DINÂMICAS POPULACIONAIS INTERESPECÍFICAS NÃO LINEARES NO CASO DE EPIZOOTIAS

Aluno: Gabriel Francisco Janeiro Valenciano

Orientador: João Frederico da Costa Azevedo Meyer

DEPARTAMENTO DE BIOMATEMÁTICA – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica – IMECC - UNICAMP

PIBIC /CNPq

Palavras chaves: Espalhamento Geográfico – Modelo SIR/SIRS – Aproximação Numérica

Introdução

Diversos estudos que envolvem a modelagem de dinâmicas populacionais no caso de fenômenos epizoóticos, ou epidemiológicos, porém grande parte deles não inclui a dinâmica populacional do vetor, ou, quando o fazem, não incluem o espalhamento geográfico. O estudo procura relacionar essas características utilizando o modelo Verhulstiano para a modelagem da dinâmica populacional. Além disso, os modelos de Kermack–McKendrick para a descrição da transmissão da doença, também conhecidos como modelos SIR/SIRS.

Modelo

Dois modelos foram usados para descrever a Dinâmica da População, o modelo Malthusiano, usado para curtos períodos de tempo, e o Verhulstiano . Foi incluído no modelo o espalhamento geográfico e a migração populacional representados, respectivamente, pelo Laplaciano da População *P* - *ΔP* , e pelo gradiente da População - *∇P*. Portanto, passou-se a trabalhar com Equações Diferenciais Parciais da Forma :

$$\frac{dP}{dt} = f(P) - \alpha\Delta P - \mathcal{V}\nabla P - \mu P$$

METODOLOGIA

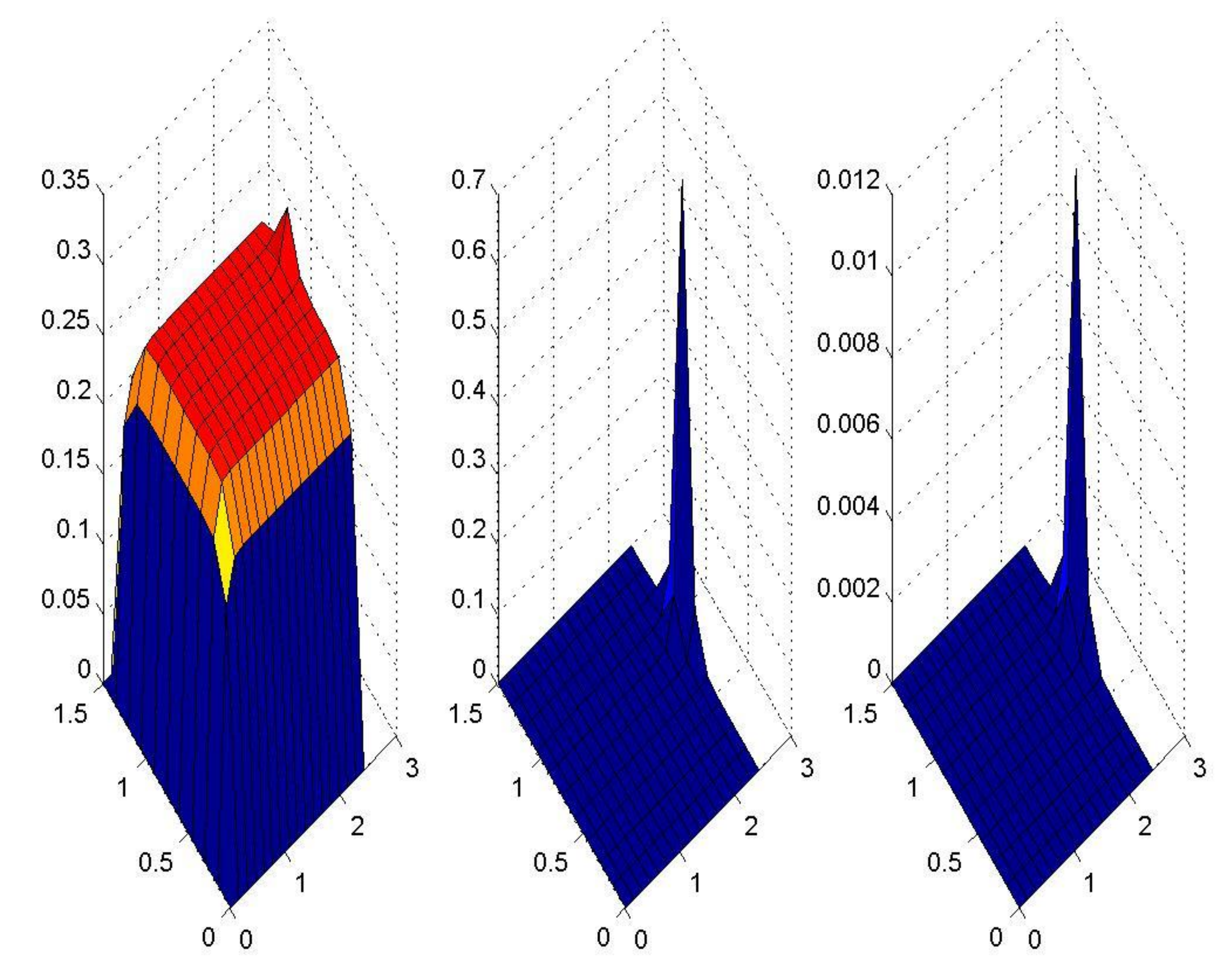
A inexistência de solução analítica, ou analiticamente aproximada, foi resolvida utilizando o Método de Diferenças Finitas de segunda ordem no espaço e Crank-Nicolson no tempo. O domínio foi discretizado através de uma malha regular retangular, adequada para o tipo de método usado. Diversas simulações foram feitas e o sistema resultante foi resolvido através de algoritmos que foram rodados em ambiente MATLAB, onde foram efetuadas 125 iterações, posteriormente os gráficos foram avaliados qualitativa e quantitativamente para análise de cenários. A população foi dividida de acordo com o modelo SIR/SIRS de forma que tivéssemos as equações :

