Uma implementação do método de Elementos Finitos aplicada à análise de problemas dinâmicos de interação solo-estrutura.

Arruda V.P. e Pavanello R.

Departamento de Mecânica Computacional
Faculdade de Engenharia Mecânica
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
Campinas, SP, Brasil

Resumo

O presente trabalho trata da continuação do estudo realizado em cota anterior do PIBIC. O estudo da aplicação do Método dos Elementos Finitos (MEF) para analisar a interação dinâmica de sistemas solo-estrutura. Para representar o domínio estrutural, serão desenvolvidos modelos para simulação do comportamento dinâmico de meios contínuos, constituídos de material com comportamento linear elástico. Para representação do solo, serão desenvolvidos modelos contínuos, inicialmente com comportamento dinâmico elástico linear e após será considerada a não linearidade. O objetivo é avaliar o carregamento mecânico gerado pelo solo, quando ocorre o contato entre os meios. A motivação está ligada à problemática da exploração de petróleo em águas profundas, em particular o estudo da interação dinâmica entre dutos e o solo marinho, visando à determinação das tensões dinâmicas para posterior avaliação da vida em fadiga desta estrutura.

1. Introdução

Atualmente a simulação de problemas realistas de engenharia é possível graças aos métodos numéricos e à disponibilidade de capacidade computacional a custos baixos. Um dos aspectos que deve ser contemplado na formação de um engenheiro é uma capacitação para lidar com métodos numéricos. Na área de mecânica dos sólidos e estruturas, um dos métodos mais importantes é o Método dos Elementos Finitos (MEF). Neste projeto buscamos ter acesso a este método, aprender seus fundamentos, e utilizá-lo na realização de pesquisas nestes tópicos.

O tema amplo escolhido foi a interação estática e dinâmica estacionária entre dutos, com fluido o circundando e solo o sustentando. Estes dutos (risers) são tubulações utilizadas na exploração de petróleo. A motivação está ligada a um problema da indústria brasileira de petróleo, em particular na exploração de petróleo em águas profundas.

