



UNICAMP

APROXIMAÇÕES DO TIPO IMPEDÂNCIA PARA O COEFICIENTE DE REFLEXÃO

Marcelo Santos Carielo (Bolsista PIBIC/CNPq) e Prof. Dr. Lúcio Tunes dos Santos (Orientador),

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica - IMECC/UNICAMP

AVO - Coeficiente de reflexão – Amplitudes

Descrição

Quando uma onda plana P (pressão) incide numa interface sólido-sólido a mesma dá origem a duas ondas de reflexão: uma P e outra S (cisalhamento). Considerando as condições de contorno necessárias (continuidade no deslocamento e tração), o coeficiente de reflexão elástico associado à onda P é escrito como $R_{pp} = N/D$, onde N e D são funções contínuas que dependem dos parâmetros dos meios em ambos lados da interface, das velocidades da onda P e onda S, da densidade e do ângulo de reflexão. Como a estrutura das funções N e D não é muito apropriada para uma possível inversão de parâmetros, surge a necessidade de aproximações para o coeficiente R_{pp} de maneira a tornar a inversão efetiva. Neste projeto, o objetivo foi estudar as aproximações tipo impedância elástica e de reflexão para o coeficiente de reflexão elástico R_{pp} , comparando a eficiência de ambas e das aproximações clássicas, baseadas em série de Taylor.

Desenvolvimento

Antes de estudarmos as aproximações tipo impedância para o coeficiente de reflexão elástico R_{pp} , fizemos um breve estudo das equações de Zoeppritz que definem tal coeficiente para nos familiarizarmos com as expressões exatas do mesmo.

Ao procurarmos uma solução para equação da onda, somos levados a um sistema linear onde as equações desse são conhecidas como as equações de Zoeppritz. Uma das soluções do sistema é o coeficiente R_{pp} . Os detalhes para obtermos o coeficiente R_{pp} podem ser encontrados em Davolio (2006).

Dentre as aproximações clássicas, escolhemos a de Aki e Richards (1980),

$$R_{pp}(\theta) \approx \left[\frac{1}{2} - 2 \frac{\beta^2}{\alpha^2} \sin^2 \theta \right] \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{1}{2} \sec^2 \theta \frac{\Delta \alpha}{\alpha} - 4 \frac{\beta^2}{\alpha^2} \sin^2 \theta \frac{\Delta \beta}{\beta},$$

onde $\Delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1$, $\Delta \beta = \beta_2 - \beta_1$, $\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$, $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2)/2$, $\beta = (\beta_1 + \beta_2)/2$, $\rho = (\rho_1 + \rho_2)/2$ (o subíndice 1 se refere ao meio de incidência e o subíndice 2 se refere ao meio de transmissão).

Partindo da expressão exata para R_{pp} , considerando a incidência normal (ou seja, ângulo de incidência $\theta = 0$) obtemos a seguinte expressão,

$$R_{pp}(\theta = 0) = \frac{AI_2 - AI_1}{AI_2 + AI_1},$$

onde $AI_j = \rho_j \alpha_j$, $j = 1, 2$ que é denominada impedância acústica.

Podemos encontrar uma representação para o coeficiente de reflexão R_{pp} definindo uma função conhecida como impedância $I = I(\alpha, \beta, \rho, \theta)$, ou $I = I(\alpha, \beta, \rho, p)$, onde α é a velocidade da onda P, β a velocidade da onda S e ρ a densidade, $p = \sin \theta / \alpha$ o parâmetro de raio e θ é o ângulo de reflexão ou transmissão. Essa função foi usada para encontrarmos uma aproximação para o coeficiente de reflexão,

$$R_{pp}(\theta) \approx \frac{I(\alpha_2, \beta_2, \rho_2, \theta_2) - I(\alpha_1, \beta_1, \rho_1, \theta_1)}{I(\alpha_2, \beta_2, \rho_2, \theta_2) + I(\alpha_1, \beta_1, \rho_1, \theta_1)}.$$

Para aproximarmos R_{pp} , definimos uma função chamada refletividade, que é “uma medida da variação do coeficiente de reflexão nas proximidades do ponto onde o raio atinge a interface”. A partir dessa noção, introduzimos um parâmetro na fórmula de R_{pp} para que possamos trabalhar com o conceito de continuidade dos parâmetros elásticos através da interface onde a onda incide. Assim podemos chegar a equação diferencial cuja solução define as diferentes aproximações do tipo impedância.

