



# Ensaios Dinâmicos e Identificação de Parâmetros de um Miniveículo Elétrico Multitração

Palavras-chave: Modelos Dinâmicos, Dinâmica de Veículos, Métodos Experimentais, Determinação de Parâmetros

> Autores: Felipe Wyatt Varga, FEM - UNICAMP Prof. Dr. Ely C. de Paiva (orientador), FEM - UNICAMP Dr. Mauro F. Koyama (coorientador), Pesquisador Colaborador da UNICAMP

## INTRODUÇÃO

O uso de veículos robóticos em escala é uma forma de demonstrar e facilitar as investigações em controle e sistemas de sensoriamento para veículos autônomos. A maioria dos desenvolvimentos em técnicas de navegação autônoma requer um conhecimento preciso do modelo do veículo (Cordeiro, 2013). Obter parâmetros físicos precisos é crucial para os modelos de veículos, a fim de garantir sistemas veiculares confiáveis, de alto desempenho e seguros. Inúmeros estudos têm sido realizados em busca de técnicas para estimar com precisão os parâmetros do veículo, visando melhorar sua confiabilidade e desempenho (Cordeiro et al., 2014), (Ribeiro et al., 2021).

O projeto VERDE (Veículo Elétrico Robótico com Diferencial Eletrônico) (Nogueira et al., 2019), no qual este trabalho foi aplicado, é um veículo em escala 1:5, com quatro rodas, que possui distribuição eletrônica de torque para uma distribuição otimizada de torque/velocidade, visando aplicações de direção autônoma em ambientes agressivos, como em aplicações agrícolas, sob terrenos escorregadios e altamente irregulares (Lemos et al., 2017), (Ribeiro et al., 2022). O VERDE, é uma plataforma completamente instrumentada, com sistema de navegação inercial INS/GPS, computador embarcado, LIDAR de longo alcance (30 metros), câmera e sensores para medir a velocidade das rodas e o ângulo de esterçamento da direção que utiliza o ambiente ROS (Robotic Operating System) para controle do sistema e integração dos sensores e atuadores.

Este trabalho apresenta métodos experimentais para identificar parâmetros fundamentais do veículo, como massa do veículo, posição do centro de gravidade (CG) e momentos principais de inércia nas direções  $x, y \in z$ . As medidas desses parâmetros e suas respectivas incertezas foram obtidas a fim de avaliar a qualidade dos resultados e métodos utilizados.

## METODOLOGIA

## a) Massa

O principal parâmetro para a modelagem da dinâmica do veículo é a sua massa total. A massa do veículo pode ser obtida diretamente da análise de equilíbrio estático do carrinho em um plano horizontal, de forma que a partir do diagrama de corpo livre (DCL) mostrado na Figura 1, a massa total é obtida pelo somatório de forças nos apoios dividido pela gravidade g. Na figura os índices FL, FR, RL e RR correspondem, respectivamente, aos conjuntos de roda-pneu dianteiro-esquerdo, dianteiro-direito, traseiro-esquerdo e traseiro-direito.

## b) Centro de gravidade

A posição do Centro de Gravidade (CG) também é necessária para a modelagem da dinâmica do veículo. A Figura 2 mostra os parâmetros que fornecem a posição do CG do veículo.



Figura 1: Diagrama de corpo livre do veículo.

Figura 2: Localização do Centro de Gravidade.

As dimensões a, b, c, d, c' e d'são definidas a partir de pontos fixos do corpo do veículo, e h é definido em relação à face inferior do chassis do veículo. Para determinar esses parâmetros, é necessário medir as forças normais em cada um dos apoios do veículo em duas situações: com o veículo em um plano horizontal, para garantir uma distribuição uniforme da carga, e com o veículo em um plano inclinado (Jazar, 2008). No caso do plano horizontal, a análise de equilíbrio estático na rotação em torno do eixo x resulta em:

$$(F_z^{FL} + F_z^{FR})a = (F_z^{RL} + F_z^{RR})b$$
(1)

E uma segunda equação pode ser derivada ao considerar que o parâmetro (a + b) representa a distância entre os eixos das rodas dianteira e traseira do veículo, que é um valor conhecido. Da mesma forma, as dimensões c e d podem ser determinadas pelas medições das forças normais e pela análise de equilíbrio estático na rotação em torno do eixo y. Uma vez que a largura da bitola traseira é menor que a largura bitola dianteira, os torques gerados pelos apoios das rodas traseiras são funções de c' e d'. Portanto, a análise estática fornece:

$$F_z^{FR}c + F_z^{RR}c' = F_z^{RL}d' + F_z^{FL}d$$

$$\tag{2}$$

As equações restantes para resolver para c podem ser derivadas pela soma (c + d) e (c' + d'), que são iguais às larguras das bitolas dianteira e traseira, respectivamente, e a relação linear entre as distâncias dada por c - c' = d - d'.

