



DISPERSÃO POPULACIONAL DE POPULAÇÕES QUE INTERAGEM NA PRESENÇA DE IMPACTO AMBIENTAL

Palavras-Chave: ECOLOGIA MATEMÁTICA, ANÁLISE NUMÉRICA, IMPACTO AMBIENTAL

Autores:

ANA CAROLINA SANTOS DA SILVA, IMECC - UNICAMP

Prof. Dr. JOÃO FREDERICO DA COSTA AZEVEDO MEYER (orientador), IMECC - UNICAMP

INTRODUÇÃO:

Estudos de sistemas não-lineares de equações diferenciais ordinárias permitem deduzir que grande parte das situações de convívio de espécies competitivas naturais acontecem por um modo relativamente instável. Portanto, modificações que dão por origens diversas, como é o caso da presença de uma pluma poluente em um ambiente aquático, afetam o equilíbrio de convívio das espécies, sendo que cada espécie é afetada com graus de impacto diferentes, gerando um desequilíbrio no ecossistema.

Isto leva à dedução de que, ao se desenvolver esforços para a recuperação da biota em áreas atingidas, ou até mesmo no planejamento de recuperação da biota em áreas que venham a ser impactadas de modo significativo, é extremamente necessário propor modelos computacionais e gerar cenários de possíveis desfechos para o ecossistema, tornando-se, então, uma prioridade para se estabelecerem medidas de prevenção, conservação e/ou introdução de espécies, sejam essas nativas ou exóticas.

O modelo adotado neste trabalho foi feito por meio de sistemas de equações diferenciais não-lineares do tipo das de Lotka-Volterra, por conta da dinâmica entre espécies estudadas ser interespecífica, acoplado às equações de Difusão-Advecção para a pluma poluente. Quanto às condições de contorno, foram usadas, conforme a região da fronteira do domínio em estudo, tanto condições de Dirichlet-homogêneas, quanto de von Neumann-homogêneas. A condição inicial levou em consideração uma distribuição homogênea das espécies em interação, bem como a origem do impacto ambiental, seja um descarte regular de poluente, seja um acidente eventual.

METODOLOGIA E RESULTADOS:

Para que este trabalho fosse realizado de uma maneira efetiva e muito similar ao real, foi necessário fazer, primeiramente, uma dinâmica interativa de populações, isto é, estudar as variações populacionais e procurar entender as causas nas espécies afetadas.

Para a dinâmica de populações das espécies, foi considerado o sistema de equações de competição interespecífica, ou seja, espécies diferentes competindo pelos mesmos recursos, como comida, dentro do mesmo ambiente, e intraespecífica, ou seja, indivíduos da mesma espécie competindo pelos mesmos recursos, dentro do mesmo ambiente, ambos de tipo Lotka-Volterra, sendo eles:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax\left(1 - \frac{x}{k}\right) - bxy \\ \frac{dy}{dt} &= cy\left(1 - \frac{y}{L}\right) - exy\end{aligned}$$

Pensando na situação inicial de duas espécies interagindo na presença de um impacto ambiental, é preciso, então, acoplar a dinâmica de populações com a dispersão de poluentes.

Chegou-se à conclusão que uma das melhores maneiras de fazer essa junção seria através das equações de advecção-difusão-reação, um exemplo de EDPs que modelam fenômenos de difusão e transporte, que, no nosso caso, se refere à dinâmica do poluente em meio aquático, em conjunto com as equações de Lotka-Volterra.

Uma das formas de realizar a representação matemática da dispersão de poluentes em meio aquático e da dinâmica de população das espécies que vivem nesse meio aquático, através da equação de advecção-difusão-reação, é usando que, para $c = c(x, y, t)$, com $(x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$ e $t \in J = (0, T]$, a equação é dada por:

$$\frac{\partial c}{\partial t} - \alpha \Delta c + \bar{V} \nabla c + \mu c = f$$

sendo que c representa a concentração de poluentes no meio, $\frac{\partial c}{\partial t}$ representa a variação dessa concentração pelo tempo, $\alpha \Delta c$ é o processo difusivo, ou seja, a maneira com a qual o poluente se espalha pelo meio e $\bar{V} \nabla c$ descreve o processo de transporte, sendo que μc é a degradação do poluente.

Com essa equação, podemos descrever a dispersão de poluentes, como dito anteriormente, mas é necessário, ainda, indicar as condições iniciais das populações e as condições de contorno da área do ambiente aquático, que é onde a dispersão irá ocorrer, para que os resultados do trabalho sejam os mais fiéis possíveis ao que estará sendo desenvolvido no ambiente real.

Para se calcular as condições de contorno do problema, é, primeiramente, necessário que exista uma condição inicial, que deve ser dada. Essa condição inicial leva em consideração uma distribuição homogênea pelo espaço das espécies em interação, assim como a origem do impacto ambiental, seja ela um descarte regular, seja um acidente eventual.