No caso das aproximações do tipo impedância elástica, proposta por Connolly (1999), assumimos que $K = \beta/\alpha$ e θ são constantes e a expressão usada foi,

$$IE = \rho^{1-4K^2 \sin^2 \theta} \alpha \sec^2 \theta \beta^{-8K^2 \sin^2 \theta},$$

que é a função impedância elástica.

Para as aproximações do tipo impedância de reflexão, proposta por Santos & Tygel (2004), usamos o fato que o parâmetro de raio p é constante. Essa consideração é mais correta do que considerarmos o ângulo de incidência constante, visto que isso contraria a lei de Snell.

Admitindo que existe uma relação funcional entre β e ρ , dada por $\rho = b \beta^\gamma$, onde γ e b são constantes e $\beta \neq 0$, podemos encontrar,

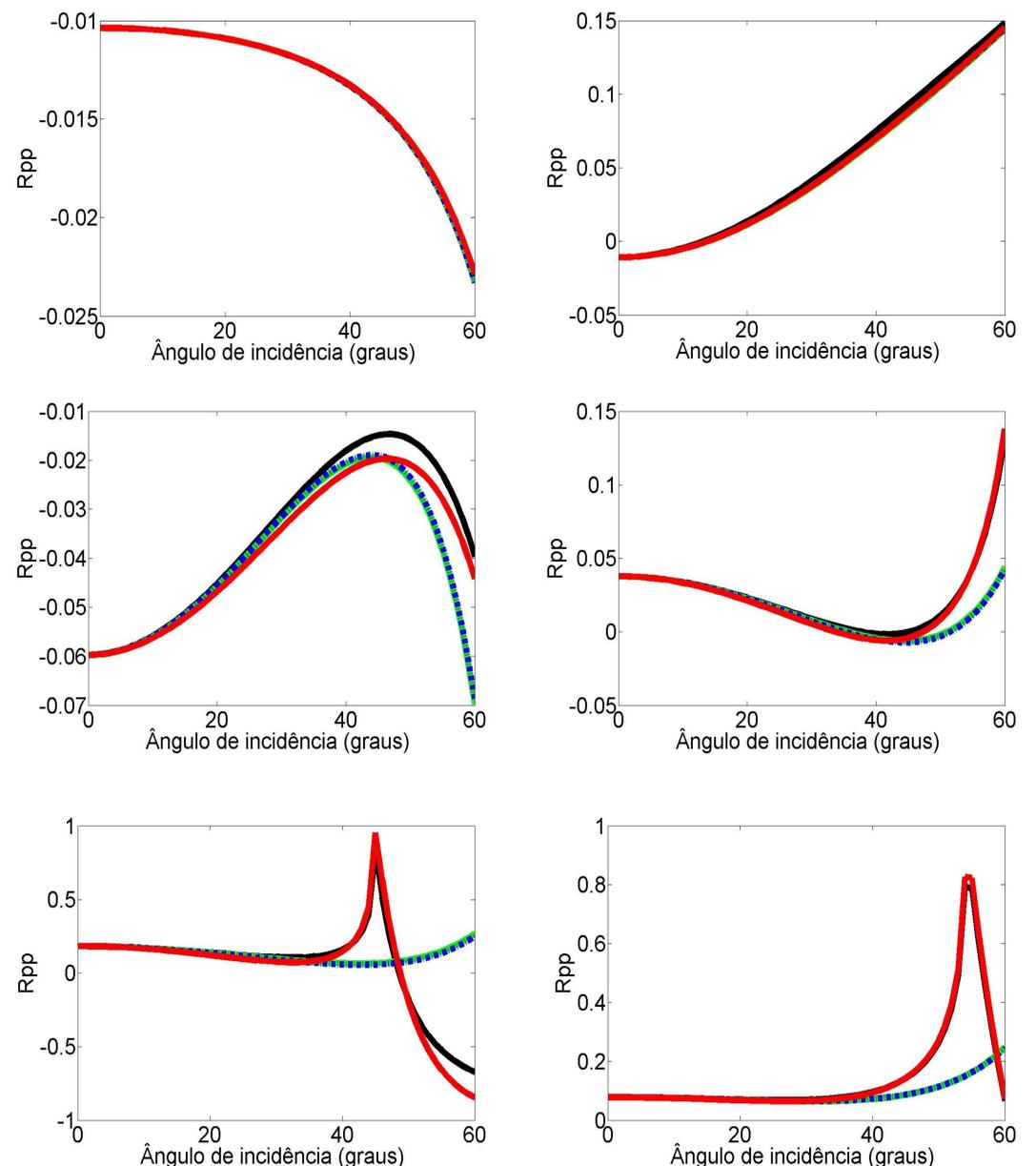
$$IR = \frac{\rho \alpha}{\sqrt{1 - \alpha^2 p^2}} \exp\{-2[2 + \gamma]\beta^2 p^2\}.$$

