

# MODELO MATEMÁTICO PARA DOENÇAS COM FASE DE LATÊNCIA EM MILHO

Mariana Silva<sup>1</sup> Sônia Ternes<sup>2</sup> Raphael Vilamiu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Matemática Aplicada e Computacional - IMECC - UNICAMP

<sup>2</sup>Embrapa Informática Agropecuária - LABMAC - CNPTIA - EMBRAPA, Campinas, Brasil

Palavras-Chave: Modelo Matemático - Simulação - Enfezamento - Milho - Cigarrinha

## Introdução

- A produção de milho no Brasil está estimativa em 56 milhões de toneladas, o que representa 35,1% da produção total de gêos na safra 2010/11 (CONAB, 2011);
- Principais doenças: enfezamentos pálido (Corn Stunt Spiroplasma, CSS) e vermelho (Maize Bushy Stunt Phytoplasma, MBSP).
- Principal inseto vetor no Brasil: cigarrinha *Dalbulus maidis*.



## Objetivo

Analizar a dinâmica temporal dos enfezamentos, usando como base o modelo proposto por Vandermeer e Power (1990).

## Modelo Mátémático

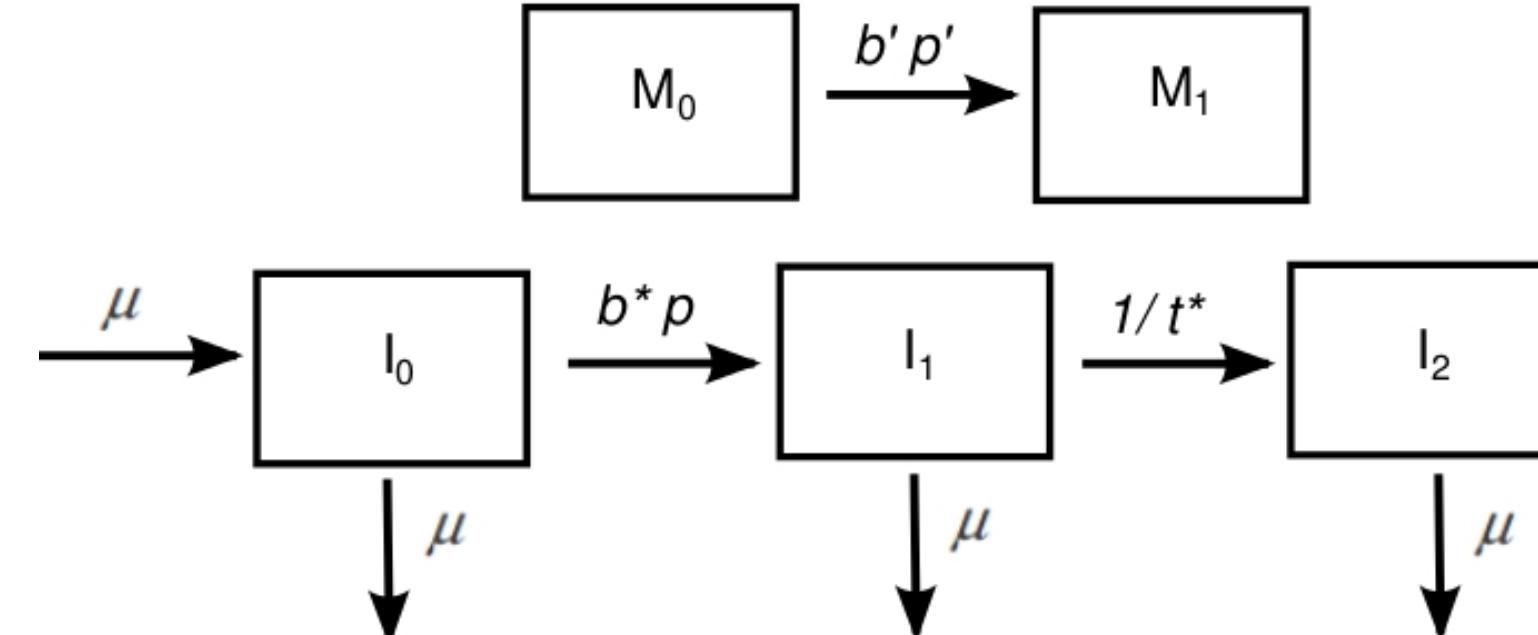


Figura: Compartimentos considerados no modelo matemático

Considerando  $M_0 + M_1$  e  $I_0 + I_1 + I_2$  constantes e  $b' = b^* = \frac{b}{N_1}$ , obtém-se o sistema normalizado:

$$\begin{cases} \frac{dm_1}{dt} = \frac{N_2}{N_1} bp'i_2(1 - m_1), \\ \frac{di_1}{dt} = bp(1 - i_2 - i_1)m_1 - \frac{1}{t^*}i_1 - \mu i_1, \\ \frac{di_2}{dt} = \frac{1}{t^*}i_1 - \mu i_2, \end{cases}$$

- $M_0$  e  $M_1$  são as populações de plantas sadias e infectadas;
- $I_0$ ,  $I_1$  e  $I_2$  são as populações de cigarrinhas sem molicutes, com o molicutes em período de latência, e infectantes;

## Parâmetros

### Parâmetros Valores Descrição

$\mu$	0.129	taxa de mortalidade da cigarrinha
$b'$	2	taxa de visitas que a planta recebe por cigarrinha
$b^*$	2	taxa de visitas que a cigarrinha realiza por planta
$\frac{N_2}{N_1}$	1	razão entre populações totais de cigarrinha e planta
$p$	0.46	probabilidade de aquisição de molicutes pela cigarrinha
$p'$	0.835	probabilidade de transmissão da cigarrinha para a planta
$t^*$	20	período de latência da cigarrinha com enfezamento pálido
	25	período de latência da cigarrinha com enfezamento vermelho

## Análise de Estabilidade

- Ponto de equilíbrio trivial:  $I_{(1)}^* = (0, 0, 0)$ .
- Ponto de equilíbrio não trivial:  $I_{(2)}^* = (m_1^*, i_1^*, i_2^*)$ , onde  $m_1^* = 1$ ,  $i_1^* = \frac{bp\mu t^*}{\mu^2 t^* + bp\mu t^* + \mu + bp}$ ,  $i_2^* = \frac{bp}{\mu^2 t^* + bp\mu t^* + \mu + bp}$ .
- Matriz jacobiana calculada nos pontos de equilíbrio:

$$A_{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{bp' N_2}{N_1} \\ bp & -\frac{1}{t^*} - \mu & 0 \\ 0 & \frac{1}{t^*} & -\mu \end{pmatrix}, A_{(2)} = \begin{pmatrix} -b^2 pp' N_2 & 0 & 0 \\ \frac{N_1(\mu^2 t^* + bp\mu t^* + \mu + bp)}{bp\mu^2 t^* + bp\mu} & -\frac{1}{t^*} - \mu - bp & \frac{1}{t^*} \\ \frac{\mu^2 t^* + bp\mu t^* + \mu + bp}{bp} & 0 & -\mu \end{pmatrix}.$$

O ponto de equilíbrio trivial é sempre instável e o não trivial é sempre estável, pelo critério de Routh-Hurwitz (EDELSTEIN-KESHET, 1988).

## Resultados Numéricos

Partindo do estágio inicial com 1% das cigarrinhas infectantes, nenhuma planta infectada e cigarrinha em período de latência, realizou-se uma simulação numérica com os valores da tabela que gerou os seguintes gráficos:

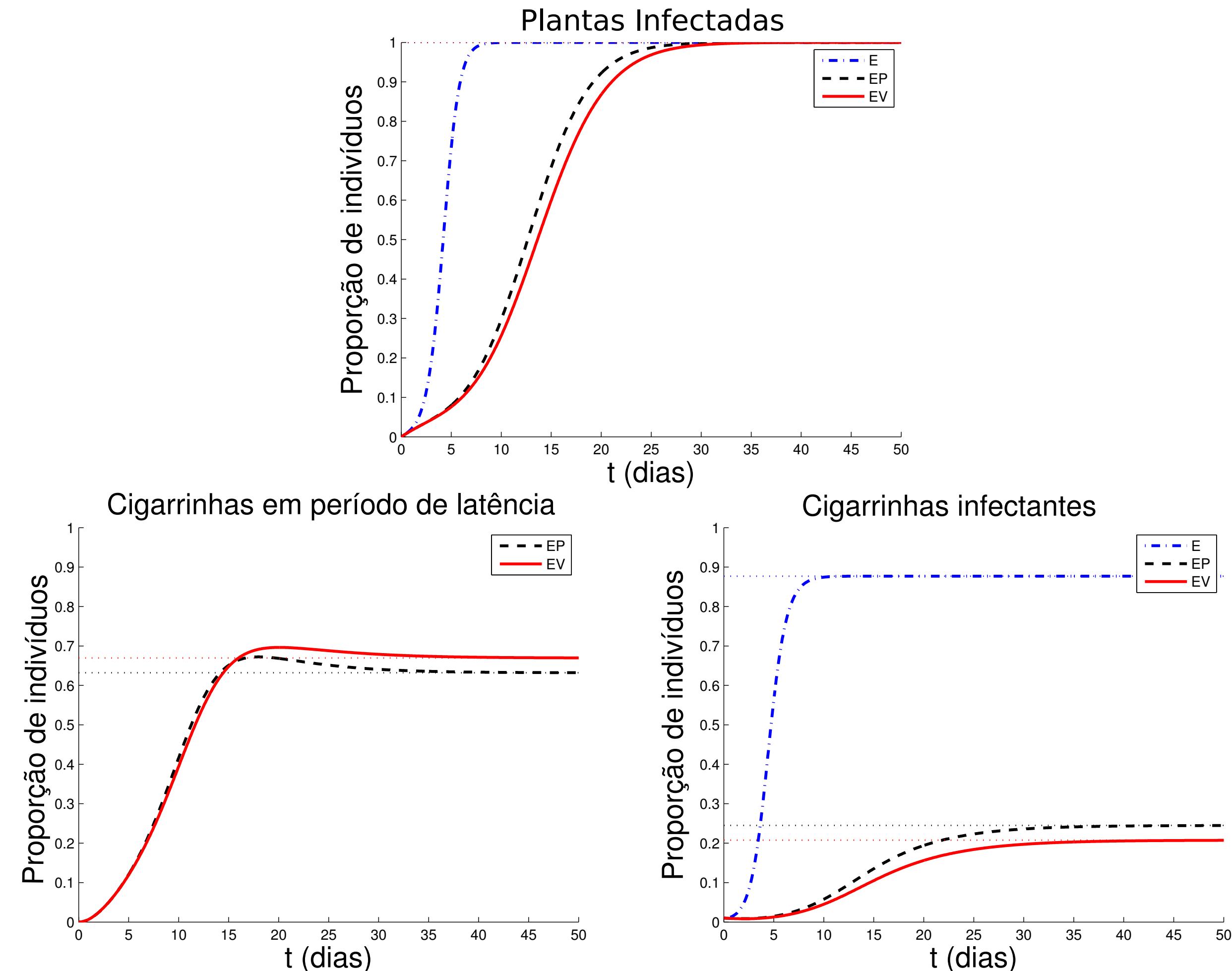


Figura: Dinâmica da evolução dos enfezamentos pálido EP, vermelho EV, e sem período de latência E.

## Conclusões

- Não há diferenças significativas na dinâmica das populações representadas pelo sistema de equações normalizado quando compara-se o enfezamento pálido com o enfezamento vermelho, resultado semelhante ao obtido por Oliveira et al. (2002).
- O ponto de equilíbrio  $I_{(2)}^*$  é sempre estável, assim a proporção de plantas infectadas tende para 1, se o ponto inicial é diferente do trivial, resultado semelhante ao obtido por Vandermeer e Power (1990).

## Referências Bibliográficas

- VANDERMEER, J.; POWER, A. An epidemiological model of the corn stunt system in central america. *Ecological Modelling*, v. 52, p. 235–248. 1990.
- OLIVEIRA, E. D.; CARVALHO, R. V. D.; DUARTE, A. P.; ANDRADE, R. A. D.; RESENDE, R. D. O.; OLIVEIRA, C. M. D.; RECCO, P. C. Molicutes e vírus em milho na safra de verão. *Revista Brasileira de Milho e Sorgo*, v.1, n.2, p. 38–46. 2002.
- EDELSTEIN-KESHET, L. *Mathematical models in biology*. Birkhäuser mathematics series. 1988.