Neste caso, vamos supor que a condição inicial para o poluente é:

$$c(x, y, 0) = c_0(x, y) \quad , \quad (x, y) \in \Omega$$

sendo que $c(x, y, 0)$ é a concentração de contaminante no tempo t no ponto (x, y) do domínio.

Para a condição de contorno, partindo do pressuposto de que o meio aquático pode ser simplificado como sendo uma malha, serão usadas equações de Dirichlet e de von Neumann homogêneas, dependendo de como é a região do domínio em estudo, que representará todos os pontos, incluindo aqueles da fronteira da malha.

Para von Neumann homogênea, tem-se que todos os pontos na fronteira, $\partial \Omega = ([0, H] \times \{u\}) \cup ([0, H] \times \{L\}) \cup (\{0\} \times [0, L]) \cup (\{H\} \times [0, L])$, correspondem a pontos onde a função é desconhecida, sendo:

$$\frac{\partial c(x, y, t)}{\partial \eta} \Big|_{\Gamma} = 0$$

sendo que Γ representa a fronteira do domínio. Desse modo, é possível considerar que não existe passagem de poluente pela margem.

Para descrever a evolução das dinâmicas populacionais das duas espécies em meio aquático, foi necessário considerar quatro pontos essenciais: dispersão populacional, processos migratórios, mortalidade induzida e capacidade de suporte. Para descrever as duas populações, foi usado $p = p(x, y, t)$ e $q = q(x, y, t)$.

O padrão da dispersão populacional representa a distribuição da população no espaço enquanto indivíduos, dentro da equação é representado por $\alpha \Delta p$, onde α é o coeficiente de dispersão populacional da espécie p , a migração representa o deslocamento da população, esse fenômeno é representado pelo termo $\bar{V} \nabla p$, sendo que \bar{V} é a velocidade de migração da espécie p .

A mortalidade induzida é a morte da espécie produzida pelo meio no qual ela está ambientada. O termo que a representa dentro da equação é o μp . Termos análogos descrevem a situação da população q .

A inclusão da capacidade de suporte é descrita por Verhulst, com a qual é explicado que a dinâmica vital, ou seja, o crescimento da população, tem uma predisposição natural para sofrer inibição no crescimento, tendendo sempre à um valor limite, que é a capacidade de suporte do meio para a população, ao longo do tempo, que pode ser expressa por:

$$\lambda p \left(1 - \frac{p}{K}\right)$$

sendo que λ é a taxa de crescimento da espécie e K é a capacidade de suporte do meio.

É importante ressaltar que na análise da capacidade de suporte são consideradas as interações interespecíficas e intraespecíficas, como competição e predação entre as espécies, e interações externas, que, no caso específico deste trabalho, que tem um estudo voltado para o meio aquático, pode ser a pesca dos indivíduos das espécies estudadas.

A partir desses dados, foram feitas equações para analisar cada espécie estudada. Como, neste trabalho, é tratado de duas espécies, que são chamadas, inicialmente de p e q , suas equações seriam, respectivamente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} - \alpha_p \Delta p + \bar{V}_p \nabla p + \mu p &= \lambda_p p \left(1 - \frac{p + \gamma_{pq} q}{K_p}\right) + \beta_{pq} pq - k_{pc} p \\ \frac{\partial q}{\partial t} - \alpha_q \Delta q + \bar{V}_q \nabla q + \mu q &= \lambda_q q \left(1 - \frac{q + \gamma_{qp} p}{K_q}\right) + \beta_{qp} qp - k_{qc} q \end{aligned}$$

com condições iniciais:

$$A(x, y, 0) = A_0(x, y)$$

$$B(x, y, 0) = B_0(x, y)$$

e condições de contorno:

$$\frac{\partial A(x, y, t)}{\partial \eta} \Big|_{\Gamma} = 0$$

$$\frac{\partial B(x, y, t)}{\partial \eta} \Big|_{\Gamma} = 0$$

Para a discretização do domínio, fez-se o uso de uma malha quadriculada sobre a região do meio que está em estudo, obtido através do método de diferenças finitas, que foi o lago do Parque Ecológico Hermógenes de Freitas Leitão, quanto maior a quantidade de nó na malha, melhor discretizado o domínio estará.