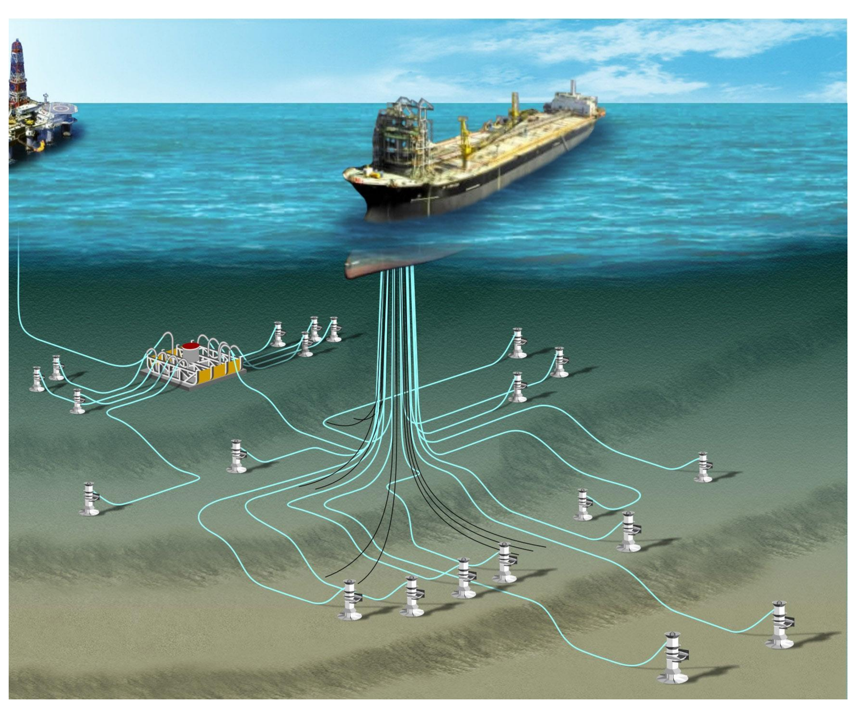

Figura 1: *Exemplo da utilização de risers na produção offshore.*

Para a indústria petrolífera a busca por novas reservas de petróleo é sempre um grande desafio. Porém, ainda mais desafiador tem sido a extração desse bem energético de modo seguro, de forma que os riscos ecológicos sejam reduzidos a níveis considerados adequados, pois, dessa maneira, além de se assegurar o crescimento sustentável será possível também maximizar os lucros no processo extrativo. Nesse sentido é que os estudos para a extração de petróleo em reservas offshore têm se atentado cada vez mais na busca por ferramentas que descrevam o comportamento desses sistemas a fim de tornar essas estruturas mais seguras. Assim, o estudo do comportamento dinâmico de risers, analisado sob a óptica da interação solo-estrutura, é relevante para a área.

Figura 2: *Região de contato riser-solo e, corte típico para análise*

2. Métodos e Resultados

O conhecimento prévio a respeito do Método de Elementos Finitos adquirido em trabalho de iniciação científica anterior foi reaproveitado e não será detalhado neste relatório. Este trabalho utilizou o conhecimento em elementos-finitos em ambiente linear-elástico para a simulação da estrutura, e para a análise de grandes deformações do solo, implementamos o ambiente não-linear, foi também desenvolvido um algoritmo de contato aplicado na interface solo-estrutura, para este, utiliza-se as considerações do Método de Penalidades.

2.1 Algoritmo de Contato

O algoritmo de contato adotado é baseado no Método de Penalidades. O projeto desenvolvido anteriormente nos deu uma base introdutória deste método.

Caracteriza-se pela adição de um termo penalizador na função objetivo, que se deseja minimizar, quando alguma restrição for violada. Além disso, o método transforma um problema de minimização com restrições em um problema de minimização irrestrito.

A energia potencial total de um sistema discretizado em elementos finitos é definida para um problema de equilíbrio estático como:

$$F(u) = \frac{1}{2}u^t K u - f^t u \quad \text{(Eq.01)}$$

onde u é o vetor de deslocamentos do problema, K é a matriz de rigidez do sistema e f é o vetor de carregamento.

Pode-se escrever então o problema de contato como um problema de minimização escrito da seguinte maneira:

$$(P_{contato})\begin{cases} minimizar & F(u) \\ sujeito\ a & h_j(u) < 0\ ;\ j=1,\dots,m \end{cases} \quad \text{(Eq.02)}$$

onde h_j representa a restrição de não interpenetração dos dois corpos. Isto quer dizer, quando a restrição é violada significa que há penetração, portanto, haverá interação entre o solo e a estrutura.

Neste caso o problema penalizado para o contato pode ser escrito como:

$$(PP)\left\{ \quad minimizar\ \theta(x,r) = F(u) + \frac{1}{2}r[h_j(u)]_+^2 \right. \quad \text{(Eq.03)}$$

Pode-se observar que o fator de penalização r da função θ somente é considerado quando a restrição é violada. Observa-se então que o penalizador transforma a minimização restrita em irrestrita. No presente trabalho a constante de penalidade representa a rigidez adicional do contato na estrutura ($K_{estrutura}$).

O processo é iterativo e tende a convergir para solução sem interpenetração. Foi tomado como padrão a convergência do algoritmo sendo a última iteração que ocorre contato entre as estruturas. Os testes realizados demonstram que os nós vão convergindo sempre para a região da barreira proposta, pois a penalização é proporcional ao gap do respectivo nó em analise. Observa-se que as barreiras adotadas podem apresentar diversas geometrias.

