XXXI Congresso de Iniciação Científica 2023 Unicamp

Estudo da interação luz matéria para tecnologias de informação quântica.

Palavras chave: Eletrodinâmica Quântica, Informação e Computação Quântica, Circuitos Supercondutores

Aluno: Diego da Silva Lisboa
Orientador: Prof. Dr. Francisco Rouxinol
Departamento de física da matéria condensada
Instituto de Física Gleb Wataghin – UNICAMP

1 Introdução

Este projeto de iniciação científica teve como objetivo introduzir o aluno nos estudos de circuitos supercondutores quânticos. Tais circuitos fazem uso de qubits supercondutores, que armazenam informação nos graus de liberdade quânticos de osciladores anarmônicos construídos a partir de circuitos supercondutores [1].

2 Metodologia

Ao longo do projeto, foi estudado a interação átomo-campo clássica, coerência clássica, modelo da equação de taxa e a interação de átomo de dois níveis com campo clássico. Todos os tópicos foram estudados seguindo o livro [2]

Tais estudos foram em preparação para o estudo da quantização de campos eletromagnéticos e sua interação com átomos, e cavidades QED e o modelo Jaynes-Cummings

2.1 Interação átomo-campo clássica

Considerando um átomo constituído por um elétron preso ao núcleo por um potencial harmônico, podemos modela-lo como um oscilador harmônico simples. Se o átomo estiver interagindo com um campo elétrico monocromático, $\vec{E}^{(+)}(t) = \hat{\varepsilon} E_o^{(+)} e^{-i\omega t}$, sua equação de movimento pode ser escrita como

$$m\ddot{\vec{x}}^{(+)} + m\omega_0^2 \vec{x}^{(+)} = -\hat{\varepsilon} e E_o^{(+)} e^{-i\omega t}. \tag{1}$$

A equação de movimento é escrita no referencial do centro de massa do átomo, $m \approx m_e$ é a massa reduzida, ω_0 é a frequência de ressonância do átomo e e é a carga fundamental. É seguro assumir que o deslocamento do elétron tem a mesma dependência temporal que campo elétrico, $\vec{x}^{(+)}(t) = \hat{\varepsilon} x_0^{(+)} e^{-i\omega t}$, assim, a solução para a equação 1 fica

$$x_0^{(+)} = \frac{eE_0^{(+)}/m}{\omega^2 - \omega_0^2}. \tag{2}$$

Esse deslocamento do elétron dá origem ao momento de dipolo, $\vec{d}^{(+)} = -e\vec{x}^{(+)}$, que pode ser relacionada ao campo elétrico se definirmos a polarizabilidade, $\vec{d}^{(+)} = \alpha(\omega)\vec{E}^{(+)}$. Podemos escrever a polarizabilidade $\alpha(\omega)$ como

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2}. \tag{3}$$

A polarizabilidade é a função que descreve a resposta do átomo à um campo elétrico externo.

Em meios dielétricos, a densidade de polarização $\vec{P}$ é definido como o momento de dipolo por unidade de volume. No caso de um vapor atômico de densidade numérica N, a densidade de polarização pode ser escrita como $\vec{P}^{(+)} = N\vec{d}^{(+)} = N\alpha(\omega)\vec{E}^{(+)} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$, onde χ é chamada de suscetibilidade do meio e pode ser escrita como

$$\chi(\omega) = \frac{N}{\epsilon_0}\alpha(\omega) = \frac{Ne^2/m\epsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2}. \tag{4}$$

A suscetibilidade caracteriza a resposta do meio dielétrico à aplicação de um campo elétrico.

2.2 Coerência

A teoria de coerência é responsável por caracterizar propriedades da luz relevantes para experimentos do tipo de interferência. Para entender melhor, podemos considerar a interferência de duas ondas monocromáticas, escrevendo a sobreposição das duas ondas como

$$E_{sum}^{(+)}(\vec{r},t) = E_{10}^{(+)}e^{i(kz-\omega t)} + E_{20}^{(+)}e^{i(kz-\omega t)}e^{-i\omega\tau}, \tag{5}$$

onde $-\omega\tau$ é a diferença de fase relativa das duas ondas representada na forma de diferença de comprimento de caminho óptico. Calculando a intensidade da sobreposição obtemos

$$\begin{aligned} I_{sum} &= \left\langle |\vec{E_{sum}} \times \vec{H_{sum}}| \right\rangle = \frac{1}{\eta}\left\langle (E_{sum})^2 \right\rangle \\ &= I_1 + I_2 + \left[\frac{2}{\eta}E_{10}^{(-)}E_{20}^{(+)}e^{-i\omega\tau} + c.c.\right]. \end{aligned} \tag{6}$$