Para obter a altura h do CG, deve-se medir as forças de apoio do veículo em um plano inclinado, com um ângulo conhecido  $\theta$ em relação ao plano do solo. Ao equilibrar a soma de torques na direção do eixo y no ponto O (centro da roda dianteira), ver Figura 3, a altura h pode ser obtida a partir da Eq. (3).

$$h = \frac{mg(a\cos\theta + r\sin\theta) - (F_z^{RL} + F_z^{RR})L\cos\theta}{mg\sin\theta}$$
(3)

De acordo com (Uys et al., 2006), a precisão do valor de h aumenta conforme a inclinação aumenta e, assim, são obtidos resultados que sugerem que o ângulo  $\theta$  deve ser superior a 10°.



Figura 3: DCL carrinho inclinado.

#### c) Momentos Principais de Inércia

Os momentos de inércia desempenham um papel crucial na dinâmica do veículo, pois estão influenciam diretamente movimentos angulares. Os principais momentos de inércia capturam a distribuição de massa em torno dos eixos principais, com a origem localizada no centro de gravidade.

Um método amplamente utilizado para medir momentos de inércia envolve analisar a oscilação do carrinho em movimento pendular (Dunmore, 1961), (Schedlinski e Link, 2001). Essa abordagem, pode-se ser simplificada ao assumir uma distribuição de massa simétrica do veículo em relação aos eixos  $x, y \in z$ , reduzindo o número de experimentos para apenas três testes necessários (Cordeiro et al., 2014).

O primeiro método aplicado é o pêndulo simples, comumente utilizado para determinar os momentos de inércia em torno dos eixos  $x \in y$ . Esse método permite a experimentação com o veículo em posição horizontal, garantindo maior segurança durante o procedimento. A medição do período de oscilação usando um pêndulo simples baseia-se na aplicação direta da equação de movimento de Newton-Euler descrito em (Cordeiro et al., 2014). Conforme mostrado na Figura 4a, o corpo é suspenso por cordas, e é induzida uma rotação livre em torno do eixo (neste caso, x ou y).



Figura 4: Diagramas dos experimentos de pêndulos, retirados de (Cordeiro et al., 2014).

Onde, L' representa o comprimento do pêndulo equivalente, e  $L_{CG}$  denota a distância entre o eixo de rotação do pêndulo e o CG do veículo, especificamente dada por  $L_{CG} = L' - h$ . Sejam  $f_{\phi}$  e  $f_{\theta}$  as frequências de oscilação relativas aos eixos  $x \in y$ , respectivamente. É importante ressaltar que essa análise assume um pêndulo ideal, sem atrito ou resistência do ar. No entanto, como o eixo de rotação do pêndulo está localizado no ponto de fixação das cordas, é necessário aplicar o Teorema dos Eixos Paralelos, para obter o momento de inércia em relação ao CG. Portanto, os momentos de inércia em relação aos eixos  $x \in y$  são determinados pelas seguintes equações:

$$I_x = \frac{mgL_{CG}}{(2\pi f_{\phi})^2} - mL_{CG}^2 \qquad \qquad I_y = \frac{mgL_{CG}}{(2\pi f_{\theta})^2} - mL_{CG}^2 \qquad (4)$$

Para a determinação de  $I_z$ , o uso de pêndulos de torção é uma alternativa mais simples e segura em comparação com o método do pêndulo simples (Dunmore, 1961), (Schedlinski e Link, 2001). Na implementação do pêndulo de torção, dois ou mais fios são utilizados para sustentar o veículo, e uma força inicial de torção é aplicada no pêndulo. A Figura 4b ilustra uma representação do pêndulo de torção. Considerando a configuração representada na Figura 4b, em que os cabos estão dispostos ortogonalmente ao chassi do veículo, uma análise da energia potencial e da geometria permite a determinação da inércia ao longo do eixo z. Ao empregar essa abordagem, a equação para  $I_z$  pode ser expressa por Eq. (5).

$$I_{z} = \frac{mgB^{2}}{L'(2\pi f_{\psi})^{2}}$$
(5)

Onde B é o raio de giração do pêndulo de torção e  $f_{\psi}$  é a frequência de oscilação em torno do eixo z.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Os experimentos descritos foram conduzidos no Laboratório de Estudos em Veículos Robóticos de Exterior (LEVE) da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). A aquisição dos dados pôde ser feita com o comando **rosbag record** executado no sistema operacional que opera no VERDE, o ROS, que realiza o processamento dos sinais dos sensores e o controle dos atuadores por meio de uma estrutura de dados chamada de nós, e a integração entre os nós por mensagens, chamadas de tópicos. Para obter-se os dados dos sensores em tempo real, pode-se utilizar esse comando **rosbag record** para interceptar os tópicos enviados pelos sensores, sem interromper o fluxo de dados entre as diferentes partes do sistema (ROS, 2023).

