ANÁLISE DA EPIDEMIOLOGIA DO HLB DO CITROS POR SIMULAÇÕES COM O MÉTODO LHS

Guilherme A. Braga[1] Sônia Ternes[2] Raphael Vilamiu[2]
[1]Matemática Aplicada e Computacional - IMECC - UNICAMP
[2]Embrapa Informática Agropecuária - LABMAC - CNPTIA - EMBRAPA, Campinas, Brasil

Palavras-Chave: Modelo Matemático - HLB - Citros

Introdução

- O Brasil é um dos maiores produtores de citros do mundo, negócio que gera mais de 400 mil empregos, sendo o Estado de São Paulo responsável por 80% da produção nacional de laranja (BELASQUE JR et al.,2010).
- Identificado inicialmente na China, os primeiros relatos da presença da HLB no Brasil datam de 2004, nos pomares do Estado de São Paulo (TEIXEIRA et al.,2010).
- A doença é cracterizada pela presença da bactéria *Candidatus* Liberibacter spp., que é transmitida para a planta pelo psilídeo *Diaphorina Citri*.



Objetivo

- Desenvolver um modelo matemático compartimental determinístico para analisar a dinâmica temporal da HLB considerando o sistema planta (citros) - inseto vetor (psilídeo *Diaphorina citri*).

Modelo Mátemático

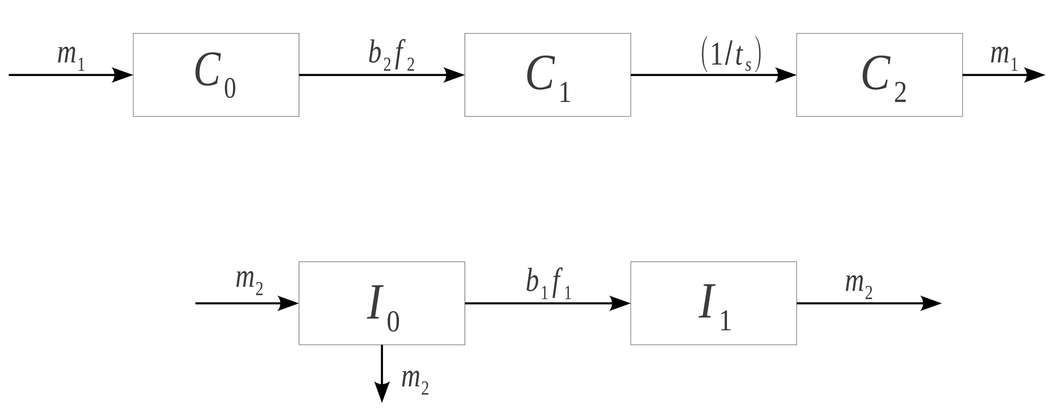

Figura 1: Compartimentos considerados no Modelo Matemático

O modelo normalizado proposto é formado pelo seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\begin{cases} \dfrac{dc_1}{dt} &= N_2 b_2 f_2 i_1 (1 - c_1 - c_2) - \dfrac{1}{t_s} c_1, \\ \dfrac{dc_2}{dt} &= \dfrac{1}{t_s} c_1 - m_1 c_2, \\ \dfrac{di_1}{dt} &= N_1 b_1 f_1 (1 - i_1)(c_1 + c_2) - m_2 i_1, \end{cases} \tag{1}$$

- c_1 é a população de plantas em estado de incubação da doença; c_2 é a população de plantas sintomáticas,
- i_1 é a população de insetos infectados,
- $b_1 = (p'p)/N_2$ e $b_2 = p/N_2$.

Parâmetros

Parâmetros	Valores	Descrição
N_1	2000	Densidade de população de citros (Plantas/UP)
p	0,40	Proporção de plantas visitadas (com psilídeos)
p'	1,52	Número de psilídeos por planta visitada
f_1	0,30 a 0,43	Probabilidade de aquisição de HLB pelo inseto
f_2	0,6833	Probabilidade de transmissão do HLB do inseto à planta
m_2	1/4 – 1/3	Taxa de mortalidade do inseto (meses^{-1})
t_s	6 a 18	Tempo de incubação na planta (meses)

Análise de Estabilidade

- Ponto de equilíbrio trivial: $P_1 = (0, 0, 0)$
- Ponto de equilíbrio não trivial: $P_2 = (c_1^*, c_2^*, i_1^*)$, onde:

$$c_1^* = \frac{(b_1 b_2 f_1 f_2 m_1^2 t_s^2 + b_1 b_2 f_1 f_2 m_1 t_s) N_1 N_2 - m_1^2 m_2 t_s}{(b_1 b_2 f_1 f_2 m_1^2 t_s^2 + 2 b_1 b_2 f_1 f_2 m_1 t_s + b_1 b_2 f_1 f_2) N_1 N_2 + (b_1 f_1 m_1^2 t_s + b_1 f_1 m_1) N_1};$$

$$c_2^* = \frac{(b_1 b_2 f_1 f_2 m_1 t_s + b_1 b_2 f_1 f_2) N_1 N_2 - m_1 m_2}{(b_1 b_2 f_1 f_2 m_1^2 t_s^2 + 2 b_1 b_2 f_1 f_2 m_1 t_s + b_1 b_2 f_1 f_2) N_1 N_2 + (b_1 f_1 m_1^2 t_s + b_1 f_1 m_1) N_1};$$

$$i_1^* = -\frac{(b_1 b_2 f_1 f_2 m_1 t_s + b_1 b_2 f_1 f_2) N_1 N_2 - m_1 m_2}{((b_1 b_2 f_1 f_2 m_1 t_s + b_1 b_2 f_1 f_2) N_1 + b_2 f_2 m_1 m_2 t_s + b_2 f_2 m_2) N_2}.$$

- Utilizando-se os critérios de Routh-Hurwitz (EDELSTEIN-KESHET, 1988) sobre as matrizes jacobianas resultantes de P_1 e P_2 foram obtidas expressões complexas, que impossibilitam a interpretação biológica dos resultados obtidos analiticamente.
- Optou-se por avaliar a estabilidade dos pontos de equilíbrio por meio de simulaões numéricas.

