

Introdução

Este trabalho visa uma introdução à teoria de sistemas dinâmicos não-lineares tanto por meio de simulações digitais como por meio de simulações analógicas.

Estes diferentes paradigmas computacionais têm suas vantagens e desvantagens. Se por um lado o ambiente de simulação digital oferece uma maior precisão na representação dos parâmetros do modelo e facilidade de implementação, por outro ele pode apresentar tempos de simulações elevados e erros de representação numéricas que podem ser significativos em alguns casos, por exemplo, dentro do contexto de simulações de sistemas caóticos. Já a computação analógica oferece a possibilidade de um ambiente de cálculo em tempo real e sem discretizações por meio de circuitos integradores cujo tempo próprio de operação pode ser definido (escalado) pelo usuário. Entretanto, a construção de circuitos eletrônicos com este propósito apresenta uma maior dificuldade de implementação, pois exige maior familiaridade com as técnicas e instrumentação necessárias, bem como apresenta maior imprecisão na representação dos parâmetros do modelo.

A fim de ganhar familiaridade com ambos os paradigmas computacionais este trabalho se propõe a apresentar um conjunto de simulações digitais e analógicas do oscilador neuronal de FitzHugh-Nagumo operando em ciclo-limite e em caos, o que implica em obter um circuito eletrônico capaz de resolver as equações de estado.

Metodologia

O modelo de FitzHugh-Nagumo consiste em uma versão modificada do oscilador de Van der Pol para a descrição de osciladores de relaxação objetivando capturar as características de oscilações neuronais. As equações de movimento são definidas por duas variáveis de estado representando a excitabilidade (potencial de membrana - V) e refratariedade neuronal (variável de recuperação - W) na forma :

$$\frac{dV}{dt} = V - \frac{V^3}{3} - W + I(t)$$

$$\frac{dW}{dt} = c(V + a - bW)$$

onde $I(t)$ é uma entrada externa e a , b e c são constantes com valores de 0.7, 0.8 e 0.1, respectivamente.

Este sistema pode ser reescrito por meio de um reescalamo no tempo e em amplitude na forma:

$$\frac{dv_0}{dt} = \frac{1}{CR_b} \left[\alpha_1 v_0 - \alpha_2 \frac{v_0^3}{100} - \alpha_3 u_0 + \alpha_4 I \left(\frac{27}{100CR_b} \omega t \right) \right]$$

$$\frac{dw_0}{dt} = \frac{1}{CR_b} [\alpha_5 v_0 + \alpha_6 - \alpha_7 u_0]$$

o que pode ser implementado pelo circuito com os seguintes parâmetros:

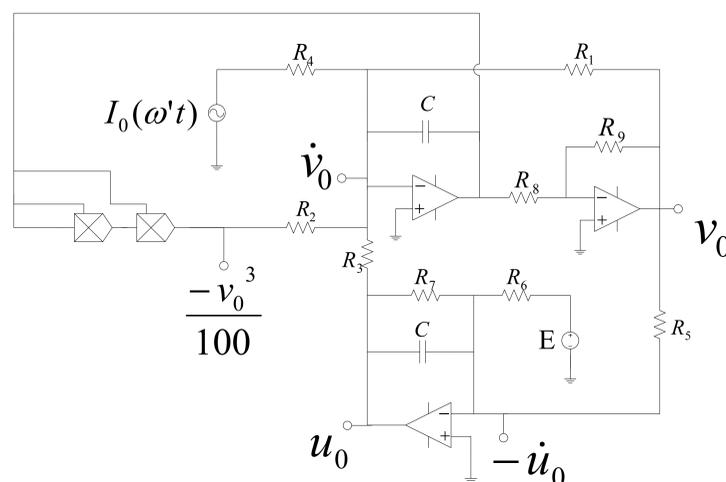


Figura 1: Circuito para simulação analógica do modelo neuronal de FHN.

$1/\alpha_1 \approx 3.7$; $1/\alpha_2 \approx 1$; $1/\alpha_3 \approx 7.4$; $1/\alpha_4 \approx 1.23$; $1/\alpha_5 \approx 18.5$; $1/\alpha_6 \approx 8.8$; $1/\alpha_7 \approx 46.3$; $E = 1$ V; $C = 2.2$ nF; $R_b = 1$ k Ω , sendo que os resistores podem ser encontrados por meio da relação $R_x = (1/\alpha_x)R_b$.

Resultados

Observa-se na Figura 2 que dependo da amplitude da excitação de $I(t) = A \cos(2\pi f t)$ o sistema pode apresentar comportamentos oscilatórios distintos. No primeiro caso, quando $A = 0.35$ e $f = 19$ kHz observa-se uma oscilação periódica (coluna à esquerda) que se torna caótica quando $A = 0.34$ e $f = 19$ kHz (coluna à direita). Observa-se também os respectivos planos de fase e espectros em frequência das oscilações obtidas. Neste último caso, nota-se uma das principais características dos sinais caóticos que é o largo espectro em frequência associado com a aperiodicidade da série temporal.

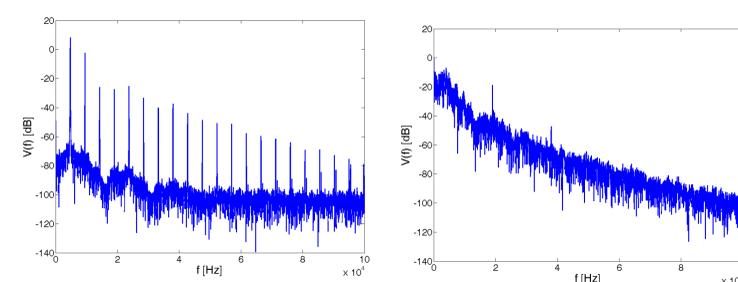
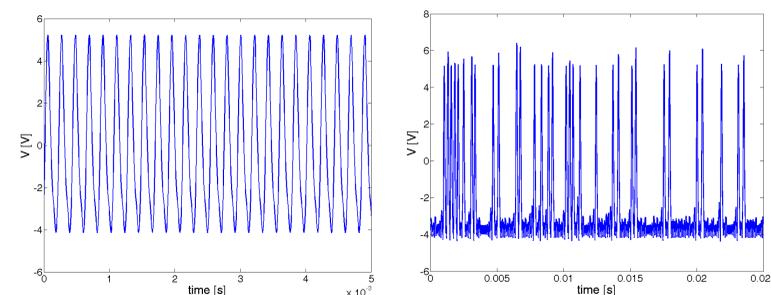


Figura 2: A primeira coluna mostra de cima para baixo a série temporal do potencial de membrana, o plano de fase das variáveis de estado x e y e o espectro de amplitudes de $V(t)$ para o modelo neuronal de FHN quando $A = 0.35$ e $f = 19$ kHz. A segunda coluna mostra o mesmo conjunto de simulações considerando $A = 0.34$ e $f = 19$ kHz, o que leva ao comportamento caótico.

Conclusão

Se, por um lado, as vantagens e facilidades introduzidas pela computação digital permitiram o melhor entendimento e avanço deste campo da ciência, por outro, a computação analógica pode oferecer um paradigma muito relevante e complementar ao ambiente digital dentro deste universo de análises, principalmente no que se refere ao tempo de simulação (realizada em tempo real) e a precisão do processo de integração (realizada continuamente no tempo).

Agradecimentos