



## APROXIMAÇÕES SUCESSIVAS ATRAVÉS DE PONTO FIXO

Túlio Costa Rizuti da Rocha (Bolsista PIBIC/CNPq) e Profa. Dra. Maria Sueli Marconi Roversi (Orientadora), Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica - IMECC, UNICAMP

Alguns problemas práticos de diversas áreas como equações diferenciais ou equações integrais, podem ser inseridos no contexto dos espaços de Banach, de modo que as suas soluções caracterizam-se como pontos fixos de funções auxiliares, definidas a partir das próprias condições iniciais destes problemas. Tais espaços devem estar munidos de uma distância  $d$  e as funções devem verificar a seguinte condição:  $d(T(x), T(y)) \leq k d(x, y)$ , para todo  $x$  e  $y$  no espaço, onde  $k < 1$  é uma constante real positiva. Geometricamente, as imagens de  $x$  e de  $y$  estão mais próximas entre si do que os pontos  $x$  e  $y$ . O teorema do ponto fixo garante a existência de um ponto  $z$  tal que  $T(z) = z$ , através de um processo construtivo partindo de um elemento  $x_0$  e determinando sucessivamente  $x_{n+1} = T(x_n)$  para  $n \geq 1$ . O ponto fixo será o valor de convergência da seqüência construída. Este método iterativo possibilita construir melhores aproximações para o ponto fixo e obter estimativas de erro. Um exemplo ilustrativo consiste em determinar a existência

e unicidade de solução da equação integral  $y(t) = \sin t + \int_0^t e^{-s^2} y(se^t) ds$ . O espaço de Banach será

o espaço  $C^*[0, \infty); \mathbb{R}$  das funções reais contínuas e limitadas em  $[0, \infty)$  e a função auxiliar

$(Ty)(t) = \sin t + \int_0^t e^{-s^2} y(se^t) ds$  para a qual a constante  $k$  vale  $\frac{\sqrt{e}}{2}$ . A solução da referida equação

será dada pelo ponto fixo da função  $T$ .

Aproximação - Ponto Fixo - Método Iterativo