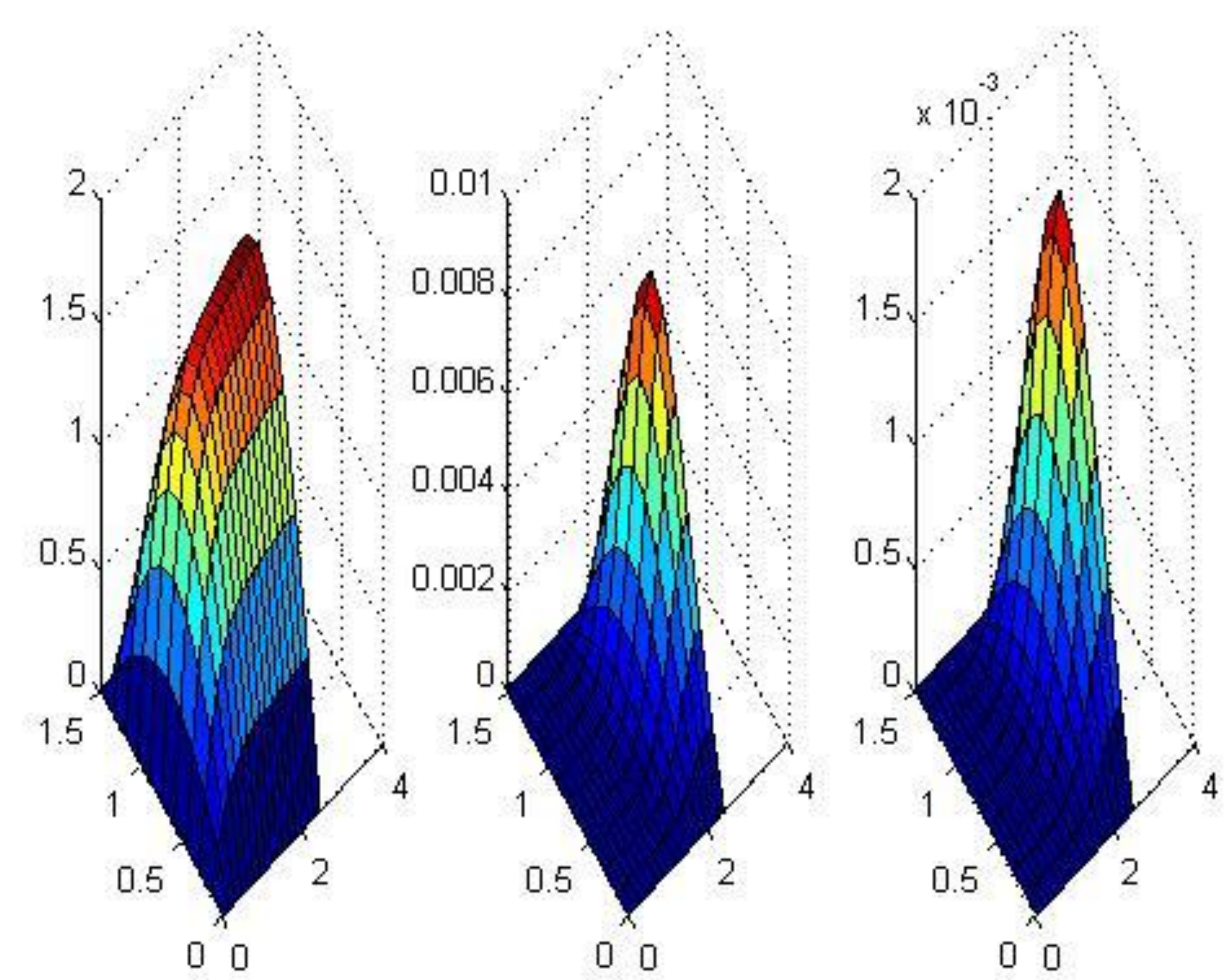
- $$\frac{\partial P}{\partial t} - \alpha_p.(\Delta P) + U_p\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right) + V_p\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right) + \mu_p P = \lambda_p(P+I+R)\left(1 - \frac{P+I+R}{K}\right) - \beta\, PI + \delta R$$
- $$\frac{\partial I}{\partial t} - \alpha_I.(\Delta I) + \mu_i I = \beta\, PI - \gamma I$$
- $$\frac{\partial R}{\partial t} - \alpha_R.(\Delta R) + U_R\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + V_R\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + \mu_R R = \gamma I - \delta R$$

A discretização da equação para a população *P* se encontra abaixo. As outras equações foram discretizadas de forma similar.

- $$\frac{P_i^{n+1} - P_i^n}{\Delta t} = \alpha.\left(\frac{P_{i-nny}^n - P_i^n + P_{i+nny}^n}{\Delta x^2} + \frac{P_{i-1}^n - P_i^n + P_{i+1}^n}{\Delta y^2}\right) - U\left(\frac{P_{i+nny}^n + P_{i-nny}^n}{2\Delta x}\right) - V\left(\frac{P_{i+1}^n + P_{i-1}^n}{2\Delta y}\right) - \mu P_i^n + \lambda\left(\frac{P_i^{n+1} + P_i^n}{\Delta t}\right)\left(1 - \frac{P_i^{n+1} + P_i^n}{K\Delta t}\right)$$

Resultados





Referências

Okubo,A.: Diffusion and Ecological Problems: mathematical Models, Springer, 1980;

Murray, J.D.: Mathematical Biology, Springer, 2003;

Pregnolato, S. A.: O Mal-das-Cadeiras emcapivaras: estudo, modelagem e simulação de um caso. 2002, tese de doutorado, IMECC, UNICAMP.