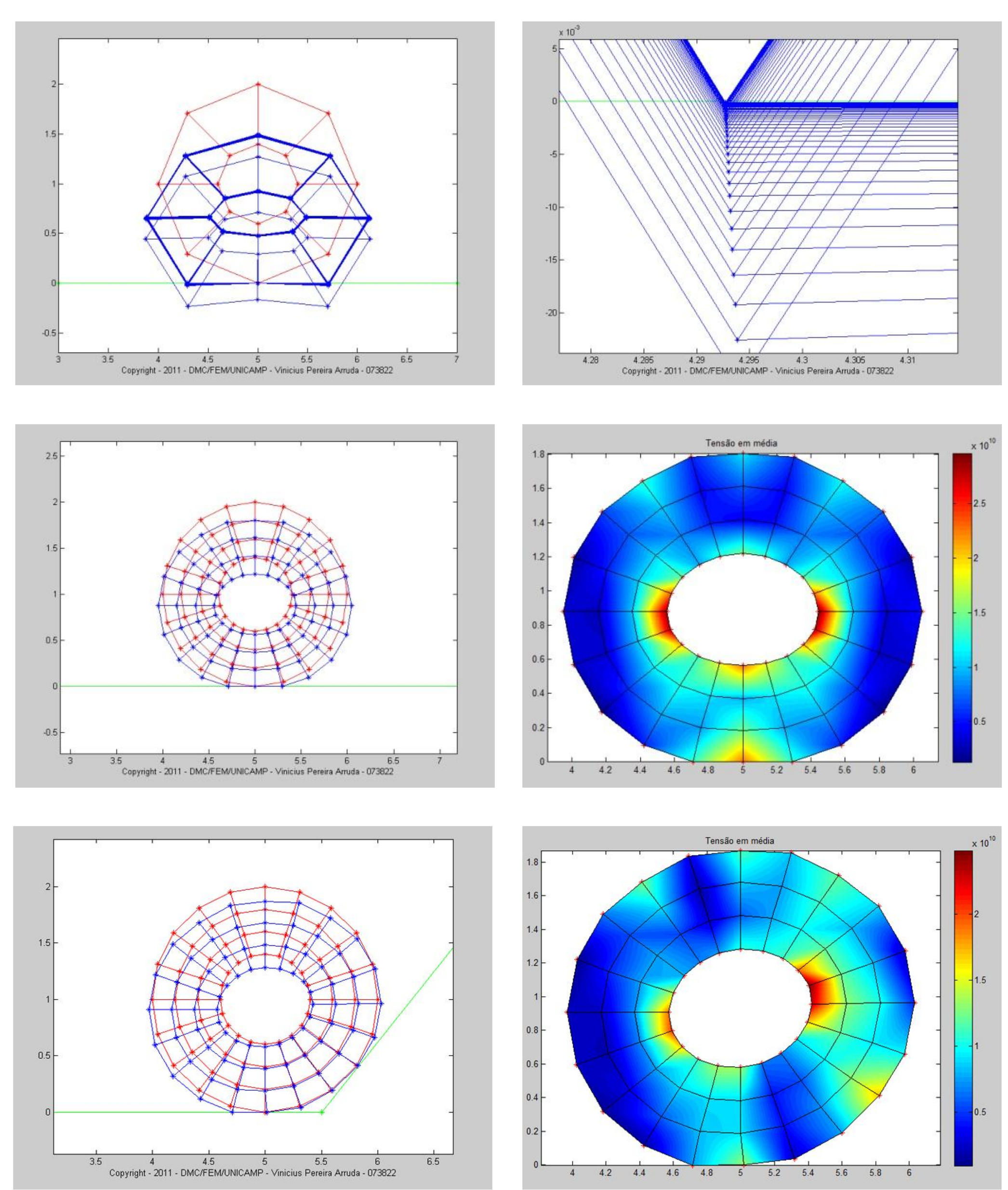

Figura 3: *Aplicação do algoritmo de contato e mapa de tensões.*

2.2 Não Linearidade Geométrica - Método de Newton Raphson

O método de Newton-Raphson é utilizado pois as matrizes de rigidez do nosso sistema são escritas em função do deslocamento dos nós da malha o que caracteriza um problema não-linear. Assim, o problema de equilíbrio pode ser escrito da seguinte maneira:

$$K(q) = R_E \quad \text{(Eq.04)}$$

$q = (u_1\ \ u_2\ \ u_3 \dots u_n)^T$ é o vetor com os valores desconhecidos de deslocamento;
$K(q) = (K_1(q)\ \ K_2(q)\ \dots\ K_n(q))^T$ é o vetor com as funções não lineares de *q;*
$R_E = (R_1\ \ R_2\ \ R_3\ \dots\ R_n)^T$ é o vetor de carregamento com quantidades conhecidas e independentes de q. O método se inicia assumindo uma solução que é iterativamente variada até atingir um critério de convergência. Com isso a solução inicial é apenas um "chute" para que o método vá a cada iteração aproximando ela para a solução real. A solução da iteração seguinte então pode ser aproximada pela expansão de Taylor:

$$K\left(q^{i+1}\right) \approx K\left(q^i\right) + K_T^i \Delta q^i = R_E \Rightarrow K_T^i \Delta q^i = R_E - K\left(q^i\right) \quad \text{(Eq.05)}$$

onde Δd^i é a solução incrementada e $K_T^i \equiv \left(\frac{\partial K}{\partial q}\right)^i$ é a matriz tangente para a *i-ésima* iteração.

Com isso o sistema linearizado de equações fica:

$$K_T^i \Delta q^i = R_E - K\left(q^i\right) \quad \text{(Eq.05)}$$

Depois de resolvermos o sistema finalizado de equações para a solução incrementada Δq^i, uma nova solução aproximada é obtida:

$$q^{i+1} = q^i + \Delta q^i \quad \text{(Eq.06)}$$

Na maioria das vezes esta solução não vai satisfazer o sistema não-linear original de equações e teremos então a sobra de um resíduo que é:

$$R^{i+1} = R_E - K\left(q^{i+1)}\right) \quad \text{(Eq.07)}$$

Se o resíduo for pequeno , então a solução R^{i+1} pode ser aceita como a solução correta, contudo o processo irá repetir até o resíduo ficar muito pequeno. O critério de término das iterações é usualmente expresso em uma forma normalizada como:

$$conv = \frac{\|R^{i+1}\|^2}{1+\|R_E\|^2} \quad \text{(Eq.08)}$$

Com isso as iterações irão terminar quando o fator de convergência atingir uma determinada tolerância.

