5] Daniel Cavalcanti, Leonardo Guerini, Rafael Rabelo, and Paul Skrzypczyk. General method for constructing local hidden variable models for entangled quantum states. Physical review letters, 117(19):190401, 2016.
- [6] Flavien Hirsch, Marco Túlio Quintino, Tamás Vértesi, Matthew F Pusey, and Nicolas Brunner. Algorithmic construction of local hidden variable models for entangled quantum states. Physical review letters, 117(19):190402, 2016.
- [7] Reinhard F Werner. Quantum states with einstein-podolsky-rosen correlations admitting a hidden-variable model. Physical Review A, 40(8):4277, 1989.
- [8] Gabriela Ruiz. https://github.com/BiduRuiz/SDP_LocalModels.git, June 2022.
- [9] John F Clauser, Michael A Horne, Abner Shimony, and Richard A Holt. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. Physical review letters, 23(15):880, 1969.
- [10] Daniel Collins and Nicolas Gisin. A relevant two qubit bell inequality inequivalent to the chsh inequality. Journal of Physics A: Mathematical and General, 37(5):1775, 2004.
- [11] Reinhard F Werner and Michael M Wolf. Bell inequalities and entanglement. arXiv preprint quant-ph/0107093, 2001.
- [12] Tassius Temistocles, Rafael Rabelo, and Marcelo Terra Cunha. Measurement compatibility in bell nonlocality tests. Physical Review A, 99(4):042120, 2019.
- [13] Aditi Sen, Ujjwal Sen, Časlav Brukner, Vladimír Bužek, Marek Żukowski, et al. Entanglement swapping of noisy states: A kind of superadditivity in nonclassicality. Physical Review A, 72(4):042310, 2005.
- [14] Ming-Xing Luo. Computationally efficient nonlinear bell inequalities for quantum networks. Physical Review Letters, 120(14):140402, 2018.
- [15] Thales G. Marrafon. <https://github.com/thalesgmarrafon/Activation-of-Quantum-Nonlocality>, April 2023.