Exemplos numéricos

	Modelo 1			Modelo 2			
	Meio	α	β	ρ	α	β	ρ
Contraste Fraco	1	3.42	1.78	2.53	3.05	1.69	2.34
	2	3.39	1.79	2.50	2.91	1.85	2.01
	Contraste	-0.01	0.01	-0.01	-0.05	0.09	-0.15
Contraste Médio	1	3.35	1.72	2.36	3.35	1.72	2.36
	2	3.05	1.46	2.30	2.18	1.37	2.19
	Contraste	-0.09	-0.16	-0.03	-0.42	-0.22	-0.07
Contraste Forte	1	3.21	1.60	2.39	3.21	1.6	2.39
	2	4.55	2.61	2.44	3.96	2.8	2.41
	Contraste	0.35	0.48	0.02	0.21	0.55	0.01

Modelos de contrastes. α é velocidade da onda P (km/s), β a velocidade da onda S (km/s) e ρ a densidade (g/cm^3).

Fizemos alguns experimentos numéricos utilizando o software Matlab, e comparamos os resultados obtidos entre os diferentes tipos de aproximação para o coeficiente R_{pp} . Em nossos experimentos numéricos usamos os dados da tabela de modelos de contrastes ao lado, onde os contrastes são dados por $\Delta\alpha/\alpha$, $\Delta\beta/\beta$ e $\Delta\rho/\rho$.



Gráficos da curva exata (preta) e das aproximações de Aki (verde), impedância elástica IE (azul tracejada) e impedância de reflexão IR (vermelha) para o coeficiente de reflexão R_{pp} , para os modelos 1 e 2 respectivamente, da tabela de modelos de contrastes: contraste fraco, médio e forte, respectivamente (de cima para baixo).

Observamos pelos gráficos acima que, para os modelos de contraste fraco escolhidos, as aproximações para R_{pp} aproximam bem a curva exata. Já para os modelos de contraste médio a aproximação do tipo impedância de reflexão aproxima bem a curva exata, o que não acontece para as aproximações do tipo impedância elástica e Aki, pois depois de um ângulo de pouco menos que 50 graus, ambas curvas começam a se afastar da curva exata, o que indica que a aproximação não está sendo boa. Por fim, para os modelos de contraste forte, a aproximação do tipo impedância de reflexão aproxima bem a curva exata em toda faixa de ângulos de incidência. Com as outras duas aproximações não acontece o mesmo. Elas aproximaram bem numa faixa de 0 a cerca de 30 graus (ou 35 graus) que, em geral, é o ângulo máximo utilizado na maioria dos modelos.

Comparando a eficiência das aproximações usadas para o coeficiente R_{pp} , percebemos que, das aproximações estudadas para o coeficiente R_{pp} , a mais eficiente foi a impedância de reflexão.

Bibliografia

- [1] K.I. Aki & P.G. Richards, Quantitative Seismology, W.H. Freeman and Co., 1980.
- [2] Connolly, Elastic impedance, Leading Edge, 18:438-452, 1999.
- [3] A. Davolio, Aproximações para o Coeficiente de Reflexão e Análise de AVO, Dissertação de Mestrado, IMECC, Unicamp, 2006.
- [4] Santos L.T. & Tygel M., Impedance-type approximations of the P-P elastic reflection coefficient: Modeling an AVO inversion, Geophysics, 69:592-598, 2004.