Resultados Numéricos

- Foram realizadas 1000 simulações por LHS (Latin Hypercube Sampling), de forma a obter o comportamento geral da dinâmica para os valores dos parâmetros variáveis (f_1, m_2 e t_s);

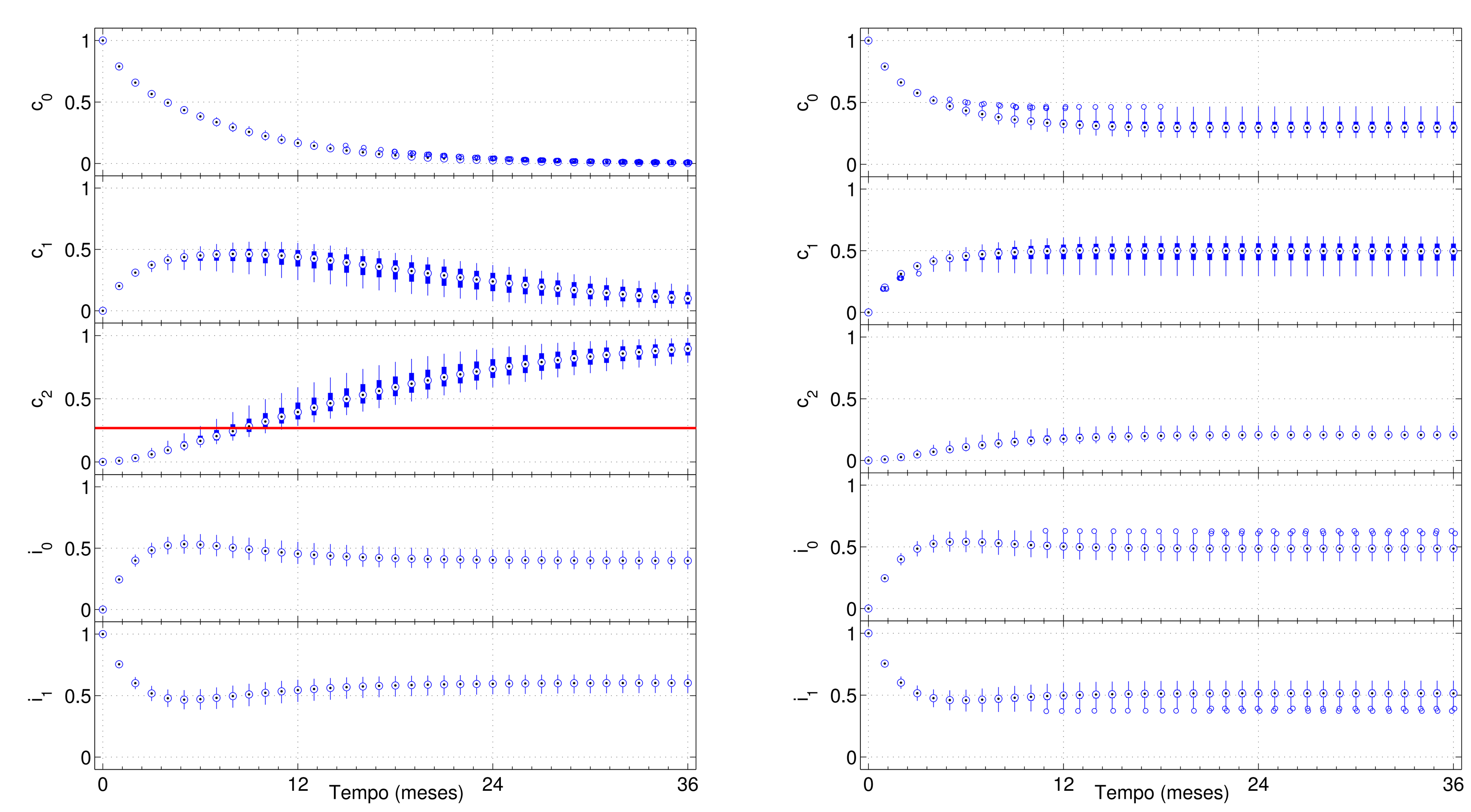

Figura 2: Resultado das dinâmicas geradas por LHS usando os parâmetros definidos e $N_2 = 1000$ (Densidade populacional do inseto) e $m_1 = 0$ (a) e $m_1 = 0.2$ (b) (Taxa de remoção de plantas).

Conclusões

- Análise deixa clara a importância de se remover as plantas infectadas.
- Se a remoção não ocorre (figura **(a)**), em menos de 2 anos mais de **95%** da plantação estará infectada.
- Analisando o cenário onde $m_1 = 0.2$, verifica-se uma mudança drástica na dinâmica geral, uma vez que o ponto de equilíbrio médio será $(0.295, 0.495, 0.210)$
- Comparando com a Instrução Normativa no. 53 (MAPA, 2008) que determina a eliminação das plantas da unidade de produção quando o resultado da análise das amostras laboratoriais for positivo e a Unidade de Produção apresentar mais de **28%** de plantas assintomáticas, o modelo mostra que, quando $c_2(t) = 0.28$, a população de plantas sadias será de apenas **30%**. Tal resultado pode ser inferido pela Figura, onde a linha vermelha determina $c_2(t) = 0.28$.

guilhermeab@cnptia.embrapa.br