### a) Massa e centro de gravidade

Para medir a massa do veículo, foram utilizadas quatro balanças padrão com faixa de 0 a 10 kg e precisão de  $\pm 1$  g previamente calibradas, colocadas sob os pneus do veículo e posicionadas em uma superfície plana como descrito na Metodologia e mostrada na Figura 5. Cinco medições diretas foram realizadas para obter a distribuição de peso entre as balanças, e a incerteza associada a cada valor médio de massa foi calculada com 95% de confiança (Figliola e Beasley, 2021). Nos experimentos realizados, considerou-se que os erros seguem uma distribuição normal.

Usando os valores de massa medidos em cada balança e aplicando-os na Eq. (1), foi possível determinar a massa total do veículo, a posição  $x \in y$  do CG e suas incertezas, através da propagação de incertezas pelas derivadas parciais das equações (Taylor, 1997). Para determinar a altura h do CG, foram feitas onze medições com a traseira do veículo elevada em um ângulo de  $\theta = 17^{\circ}$ . Os resultados medidos foram usados na Eq. (3), e então o valor médio da altura h foi calculado. Os resultados obtidos para a massa total e a posição do CG do veículo, bem como suas incertezas propagadas, calculadas com o método de derivadas parciais, são apresentados na Tabela 1.







(b) Experimento do plano inclinado.

E		• ,		1~	1		•	~	1	aa
Figura 5	): EX	perimentos	para	obtença	o da	massa $\epsilon$	e posiç	zao	ao	ŪG.

Descrição da Dimensão	Variável	Valores	
Massa do veículo	m	$18,9032\pm 0,0416kg$	
Distância do CG ao centro das rodas dianteiras ao longo do eixo x	a	$328,9\pm1,2mm$	
Distância do meio das rodas direitas ao CG ao longo do eixo y	c	$228,9\pm0,8mm$	
Altura do CG	h	$149,3\pm7,3mm$	

Tabela 1: Resultados experimentais para a massa total e posição do centro de gravidade do veículo, com 95% de confiança.

Os valores obtidos para a massa do veículo, a, e c, mostraram valores de incerteza inferiores a 1%. O valor da altura do centro de gravidade apresentou uma incerteza razoável de 5%, embora maior do que as outras distâncias de CG, devido à sua Eq. (3), que envolve mais parâmetros. Portanto, o resultado de h tem mais erros associados do que as outras distâncias do CG.

### b) Momentos de inércia

Conforme observado nas Eq. (4) e Eq. (5), os momentos de inércia em relação aos eixos x, y e z são dependentes de seus respectivos períodos de oscilação. Portanto, foram realizados quatro testes de pêndulo para cada momento de inércia, com as configurações descritas na Metodologia, e uma IMU XSENS foi utilizada para gerar os sinais de oscilação que foram salvos em arquivos, dos quais os períodos médios de oscilação foram obtidos para cada experimento. A IMU foi posicionada perto do CG do veículo para medir com precisão o deslocamento angular. A Figura 6 mostra os sinais de ângulos de rolagem, arfagem e guinada obtidos a partir dos experimentos de pêndulo realizados como descritos na Metodologia.



Figura 6: Deslocamento angular de cada experimento de pêndulo.

Observa-se que a amplitude das oscilações do pêndulo diminui ao longo do tempo. No entanto, o período de oscilação permanece constante. Dado que a diferença de tempo entre picos sucessivos fornece o período de oscilação, os picos das oscilações foram isolados e marcados com pontos vermelhos na Figura 6. As frequências foram obtidas pela média dos dez primeiros períodos, então utilizadas nas Eq. (4) e Eq. (5). Para calcular as incertezas associadas aos períodos de tempo, onde foram realizados múltiplos experimentos, foi utilizado o Algoritmo da Máxima Probabilidade (Figliola e Beasley, 2021). Os valores resultantes e suas incertezas associadas são apresentados na Tabela 2.