Para lidar com o caso de múltiplas frequências, e interessante assumir que ambas as ondas tem a mesma amplitude e vem da mesma fonte. Dessa forma, da densidade de intensidade na frequência ω fica

$$I_{sum}(\omega) = 2I(\omega) + \left[\frac{2}{\eta}|E_0^{(+)}(\omega)|^2 e^{-i\omega\tau} + c.c.\right] \tag{7}$$

Para obter a intensidade total, basta integrar sobre todas as frequências

$$I_{total} = \int_0^\infty I_{sum}(\omega)d\omega = 2\int_0^\infty I(\omega)d\omega + \left[\frac{2}{\eta}\int_0^\infty |E_0^{(+)}(\omega)|^2 e^{-i\omega\tau}d\omega + c.c.\right]. \tag{8}$$

Para podemos avaliar I_{total} é preciso usar o teorema de Wiener-Khinchin em termos de campos ópticos estacionários, que pode ser escrito como

$$\int_0^\infty I(\omega)e^{-i\omega\tau}d\omega = \frac{2}{\eta}\left\langle E^{(-)}(t)E^{(+)}(t+\tau)\right\rangle. \tag{9}$$

Tomando $\tau = 0$ na equação 9, temos que

$$\int_0^\infty I(\omega)d\omega = \frac{2}{\eta}\left\langle E^{(-)}(t)E^{(+)}(t)\right\rangle = \frac{2}{\eta}\left\langle |E^{(+)}(t)|^2\right\rangle. \tag{10}$$

A partir das equações 9 e 10, podemos definir a coerência temporal de primeira ordem como

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\left\langle E^{(-)}(t)E^{(+)}(t+\tau)\right\rangle}{\left\langle E^{(-)}(t)E^{(+)}(t)\right\rangle}, \tag{11}$$

de forma que nos permite escrever

$$\frac{2}{\eta}\left\langle E^{(-)}(t)E^{(+)}(t+\tau)\right\rangle = \left(\int_0^\infty I(\omega)d\omega\right)g^{(1)}(\tau). \tag{12}$$

Voltando para a equação 8, podemos escrever a intensidade total em termos da coerência

$$\begin{aligned} I_{total} &= 2\int_0^\infty I(\omega)d\omega + \left[\frac{2}{\eta}\int_0^\infty |E_0^{(+)}(\omega)|^2 e^{-i\omega\tau}d\omega + c.c.\right] \\ &= \left(\int_0^\infty I(\omega)d\omega\right)\left\{2 + \left[g^{(1)}(\omega) + c.c.\right]\right\} \\ &= 2\left(\int_0^\infty I(\omega)d\omega\right)\left\{1 + \mathrm{Re}\left[g^{(1)}(\tau)\right]\right\} \end{aligned} \tag{13}$$

2.3 Modelo de equação de taxa

Considerando o um conjunto de átomos de dois níveis de energia interagindo com luz, podemos escrever a equação da taxe de Einstein para o estado excitado

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 - B_{21}\rho(\omega)N_2 + B_{12}\rho(\omega)N_1, \tag{14}$$

onde $N_{1,2}$ os números de densidade de átomos com energia $E_{1,2}$, $\rho(\omega)$ é a densidade de energia do campo eletromagnético no intervalo de frequência ω até $\omega + d\omega$. A equação 14 descreve a evolução temporal da quantidade de estados excitados N_2. O primeiro termo do lado direito da igualdade representa a emissão espontânea de fótons enquanto o segundo e terceiro termos correspondem a emissão e absorção estimulada respectivamente. A constante A_{21} é chamada de coeficiente A de Einstein, enquanto B_{21} e B_{12} são os coeficientes B de Einstein.

3 Conclusão

Os estudos realizados durante a iniciação cientifica capacitaram o aluno para continuar nos estudos de circuitos supercondutores.

Referências

[1] KRANTZ, P. et al. A quantum engineer's guide to superconducting qubits. *Applied Physics Reviews*, AIP Publishing LLC, v. 6, n. 2, p. 021318, 2019.

[2] STECK, D. A. Quantum and atom optics. 2007.