Figura 1: Imagem por satélite do domínio.
Fonte: Google Maps

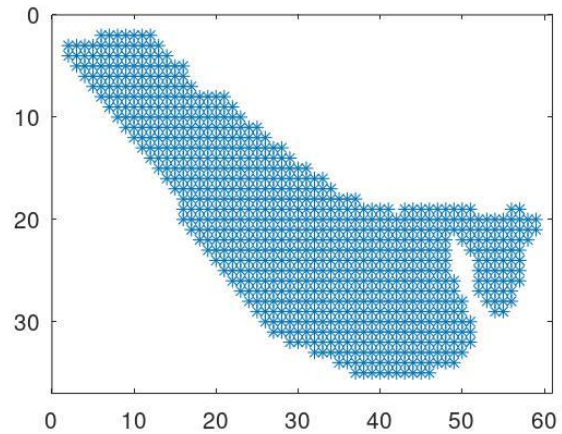


Figura 2: Discretização do domínio por diferenças finitas, obtido através do Octave.

Este método retornou 1 se o nó da malha estivesse na água, ou 0 se estivesse na terra. Cada ponto do domínio foi descrito através de 5 informações: o índice dos nós à esquerda, abaixo, à direita e acima dele e a sua condição de fronteira. Considerando 8 possíveis condições de fronteira, além dos nós internos, construiu-se uma matriz de nn linhas, sendo que nn é o número de nós numerados da nossa matriz inicial, e 5 colunas, para armazenar na i -ésima linha as informações à respeito do nó de índice i .

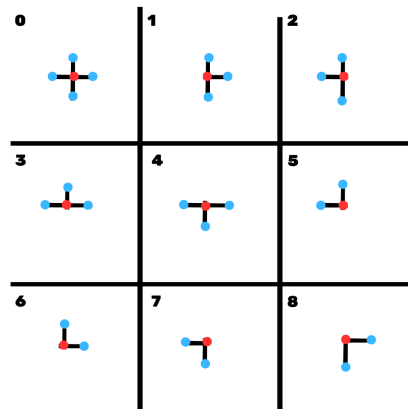


Figura 3: Tabela contendo os índices das fronteiras. O ponto vermelho representa o nó i , os pontos azuis representam um nó com valor não nulo.

Abaixo, tem-se um gráfico preliminar da superfície da distribuição do poluente em um meio aquático, note que o ponto mais ao alto é onde se localiza o emissor (fonte) do poluente. O gráfico foi obtido resolvendo o problema com o método de diferenças finitas, num ambiente computacional Octave.

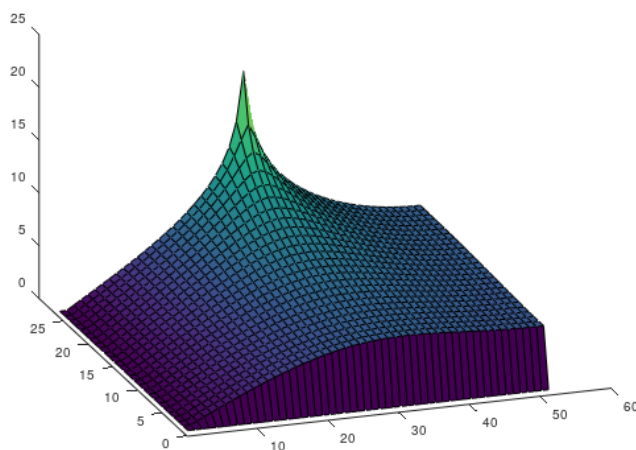


Figura 4: Gráfico da superfície da distribuição do poluente em um lago.

CONCLUSÕES:

Portanto, este trabalho de iniciação científica estudou modelos para a modelagem da dispersão populacional de espécies aquáticas que interagem em seu ambiente de convívio, com a simulação, em particular, para quando há a contaminação do domínio, neste caso, o lago, com variação de parâmetros, como, por exemplo, taxa de mortalidade da espécie ou taxa de poluição.

Por conta da variação de parâmetros, foi possível simular diversos cenários, ajudando a entender o comportamento de desequilíbrios ambientais naturais, ou causados por desastres ambientais, tornando a análise das diferentes respostas da biota para diferentes parâmetros de contaminação.

A partir do estudo dos resultados obtidos com este trabalho, ainda, é possível, futuramente, criar estratégias de combate ao impacto ambiental em biotas aquáticas, principalmente, trazendo, assim, mais eficiência para as ações de recuperação da biodiversidade de locais já prejudicados, redução de danos de ações de contaminações naturais e, até mesmo, contenção de futuros desastres por ações humanas.

BIBLIOGRAFIA

- EDELSTEIN-KESHET, L. **Mathematical Models in Biology**, SIAM, 2006.
- CANTRELL, R. S. e COSNER, C. **Spatial Ecology via Reaction-Diffusion Equations**, Wiley, 2003.
- CARNAHAN, B., LUTHER, J. O. e WILKES, R. E. **Applied Numerical Methods**. Wiley, 2003.
- LOPES, V. L. e RUGGIERO, M. A. G. **Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais**. Pearson, 2ª ed., 2014.
- POSSOBON, R. e MEYER, J. F. C. A. **Dinâmica Populacional de Espécies em Ambiente Aquático na Presença de Contaminantes**, 2021.