Descrição do Parâmetro	Variável	Valores
Momento de Inércia Principal ao longo do eixo $x$	$I_x$	$0,9659 \pm 0,5430  kg \cdot m^2$
Momento de Inércia Principal ao longo do eixo $\boldsymbol{y}$	$I_y$	$1,5913 \pm 0,5409kg\cdot m^2$
Momento de Inércia Principal ao longo do eixo $\boldsymbol{z}$	$I_z$	$1,1713 \pm 0,0045kg\cdot m^2$

Tabela 2: Resultados para os experimentos de pêndulo  $I_x$ ,  $I_y \in I_z$ , com 95% de confiança.

As medições de  $I_z$  mostraram uma incerteza inferior a 0,5%, enquanto as incertezas dos momentos de inércia  $I_x$  e  $I_y$  foram muito maiores. Isso pode ser explicado pelo fato de que a equação de  $I_z$ , Eq. (5), possui menos parâmetros, ou seja, menos fontes de erro do que as equações Eq. (4) para  $I_x$  e  $I_y$ , que contêm o quadrado da altura do CG em suas equações, o que, por si só, tem uma incerteza associada maior do que as outras distâncias do CG.

# CONCLUSÃO E AGRADECIMENTOS

Os resultados obtidos com as configurações experimentais propostas, utilizando balanças de pesagem padrão e estruturas de pêndulos, são consistentes com o conhecimento prévio do sistema, além de corroborarem e estenderem estudos anteriores para veículos maiores (Cordeiro et al., 2014), mostrando que a estratégia proposta é escalável para diferentes veículos.

Posteriormente, os resultados encontrados serão utilizados em trabalhos futuros envolvendo o VERDE para implementação de um filtro de Kalman visando a determinação de outros parâmetros dinâmicos do carrinho, como a rigidez lateral dos pneus.

Agradeço ao doutorando João Victor A. P. Bezerra e ao professor Dr. Niederauer Mastelari por auxiliarem nos experimentos e discussões do projeto. Também a Rafael A. Cordeiro pelo auxílio na metodologia.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CORDEIRO, R.A. Modelagem e Controle de Trajetória de um Veículo Robótico Terrestre de Exterior. Dissertação de Mestrado. 2013.

CORDEIRO, R.A., BUENO, S.S., AZINHEIRA, J.R., DE PAIVA, E.C., PABLO, S., VIVAN, R., AZEVEDO, H. e KOYAMA, M.F. Determinação experimental de parâmetros para a modelagem dinâmica de um veículo robótico terrestre. 2014.

DUNMORE, J.. Handbook on torcional vibrations. British Internal Combustion Engine Research Association. **The Aeronautical Journal**, Cambridge University Press, London. v. 65, no. 601, p. 71–71. 1958.

FIGLIOLA, R.S. e BEASLEY, D.E.. Theory and design for mechanical measurements. John Wiley & Sons. 2021.

JAZAR, R.N.. Vehicle dynamics. Springer, v. 1, 2008.

LEMOS, R.A., SOBRAL, G., MIRISOLA, L., MARTINS, R., KOYAMA, M. e DE PAIVA, E. Estratégia de navegação autônoma entre fileiras de cultivares baseada em lasers. XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. v. 1. 2017.

NOGUEIRA, L.A.D.O., KOYAMA, M.F., CORDEIRO, R.D.A., RIBEIRO, A.M., BUENO, S.S. e DE PAIVA, E.C.. A miniaturized four-wheel robotic vehicle for autonomous driving research in off-road scenarios. Congresso Brasileiro de Automática-CBA, v. 1. 2019.

RIBEIRO, A.M., FIORAVANTI, A.R., MOUTINHO, A. e DE PAIVA, E.C.. Nonlinear state-feedback design for vehicle lateral control using sum-of-squares programming. Vehicle System Dynamics, v. 60, no. 3, p. 743-769. 2022.

RIBEIRO, A., KOYAMA, M., MOUTINHO, A., DE PAIVA, E. e FIORAVANTI, A. A comprehensive experimental validation of a scaled car-like vehicle: Lateral dynamics identification, stability analysis, and control application. Control Engineering Practice, v. 116/104924. ISSN 0967-0661. 2021.

ROS, **Concepts** — **ROS 2 Documentation**. Disponível em: http://docs.ros.org/en/iron/Concepts.html. Acesso em: jun. 2023.

SCHEDLINSKI, C. e LINK, M. A survey of current inertia parameter identification methods. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 15, no. 1, p. 189–211. 2001.

TAYLOR, J.. Introduction to error analysis, the study of uncertainties in physical measurements. 1997.

UYS, P., ELS, P., THORESSON, M., VOIGT, K. e COMBRINCK, W.. Experimental determination of moments of inertia for an off-road vehicle in a regular engineering laboratory. International Journal of Mechanical Engineering Education, v. 34, no. 4, p. 291–314. 2006.