XXXI Congresso de Iniciação Científica 2023 Unicamp

ANÁLISE E PROJETOS DE SISTEMAS HÍBRIDOS: FUNDAMENTOS E APLICAÇÕES

Palavras-chave: Sistemas híbridos, Teoria de controle, Sistemas dinâmicos

Autores:
João Pedro Meira Gonçalo - FEEC/Unicamp
Prof. Dr. Matheus Souza (orientador) - FEEC/Unicamp

Introdução

Neste projeto de Iniciação Científica, foi proposto como tema o estudo de Sistemas Dinâmicos Híbridos. Esse tipo de sistema tem como principal característica a combinação de uma dinâmica contínua com uma dinâmica discreta em sua resposta [1, 2]. Em nosso tema de projeto, procuramos analisar as subclasses de sistemas híbridos de Sistemas Impulsivos com Saltos, Sistemas Chaveados com chaveamento arbitrário e Markoviano.

Sistemas dinâmicos híbridos são uma combinação de fluxos, presentes em sistemas contínuos, e saltos, que são característicos do comportamento de sistemas discretos. Em resumo, essa categoria de sistemas pode ser descrita pelo seguinte modelo dinâmico

$$\mathcal{H} \ : \ \begin{cases} \dot{x} = f(x), & x \in \mathbb{X}_C, \\ x^+ = g(x), & x \in \mathbb{X}_D, \end{cases} \tag{1}$$

sendo $\mathbb{X}_C$ e $\mathbb{X}_D$ os conjuntos de fluxo e de salto e f e g as respectivas transformações associadas.

Aplicações típicas da classe de sistemas híbridos estão centradas em sistemas de controle amostrado, para os sistemas com saltos impulsivos. Para sistemas chaveados com chaveamento arbitrário, essas aplicações abrangem o uso em circuitos eletrônicos de potência para o chaveamento, bem como o ajuste de ganhos variados em estruturas de controle. Para o caso de sistemas markovianos, existem usos centrados em falhas de sensores e de atuadores e em perdas de pacotes em sistemas de controle por meio de redes.

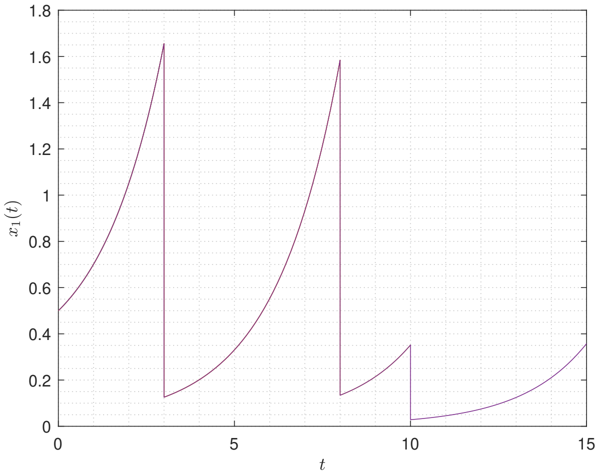

Figura 1: Exemplo de simulação temporal de uma das variáveis de estado para um sistema dinâmico híbrido (no caso, com saltos impulsivos).

Metodologia

A metodologia para o estudo deste tema de pesquisa se baseou em estudo da análise de resposta temporal, estabilidade e condições de projeto de cada subclasse de sistema híbrido. Em termos de materiais, foram necessários, basicamente, recursos computacionais e bibliográficos, requisitos que são muito bem atendidos pela infraestrutura atual da FEEC/UNICAMP.

Nesse sentido, foi realizados estudos dirigidos, e centrada nas referências necessárias e direcionados a partir de reuniões e encontros regulares entre o discente e o docente. Foram trabalhados, a partir dessas reuniões, tanto os elementos teóricos presentes na formulação e demonstração dos resultados estudados, quanto os elementos computacionais, presentes na implementação e na simulação dos testes em softwares como o *Matlab*®. Estas habilidades são essenciais para o desenvolvimento dos resultados do projeto.

Resultados e Discussão

Na classe de *Sistemas Impulsivos* (lineares invariantes no tempo), os saltos ocorrem incidindo no próprio estado da dinâmica de fluxo do sistema, respeitando o modelo de espaço de estados (para entrada nula)

$$\mathcal{S}_{\mathcal{I}} \;:\; \begin{cases} \dot{x}(t) & = Ax(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}) \\ x(t_k) & = Kx(t_k^-), \;\; k \in \mathbb{N} \\ y(t) & = Cx(t), \end{cases} \tag{2}$$

sendo $t_k^- = \lim\limits_{t \to t_k} t$. Ou seja, em cada intervalo $[t_k, t_{k+1})$ temos uma dinâmica de fluxo $Ax(t)$ diferente limitada pelos saltos $Kx(t_k^-)$ nos instantes t_k.