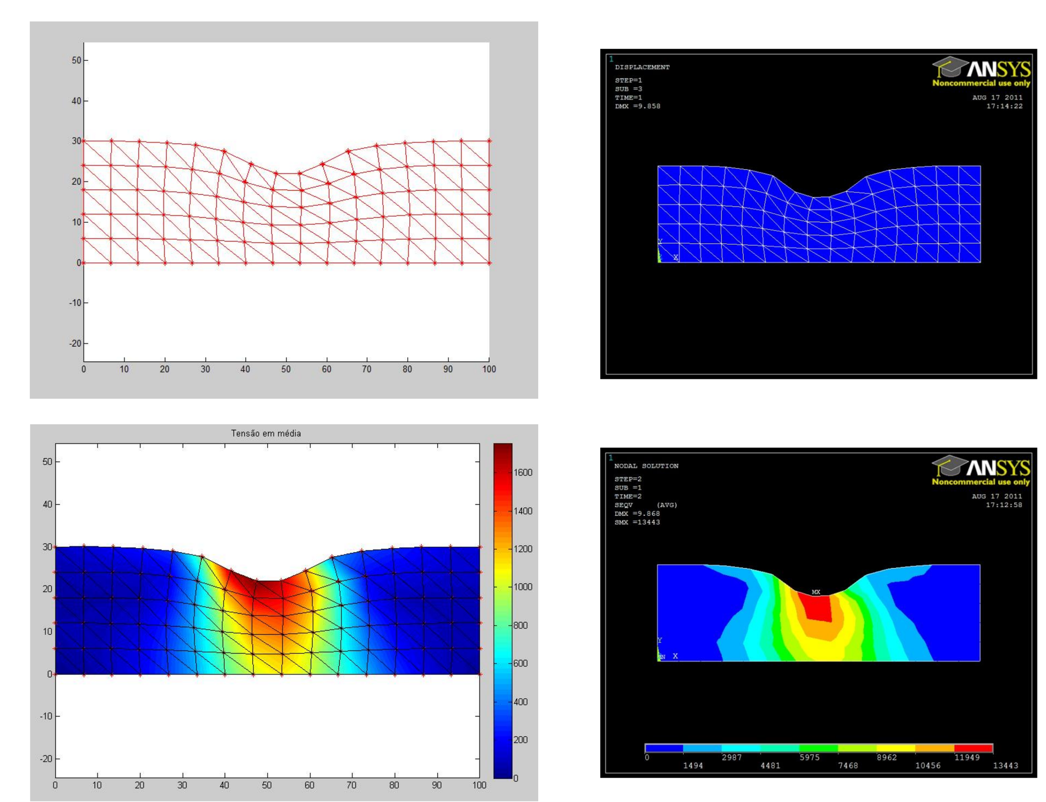

Figura 4: *Comparativo do método desenvolvido com o Comercial (ANSYS).*

3. Conclusões

O estudo do Método de Penalidades permite um melhor entendimento sobre os problemas envolvendo contato. O método de penalidades não aumenta a quantidade de equações para determinar o comportamento do contato, por isso é muito utilizado na solução de problemas de contato.

Desenvolver um método genérico para o cálculo do gap é importante pela possibilidade de se variar as geometrias dos corpos envolvidos e mesmo assim poder obter todos os dados da região de contato entre os corpos. Aplicar este estudo para o caso de dois corpos discretizados por elementos finitos é uma tarefa necessária para a continuidade deste estudo.

Um estudo incluindo não-linearidade geométrica foi iniciado. O Método de Newton-Raphson, permite obter soluções precisas deste tipo de problema. Os modelos das estruturas que incluem grandes deformações, permite representaro comportamento do solo de forma mais fidedigna.

Com o estudo do contato e das grandes deformações das malhas tem-se as ferramentas básicas necessárias para desenvolver um projeto futuro do problema de equilíbrio estático de interação solo-estrutura.

Pela análise do cronograma proposto, acredita-se que o desenvolvimento do projeto em questão, sendo o mais importante, o estudo do Método de Penalidades e o Método de Newton-Raphson desenvolvidos de maneira abrangente, possibilitando o estudo e desenvolvimento para diferentes configurações em outros projetos.

Agradeço o apoio do orientador, concluindo mais um ano de trabalho para o PIBIC.

4. Bibliografia

- Bittencourt, M. L. Introdução ao método de elementos finitos aplicado à análise estrutural – exemplos com o programa Ansys. Campinas: Unicamp, 2007. 189 p.
- Bathe, K. J. Finite Element Procedures in Engineering Analysis. New Jersey: Prentice Hall, 1982. 928 p.
- Bhatti, M.Asghar. Advanced topics in finite elements analysis of structures: with Mathematica and MATLAB cinoutationms. John Wiley & Soncs, 2006.
- Kwon, Y. W.; Bang, H. The Finite Element Method using MATLAB. Boca Raton: CRC, 2000. 519 p.
- Pedreira, Cristiano M.; Modelagem de problemas de elasticidade, incluindo-se os efeitos de não linearidade geométrica, utilizando-se o método de elementos finitos, 2007.
- Serpa, Alberto Luiz. Problemas de contato com atrito utilizando o método do lagrangiano aumentado. Campinas: Unicamp, 1996.