Estudando a matriz de dinâmica de fluxos A e a matriz de saltos K, conseguimos estabelecer critérios de estabilidade a partir dos autovalores e períodos entre saltos. Além disso, é possível estabelecer condições de desempenho de energia de estado a partir de equações de Lyapunov [3].

Na classe de *Sistemas Chaveados*, temos o modelo de sistema dinâmico invariante no tempo linear

$$\mathcal{S}_{\mathcal{C}} \;:\; \begin{cases} \dot{x}(t) & = A_{\sigma(t)}x(t), \qquad \sigma : t \to i \in \{1, \dots, N\} \\ y(t) & = C_{\sigma(t)}x(t), \end{cases} \tag{3}$$

em que $\sigma(t)$ é a função de comutação que seleciona, em cada instante de tempo t o subsistema $\sigma(t)$ (ou as matrizes $A_{\sigma(t)}$ e $C_{\sigma(t)}$ correspondentes ao modo do sistema) que define o fluxo de x em instantes imediatamente posteriores a t [4].

Para uma função de comutação arbitrária, podemos projetar um chaveamento entre os modos de operação do tipo controle, em que conseguimos estabilizar e melhorar o desempenho do sistema. Na análise de estabilidade, por exemplo, devemos analisar funções de Lyapunov para cada subsistema possível dentro do conjunto de modos de operação, resultando nas desigualdades de Lyapunov-Metzler [5].

No entanto, devemos considerar restrições que nos deparamos nos cenários práticos, como tempo mínimo de chaveamento e disponibilidade de certas comutações entre os subsistemas específicos.

Alternativamente, temos situações de sistemas em que não é possível controlar a chave σ (chaveamento como perturbação, por exemplo). Neste caso, podemos utilizar a modelagem de *Sistemas Markovianos*, em que σ é uma variável aleatória gerada por um processo Markoviano [6]. Embora σ não possa ser projetada de forma a estabilizar o sistema, as condições de estabilidade para sistemas Markovianos exploram propriedades estatísticas de σ para obter condições menos conservadoras de estabilidade (estocástica) do que aquelas para uma regra de comutação completamente arbitrária.

Aqui, tornam-se importante noções de estabilidade por média quadrática, estabilidade estocástica e estabilidade exponencial por média quadrática (todas definidas em função da esperança de estado $E[x(t_k)^T x(t_k)]$, sendo t_k os instantes de chaveamento) [7].

Conclusões

Por fim, podemos concluir o estudo e a análise dessa classe peculiar de sistema dinâmico. Aqui mostramos como o casamento de duas dinâmicas aparentemente antagônicas – a contínua e a discreta – pode ser abordado de forma sistemática, a partir do conhecimento prévio de como as dinâmicas contínuas e discretas evoluem separadamente.

Referências

[1] Rafal Goebel, Ricardo G Sanfelice, and Andrew R Teel. *Hybrid dynamical systems: modeling, stability, and robustness.* Princeton University Press, 2012.

[2] J. Lunze and F. Lamnabhi-Lagarrigue, editors. *Handbook of Hybrid Systems Control.* Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2009.

[3] M. Souza. *Contribuição à Teoria de Sistemas Amostrados: Análise, Controle e Estimação.* PhD thesis, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Unicamp, 2015.

[4] Z. Sun and S. S. Ge. *Switched Linear Systems: Control and Design.* Communications and Control Engineering. Springer-Verlag, London, UK, 2005.

[5] Grace Silva Deaecto. *Sıntese de controle para sistemas dinâmicos com comutaçao.* PhD thesis, Dissertaçao de Mestrado, UNICAMP, Campinas-SP, Brasil, 2007.

[6] O. L. V. Costa, M. D. Fragoso, and M. G. Todorov. *Continuous-time Markov Jump Linear Systems.* Probability and Its Applications. Springer-Verlag, Berlin, DE, 2013.

[7] Alim Pedro de Castro Gonçalves et al. *Controle dinâmico de saída para sistemas discretos com saltos markovianos.* PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, 2009.